

第九届初中数学学科“优利信杯”俱乐部竞赛

七年级试卷

(本试卷满分 150 分，考试时间为 150 分钟)

一、选择题(本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分。以下每题的四个选项中，仅有一个是正确的，请将正确答案的英文字母写在每题后面的括号内)

1. 下面的说法：①过一点有且只有一条直线与这条直线平行；②两条相交直线组成的四个角中，若有一个直角，则四个角都相等；③方程 $ax = a$ 的解是 $x = 1$ ；④垂直于同一条直线的两条直线互相平行，其中正确的个数有()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

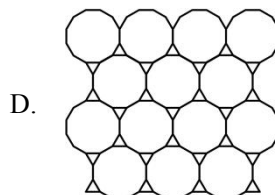
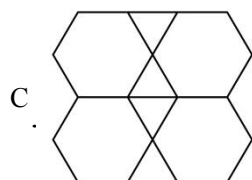
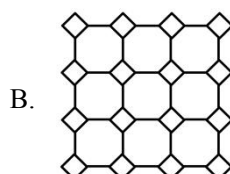
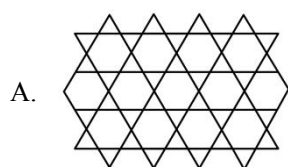
2. 已知 a, b, c, d 均为正数，且 $a^2=2, b^3=3, c^4=4, d^5=5$ ，那么 a, b, c, d 中最大的数是()。

A. a B. b C. c D. d

3. 在 100 到 200 的自然数中，不是 5 的倍数也不是 6 的倍数的个数有()

A. 64 B. 65 C. 66 D. 67

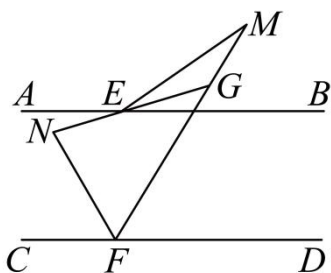
4. 下面四种正多边形平面镶嵌，每个顶点处正多边形不完全相同的是()



5. 现有长为 60cm 的铁丝，要截成 $n(n > 2)$ 小段，每小段的长为不小于 1cm 的整数，如果其中任意 3 小段都不能拼成三角形，当 n 取最大值时，有_____种方法将该铁丝截成满足条件的 n 段。()

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

6. 如图，直线 $AB \parallel CD$ ，点 E 在直线 AB 上，点 F 在直线 CD 上， N 为 AB, CD 之间一点，连接 NE 并延长交 $\angle DFN$ 的角平分线于点 G ，且 EG 平分 $\angle MEB$ ，当 $2\angle M + \angle N = 105^\circ$ 时，则 $\angle AEN$ 的度数为()



- A. 15° B. 21° C. 24° D. 25°

7. 若关于 x 的方程 $5ax + 3bx - 9x - 3a + 4b + 17 = 0$ 有无穷多个解，则 $a + b$ 的值为 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 5

8. 如图，将正奇数按上表排成 5 列，根据上面规律，2019 应在 ()

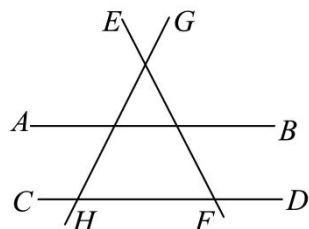
	第 1 列	第 2 列	第 3 列	第 4 列	第 5 列
第 1 行		1	3	5	7
第 2 行	15	13	11	9	
第 3 行		17	19	21	23
第 4 行	31	29	27	25	
.....					

- A. 第 126 行，第 3 列 B. 第 126 行，第 2 列
C. 第 253 行，第 2 列 D. 第 253 行，第 3 列

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

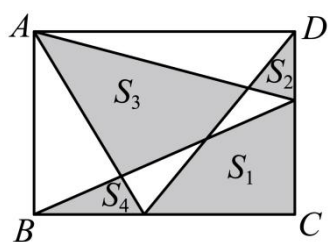
9. 已知 $3^{2n} - 9^{n-1} = 72$ ，则 $n =$ _____.

10. 如图，平行直线 AB ， CD 与相交直线 EF ， GH 相交，图中的同旁内角共有 _____ 对.



