

2023 年宜兴市宜城中学七年级数学下学期期末总复习一

姓名: _____ 班级: _____

一、单选题 (本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分.)

1. 下列计算正确的是()

A. $a^3 + a^2 = a^5$ B. $a^3 \cdot a^2 = a^5$ C. $(-a^3) \cdot a^2 = a^5$ D. $(a^3)^2 = a^5$

2. 下列因式分解结果正确的是 ()

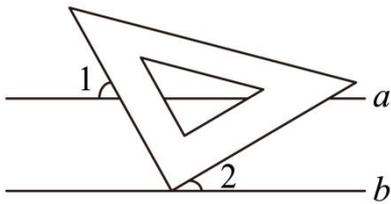
A. $10a^3 + 5a^2 = 5a^2(2a+1)$ B. $4x^2 - 9 = (4x+3)(4x-3)$

C. $x^2 - 5x - 6 = (x+6)(x-1)$ D. $a^2 - 2a - 1 = (a-1)^2$

3. 若 $a > b$, 则下列不等式不一定成立的是 ()

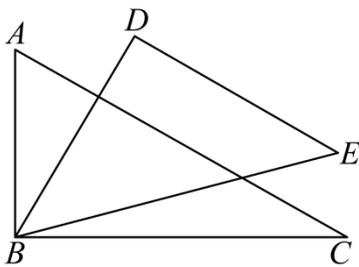
A. $2a > 2b$ B. $-a < -b$ C. $a+2 > b+1$ D. $a^2 > b^2$

4. 如图, 将三角板的直角顶点放在两条平行线 a, b 中的直线 b 上, 如果 $\angle 1 = 42^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()



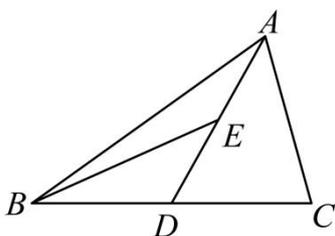
A. 58° B. 52° C. 48° D. 42°

5. 一副直角三角板 ($\angle ACB = 30^\circ$, $\angle BED = 45^\circ$) 按如图所示的位置摆放, 如果 $AC \parallel DE$, 那么 $\angle EBC$ 的度数是 ()



A. 15° B. 20° C. 30° D. 35°

6. 如图已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, BE 是 $\triangle ABD$ 的中线, 若 $\triangle ACD$ 的面积为 20, 则 $\triangle ABE$ 的面积为 ()



A. 5 B. 10 C. 15 D. 18

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。）

7. 国内最先进的芯片代工厂是中芯国际，目前快要达到量产 7nm 工艺芯片的技术，而华为下一代的芯片采用的是 5nm 水平， $5\text{nm} = 0.000000005\text{m}$ ，数据 0.000000005 用科学记数法表示为_____.

8. 若 $a^{2m+5} \cdot a^{m-3} = a^{17}$ ，则 $m =$ _____.

9. 已知一个多边形的内角和等于 900° ，则这个多边形的边数是_____.

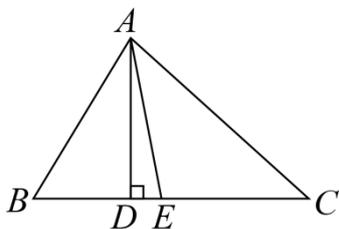
10. 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三条边长，化简 $|a+b-c| + |c-a-b|$ 的结果为_____.

11. 已知 $a+b=4$ ， $ab=2$ ，则 $3a^2b+3ab^2$ 的值为_____.

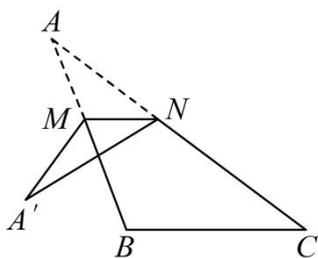
12. 命题：“如果 $a=b$ ，那么 $3a=3b$ ”的逆命题是_____，该逆命题是_____(填“真”或“假”)命题.

13. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x-a < 0 \\ 1-2x \geq 7 \end{cases}$ 的解集是 $x \leq -3$ ，则实数 a 的取值范围是_____.

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 58^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ， AD 和 AE 分别是它的高和角平分线，则 $\angle DAE =$ _____.



15. 如图，点 M, N 分别在 AB, AC 上， $MN \parallel BC$ ，将 $\triangle ABC$ 沿 MN 折叠后，点 A 落在点 A' 处. 若 $\angle A' = 28^\circ$ ， $\angle B = 120^\circ$ ，则 $\angle A'NC =$ _____.

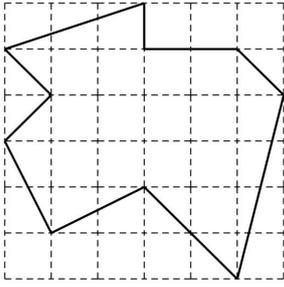


16. 在正方形网格中，格线与格线的交点称为“格点”，各顶点都在格点上的多边形称为“格点多边形”，设小正方形的边长均为 1，则“格点多边形”的面积 S 可用公式 $S = a + \frac{1}{2}b - 1$ 计算，其中 a 是多边形内部的“格点”数， b 是多边形边界上的“格点”数，这个公式称为“皮克定理”，如图所示的 6×6 的正方形网格：

$\therefore a = 16, b = 12,$

\therefore 图中格点多边形的面积是 21.

已知一个格点多边形的面积为 14，且边界上的点数 b 是内部点数 a 的 3 倍，则 $a+b =$ _____.



三、解答题（本大题共 10 小题，共 68 分，解答时应写出文字说明、说理过程或演算步骤）

17. 计算：

(1) $2^{-2} + (\pi - 3.14)^0 - (-1)^{2023}$;

(2) $a^2 \cdot a^4 + (-a^3)^2$.

18. 把下面各式分解因式：

(1) $a(x-y) + 3(y-x)$;

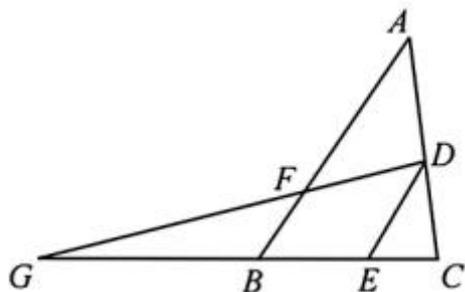
(2) $x^3 - 2x^2y + xy^2$

19. 先化简，再求值： $2(a+1)(a-1) - a(2a+3)$ ，其中 $a = \frac{1}{3}$.

20. 解方程组：
$$\begin{cases} 10x + 3y = 17 \\ 8x - 3y = 1 \end{cases}$$

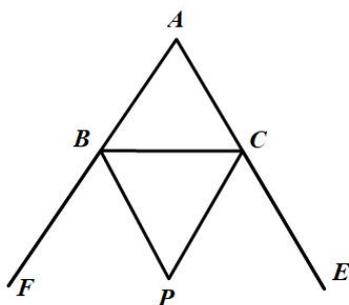
21. 求不等式组 $\begin{cases} 2x-4 < 0 \\ x-2(x-1) \leq 3 \end{cases}$ 的所有整数解.

22. 如图, $\triangle ABC$ 中, D 为 AC 边上一点, 过 D 作 $DE \parallel AB$, 交 BC 于 E , F 为 AB 边上一点, 连接 DF 并延长, 交 CB 的延长线于 G , 且 $\angle DFA = \angle A$.



- (1) DE 平分 $\angle CDF$ 吗?若是, 请证明; 若不是, 请说明理由.
 (2) 若 $\angle C = 80^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$, 求 $\angle G$ 的度数.