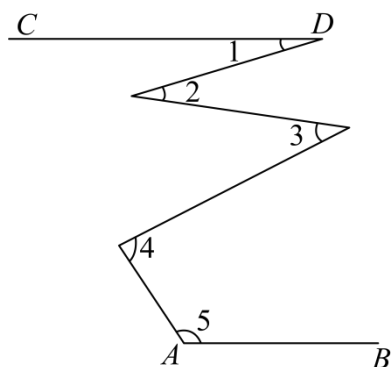
11. $(x+1)^5 = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + fx + 1$ ，则 $b + d$ 的值为 _____.

12. 如图，长方形 $ABCD$ 中，若图中阴影部分的面积分别为 $S_1 = 6$ ， $S_2 = 3$ ， $S_4 = 2$ ，则 $S_3 =$ _____.



13. 在我国传统文化中，“喜寿”、“米寿”、“白寿”分别是 77 岁、88 岁、99 岁的雅称. 小花在她年龄是她妈妈年龄的 $\frac{1}{3}$ 时，曾为奶奶贺喜寿，她在年龄为妈妈年龄的 $\frac{1}{2}$ 时，又为奶奶贺米寿，则小花在_____岁时，将为奶奶贺白寿.

14. 如图， $AB \parallel CD$ ，则 $\angle 1$ ， $\angle 2$ ， $\angle 3$ ， $\angle 4$ ， $\angle 5$ 满足的数量关系是_____.



15. 小澄下午 6 点多外出时，看手表上两指针的夹角为 110° ，下午 7 点前回家时发现两指针的夹角仍为 110° ，那么小澄外出的时间总计有_____分钟.

16. 设标有 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 、 G 记号的 7 盏灯顺次排成一行，每盏灯安装一个开关，现有 A 、 C 、 E 、 G 四盏灯开着，其余三盏灯是关的，小明从灯 A 开始，顺次拉动开关，即从 A 到 G ，再从 A 开始顺次拉动开关，即又从 A 到 G ，...，他这样拉动了 1999 次开关，最后记号为_____的灯是开的. (请将开着的灯的记号全部填写在横线上)

三、解答题（本大题共有 8 小题，共 78 分. 解答时应写出文字说明，推理过程或演算步骤）

17. 解方程：

$$(1) \frac{x-8}{2023} + \frac{x-9}{2024} + \frac{x-10}{2025} + \frac{x-11}{2026} + 4 = 0;$$

$$(2) |5-3x| = x-3.$$

18. 已知数轴上 3 的对应点是 A ，一个动点从原点出发在数轴上移动，每秒移动一个单位. 如果第 t ($0 < t < 7$) 秒末正好位于点 A ，那么

(1) t 可取的值是_____；

(2) 满足上述结果的不同运动路线共有几种？请用你喜欢的方式表示出来.

19. (1) 平面上有 3 条直线，画出它们可能的位置关系，并在旁边写上交点的个数；

(2) 平面上有 4 条直线，它们的交点个数可能为_____；

(3) 平面上有 6 条直线，共有 12 个不同的交点，画出它们所有可能的位置关系。

20. 一艘船在河中逆流而上，路过桥 A 时船上的救生圈被水冲走，继续向前行驶了 20min 发现救生圈遗失，立即返回，在距桥 2km 的地方追到了救生圈。求水流速度。

21. 【阅读】

$$1 \times 2 = \frac{1}{3}(1 \times 2 \times 3 - 0 \times 1 \times 2); \quad 2 \times 3 = \frac{1}{3}(2 \times 3 \times 4 - 1 \times 2 \times 3); \quad 3 \times 4 = \frac{1}{3}(3 \times 4 \times 5 - 2 \times 3 \times 4);$$

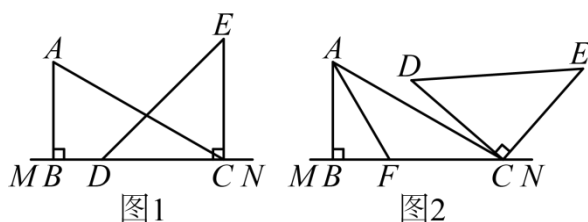
将这三个等式的两边相加，则得到 $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 = \frac{1}{3} \times 3 \times 4 \times 5 = 20$ 。