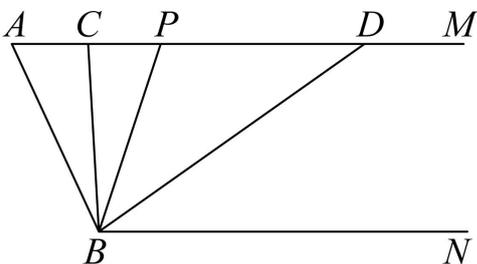
23. 已知: 如图, $\triangle ABC$ 的两个外角平分线 BP 、 CP 交于 P 点.



- (1) 若 $\angle A = 64^\circ$, 求 $\angle P$ 的度数;
 (2) $\angle A$ 与 $\angle P$ 有何关系? (只要写出结论)

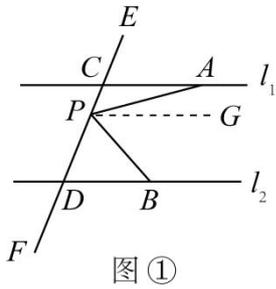
24. 新冠肺炎疫情期间，某超市将购进一批口罩进行销售，已知购进4盒甲口罩和6盒乙口罩需260元，购进5盒甲口罩和4盒乙口罩需220元。两种口罩以相同的售价销售，当售价为40元时，乙口罩可销售100盒，售价每提高1元，乙口罩少销售5盒。
- (1)求甲、乙两种口罩每盒的进价分别为多少元？
- (2)当乙口罩的售价为多少元时，乙口罩的销售总利润最大？

25. 如图，已知 $\angle MAB = 56^\circ$ ，点 B （与点 A 不重合）是 AB 边上一点，作 $BN \parallel AM$ ，点 P 是射线 AM 上一动点（与点 A 不重合）， BC 、 BD 分别平分 $\angle ABP$ 和 $\angle PBN$ ，分别交射线 AM 于点 C ， D 。

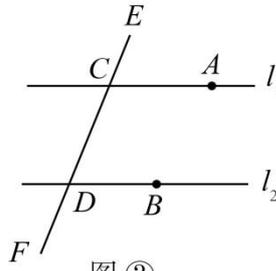


- (1)求 $\angle ABN$ ， $\angle CBD$ 的度数；
- (2)探究：当点 P 运动时， $\angle APB$ 与 $\angle ADB$ 之间的数量关系是否随之发生变化？若不变化，请写出它们之间的关系，并说明理由；若变化，请写出变化规律；
- (3)当点 P 运动到使 $\angle ACB = \angle ABD$ 时，求出 $\angle ABC$ 的度数。

26. 如图①，直线 $l_1 \parallel l_2$ ，直线 EF 和直线 l_1 、 l_2 分别交于 C 、 D 两点，点 A 、 B 分别在直线 l_1 、 l_2 上，点 P 在直线 EF 上，连接 PA 、 PB 。



图①



图②

- (1) 如图①，若点 P 在线段 CD 上， $\angle PAC = 15^\circ$ ， $\angle PBD = 40^\circ$ ，求 $\angle APB$ 的大小；
- (2) 猜想：如图①，若点 P 在线段 CD 上移动，直接写出 $\angle PAC$ 、 $\angle APB$ 、 $\angle PBD$ 之间的数量关系；
- (3) 探究：如图②，若点 P 不在线段 CD 上，则 (2) 中的数量关系还成立吗？若成立，请说明理由；若不成立，请写出正确的结论并说明理由。

2023年宜兴市宜城中学七年级数学下学期期末总复习一

答案解析

姓名: _____ 班级: _____

一、单选题

1. 下列计算正确的是()

A. $a^3 + a^2 = a^5$ B. $a^3 \cdot a^2 = a^5$ C. $(-a^3) \cdot a^2 = a^5$ D. $(a^3)^2 = a^5$

【答案】B

【分析】根据同底数幂的运算法则和合并同类项法则判断即可

【详解】A、不是同类项，不能合并，故此选项错误，不符合题意；

B、 $a^3 \cdot a^2 = a^{3+2} = a^5$ ，故此选项正确，符合题意；

C、 $(-a^3) \cdot a^2 = (-1)^3 a^3 \cdot a^2 = -a^{3+2} = -a^5$ ，故此选项错误，不符合题意；

D、 $(a^3)^2 = a^{2 \times 3} = a^6$ ，故此选项错误，不符合题意；

故选：B

【点睛】本题考查合并同类项、同底数幂的乘法、积的乘方，幂的乘方，熟练掌握相关法则或方法是关键.

2. 下列因式分解结果正确的是()

A. $10a^3 + 5a^2 = 5a^2(2a+1)$ B. $4x^2 - 9 = (4x+3)(4x-3)$

C. $x^2 - 5x - 6 = (x+6)(x-1)$ D. $a^2 - 2a - 1 = (a-1)^2$

【答案】A

【分析】根据分解因式的方法逐项判断即得答案.

【详解】解：A、 $10a^3 + 5a^2 = 5a^2(2a+1)$ ，故本选项因式分解结果正确；

B、 $4x^2 - 9 = (2x+3)(2x-3)$ ，故本选项因式分解结果错误；

C、 $x^2 - 5x - 6 = (x-6)(x+1)$ ，故本选项因式分解结果错误；

D、 $a^2 - 2a - 1$ 不能分解因式，故本选项结果错误；

故选：A.

【点睛】本题考查了多项式的因式分解，属于基础题型，熟练掌握分解因式的方法是解题的关键.

3. 若 $a > b$ ，则下列不等式不一定成立的是()

A. $2a > 2b$ B. $-a < -b$ C. $a+2 > b+1$ D. $a^2 > b^2$

【答案】D

【分析】根据不等式性质知直接判断即可得到答案.

【详解】解：由题意可得，

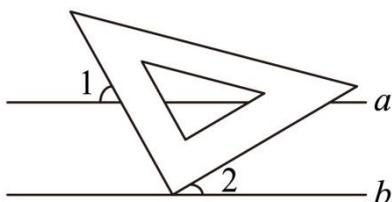
$$\because a > b, \therefore 2a > 2b, -a < -b, a+2 > b+1,$$

当 $a > b > 0$ 时, $a^2 > b^2$,

故选 D.

【点睛】本题考查不等式的性质，解题的关键是熟练掌握不等式的基本性质.

4. 如图，将三角板的直角顶点放在两条平行线 a, b 中的直线 b 上，如果 $\angle 1 = 42^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()

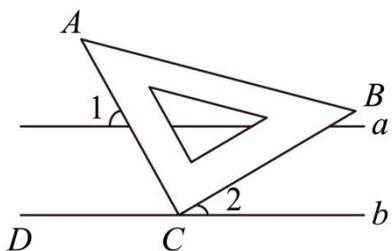


- A. 58° B. 52° C. 48° D. 42°

【答案】C

【分析】由题意得 $\angle ACB = 90^\circ$ ，再由平行线的性质得 $\angle ACD = \angle 1 = 42^\circ$ ，则结合平角的定义即可求 $\angle 2$ 的度数.

【详解】解：如图，



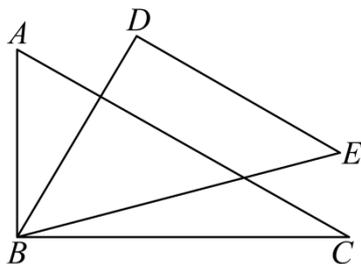
由题意得： $\angle ACB = 90^\circ$ ，

$$\because a \parallel b, \angle 1 = 42^\circ, \therefore \angle ACD = \angle 1 = 42^\circ, \therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle ACD - \angle ACB = 48^\circ.$$

故选：C.

【点睛】本题主要考查平行线的性质，解答的关键是熟记平行线的性质并灵活运用.