【归纳】(1) 根据上述规律，猜想下列等式的结果： $1 \times 2 + 2 \times 3 + \cdots + n(n+1) =$ _____；

【应用】(2) 利用 (1) 中得到的结论计算： $2 \times 4 + 4 \times 6 + \cdots + 100 \times 102$ ；

【迁移】(3) 请你类比材料中的方法计算： $1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + \cdots + n(n+1)(n+2)$ 。

22. 将一副三角板按如图 1 所示放置在直线 MN 上， $\angle ABC = \angle ECD = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle E = 45^\circ$ 。若三角板 ABC 固定不动，三角板 DCE 绕点 C 以每秒 3° 顺时针旋转一周，旋转时间为 t s。



(1) 当 $\triangle ACE$ 面积最大时，求 t 的值。

(2) 如图 2，AF 是 $\angle BAC$ 的平分线，当 t 的值为_____时， $DE \parallel AF$ 。

(3) 若在三角板 DCE 旋转的同时，三角板 ABC 也绕点 C 以每秒 1° 顺时针旋转 ($0 \leq t \leq 60$)，CP 平分 $\angle BCD$ ，CQ 平分 $\angle ACE$ ，在旋转的过程中， $\angle PCQ$ 的度数是否为定值？若是，求出这个值；若不是，说明理由。

23. 设四位数 $\overline{abcd}$ 满足 $a^3 + b^3 + c^3 + d^3 + 1 = 10c + d$ ，求出满足条件的所有的四位数。

24. 小江编了一个程序：从 1 开始，交错地做加法或乘法（第一次可以是加法，也可以是乘法），每次加法，将上次的运算结果加 2 或加 3；每次乘法，将上次的运算结果乘以 2 或乘以 3。例如，10 可以这样得到： $1 + 3 = 4$ ， $4 \times 2 = 8$ ， $8 + 2 = 10$ 。

(1) 写出最终结果为 136 的过程；

(2) 证明可以得到 $2^{100} + 2^{97} - 2$ 。

第九届初中数学学科“优利信杯”俱乐部竞赛

七年级试卷

(本试卷满分 150 分，考试时间为 150 分钟)

一、选择题(本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分。以下每题的四个选项中，仅有一个是正确的，请将正确答案的英文字母写在每题后面的括号内)

【1 题答案】

【答案】A

【2 题答案】

【答案】B

【3 题答案】

【答案】C

【4 题答案】

【答案】D

【5 题答案】

【答案】D

【6 题答案】

【答案】D

【7 题答案】

【答案】C

【8 题答案】

【答案】C

二、填空题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分)

【9 题答案】

【答案】2

【10 题答案】

【答案】16

【11 题答案】

【答案】15

【12 题答案】

【答案】11

【13 题答案】

【答案】 33

【14 题答案】

【答案】 $\angle 5 + \angle 4 - \angle 3 + \angle 2 - \angle 1 = 180^\circ$

【15 题答案】

【答案】 40

【16 题答案】

【答案】 A、C、F

三、解答题（本大题共有 8 小题，共 78 分．解答时应写出文字说明，推理过程或演算步骤）

【17 题答案】

【答案】 (1) $x = -2015$

(2) $x = 2$ 或 $x = 1$

【18 题答案】

【答案】 (1) $t = 3$ 或 $t = 5$

(2) 6；见解析

【19 题答案】

【答案】 (1) 见解析；交点的个数为 0 或 1 或 2 或 3；(2) 0 或 1 或 3 或 4 或 5 或 6 个；(3) 见解析

【20 题答案】

【答案】 水流速度为 3km/h

【21 题答案】

【答案】 (1) $\frac{1}{3} \times n \times (n+1)(n+2)$ ；(2) 176800；(3) $\frac{1}{4} n(n+1)(n+2)(n+3)$

【22 题答案】

【答案】 (1) $t = 10$

(2) 35 或 95 (3) $\angle PCQ$ 的度数为定值， $\angle PCQ = 60^\circ$

【23 题答案】

【答案】 2010 或 2011 或 1112 或 1130 或 1131

【24 题答案】

【答案】 (1) 见解析 (2) 证明见解析