5. 一副直角三角板 ($\angle ACB = 30^\circ$, $\angle BED = 45^\circ$) 按如图所示的位置摆放，如果 $AC \parallel DE$ ，那么 $\angle EBC$ 的度数是 ()

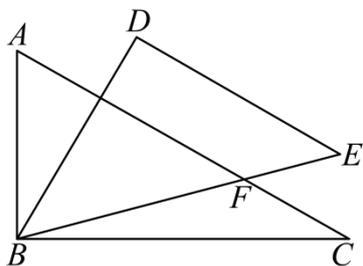


- A. 15° B. 20° C. 30° D. 35°

【答案】A

【分析】根据平行线的性质得出 $\angle AFB = \angle E = 45^\circ$ ，根据三角形外角的性质即可求解.

【详解】解：如图所示，设 AC, BE 交于点 F ，



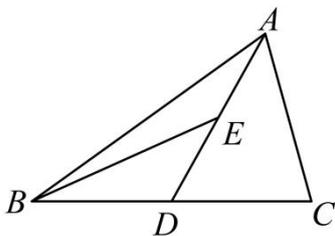
$\because AC \parallel DE, \therefore \angle AFB = \angle E = 45^\circ,$

$\because \angle C = 30^\circ, \therefore \angle EBC = \angle AFB - \angle C = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ,$

故选：A.

【点睛】本题考查了三角形外角的性质，平行线的性质，熟练掌握平行线的性质是解题的关键.

6. 如图已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线， BE 是 $\triangle ABD$ 的中线，若 $\triangle ACD$ 的面积为 20，则 $\triangle ABE$ 的面积为 ()



A. 5

B. 10

C. 15

D. 18

【答案】B

【分析】由 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线得到 $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD}$ ，由 BE 是 $\triangle ABD$ 的中线得到 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle DBE}$ ，

而 $\triangle ACD$ 的面积为 20，由此即可求出 $\triangle ABE$ 的面积.

【详解】解： $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线， $\triangle ACD$ 的面积为 20， $\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = 20,$

$\because BE$ 是 $\triangle ABD$ 的中线， $\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle DBE} = \frac{1}{2} \times 20 = 10,$

故选：B.

【点睛】本题主要考查了中线能把三角形的面积平分，利用这个结论就可以求出三角形的面积.

二、填空题

7. 国内最先进的芯片代工厂是中芯国际，目前快要达到量产 7nm 工艺芯片的技术，而华为下一代的芯片采用的是 5nm 水平， $5\text{nm} = 0.000000005\text{m}$ ，数据 0.000000005 用科学记数法表示为

_____.

【答案】 5×10^{-9}

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数。确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同。

【详解】 $0.000000005 = 5 \times 10^{-9}$

故答案为： 5×10^{-9} 。

【点睛】此题主要考查了科学记数法的表示方法。科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值。

8. 若 $a^{2m+5} \cdot a^{m-3} = a^{17}$ ，则 $m =$ _____。

【答案】5

【分析】根据同底数幂相乘法则直接计算即可得到答案；

【详解】解： $\because a^{2m+5} \cdot a^{m-3} = a^{17}$ ， $\therefore a^{3m+2} = a^{17}$ ， $\therefore 3m+2=17$ ， $\therefore m=5$ ；

故答案为：5。

【点睛】本题考查同底数幂相乘法则： $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ，熟练掌握运算法则是关键。

9. 已知一个多边形的内角和等于 900° ，则这个多边形的边数是_____。

【答案】7

【分析】根据多边形的内角和计算公式作答。

【详解】解：设这个多边形边数为 n ，

依题意，得： $(n-2) \cdot 180^\circ = 900^\circ$ ，解得： $n=7$ ， \therefore 这个多边形的边数是 7。

故答案为：7。

【点睛】本题考查根据多边形的内角和计算公式求多边形的边数， n 边形的内角和为

$(n-2) \cdot 180^\circ$ ($n \geq 3$ 且 n 为整数)。会根据公式进行正确运算、变形和数据处理是解题的关键。

10. 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三条边长，化简 $|a+b-c| + |c-a-b|$ 的结果为_____。

【答案】 $2a+2b-2c$

【分析】先根据三角形的三边关系判断： $a+b-c > 0$ ， $c-a-b < 0$ ，然后化简绝对值，再进行整式的加减计算即可得。

【详解】解： $\because a, b, c$ 是 $\triangle ABC$ 的三条边长， $\therefore a+b-c > 0$ ， $c-a-b < 0$ ，

$\therefore |a+b-c| + |c-a-b| = a+b-c - (c-a-b) = a+b-c-c+a+b = 2a+2b-2c$ ；

故答案为： $2a+2b-2c$ 。

【点睛】本题考查了三角形的三边关系、化简绝对值以及整式的加减运算，根据三角形的三边关系得出 $a+b-c > 0$ ， $c-a-b < 0$ 是解题的关键。

11. 已知 $a+b=4$ ， $ab=2$ ，则 $3a^2b+3ab^2$ 的值为_____。

【答案】24

【分析】先对 $3a^2b+3ab^2$ 进行提公因式 $3ab$ ，再代入求值即可.

【详解】解： $3a^2b+3ab^2=3ab(a+b)$ ；

$\because a+b=4, ab=2, \therefore$ 原式 $=3\times 2\times 4=24$

故答案为：24.

【点睛】此题考查了求代数式的值，解题的关键是整体代入并计算.

12. 命题：“如果 $a=b$ ，那么 $3a=3b$ ”的逆命题是_____，该逆命题是_____(填“真”或“假”)命题.

【答案】 如果 $3a=3b$ ，那么 $a=b$ 真

【分析】先写出命题的逆命题，然后在判断逆命题的真假.

【详解】解：根据题意得：命题“如果 $a=b$ ，那么 $3a=3b$ ”的条件是“ $a=b$ ”，结论是“ $3a=3b$ ”，故逆命题是“如果 $3a=3b$ ，那么 $a=b$ ”，由等式的性质可知：该命题是真命题.

故本题答案为：如果 $3a=3b$ ，那么 $a=b$ ，真.

【点睛】此题考查了命题与定理的知识，写出一个命题的逆命题的关键是分清它的题设和结论，然后将题设和结论交换. 在写逆命题时要用词准确，语句通顺.

13. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x-a < 0 \\ 1-2x \geq 7 \end{cases}$ 的解集是 $x \leq -3$ ，则实数 a 的取值范围是_____.

【答案】 $a > -6$

【分析】首先解每个不等式，然后根据不等式组的解集，即可求得答案.

【详解】解： $\begin{cases} 2x-a < 0 \textcircled{1} \\ 1-2x \geq 7 \textcircled{2} \end{cases}$ ，

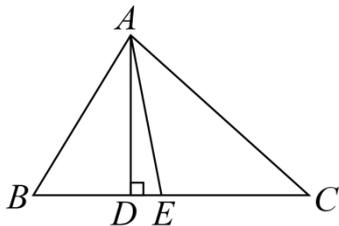
解不等式①得： $x < \frac{a}{2}$ ，

解不等式②得： $x \leq -3$ ，

\because 关于 x 的不等式组的解集是 $x \leq -3$ ， $\therefore \frac{a}{2} > -3$ ，故答案为： $a > -6$.

【点睛】本题考查了一元一次不等式组的解法：解一元一次不等式组时，一般先求出其中各不等式的解集，再求出这些解集的公共部分，解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到.

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=58^\circ$ ， $\angle C=40^\circ$ ， AD 和 AE 分别是它的高和角平分线，则 $\angle DAE =$ _____.



【答案】 9° /9度

【分析】根据三角形的内角和等于 180° 求出 $\angle BAC$ ，再根据角平分线的定义求出 $\angle BAE$ ，再根据三角形高的定义、三角形内角和定理求出 $\angle BAD$ ，然后根据 $\angle DAE = \angle BAE - \angle BAD$ 计算即可得解.

【详解】解： $\because \angle B = 58^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ， $\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 58^\circ - 40^\circ = 82^\circ$ ，

$\because AE$ 是三角形的角平分线， $\therefore \angle BAE = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 82^\circ = 41^\circ$ ，

$\because AD$ 是三角形的高， $\therefore \angle BDA = 90^\circ$ ，

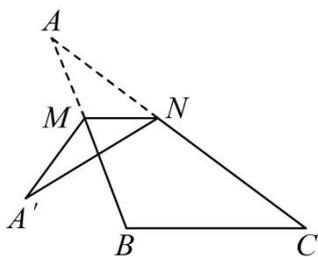
$\therefore \angle BAD = 180^\circ - \angle BDA - \angle B = 180^\circ - 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ$ ，

$\therefore \angle DAE = \angle BAE - \angle BAD = 41^\circ - 32^\circ = 9^\circ$ ，

故答案为： 9° 。

【点睛】本题考查了三角形的内角和定理，三角形的角平分线的定义，高线的定义，是基础题，熟记定理与概念并准确识图，理清图中各角度之间的关系是解题的关键。

15. 如图，点 M ， N 分别在 AB ， AC 上， $MN \parallel BC$ ，将 $\triangle ABC$ 沿 MN 折叠后，点 A 落在点 A' 处. 若 $\angle A' = 28^\circ$ ， $\angle B = 120^\circ$ ，则 $\angle A'NC =$ _____.



【答案】 116°

【分析】根据折叠的性质，得 $\angle A' = \angle A = 28^\circ$ ， $\angle A'NM = \angle ANM$ ，结合 $MN \parallel BC$ 得到 $\angle C = \angle ANM$ ，利用三角形内角和定理和平角的定义计算即可.

【详解】根据折叠的性质，得 $\angle A' = \angle A = 28^\circ$ ， $\angle A'NM = \angle ANM$ ，

$\because MN \parallel BC$ ， $\therefore \angle C = \angle ANM$ ，

$\because \angle B = 120^\circ$ ， $\therefore \angle C = \angle ANM = \angle A'NM = 180^\circ - 120^\circ - 28^\circ = 32^\circ$ ，

$\therefore \angle A'NC = 180^\circ - \angle ANM - \angle A'NM = 180^\circ - 32^\circ - 32^\circ = 116^\circ$ ，

故答案为： 116° 。

【点睛】本题考查了折叠的性质，平行线的性质，三角形内角和定理，熟练掌握折叠的性质，

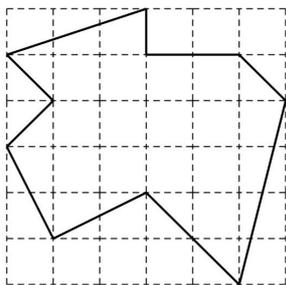
平行线的性质是解题的关键.

16. 在正方形网格中, 格线与格线的交点称为“格点”, 各顶点都在格点上的多边形称为“格点多边形”, 设小正方形的边长均为 1, 则“格点多边形”的面积 S 可用公式 $S = a + \frac{1}{2}b - 1$ 计算, 其中 a 是多边形内部的“格点”数, b 是多边形边界上的“格点”数, 这个公式称为“皮克定理”, 如图所示的 6×6 的正方形网格:

$$\therefore a = 16, b = 12,$$

\therefore 图中格点多边形的面积是 21.

已知一个格点多边形的面积为 14, 且边界上的点数 b 是内部点数 a 的 3 倍, 则 $a + b =$ _____.



【答案】 24

【分析】 一个格点多边形的面积为 14, 且边界上的点数 b 是内部点数 a 的 3 倍, 可列出方程组, 即可得到答案.

【详解】 解: 根据题意得
$$\begin{cases} a + \frac{1}{2}b - 1 = 14 \\ b = 3a \end{cases}, \therefore \begin{cases} a = 6 \\ b = 18 \end{cases}, \therefore a + b = 24.$$

故答案为: 24.

【点睛】 本题主要考查了二元一次方程组的应用, 解题的关键是读懂题意, 能列出方程组.

三、解答题

17. 计算:

(1) $2^{-2} + (\pi - 3.14)^0 - (-1)^{2023}$;

(2) $a^2 \cdot a^4 + (-a^3)^2$.

【答案】 (1) $\frac{9}{4}$

(2) $2a^6$

【分析】 (1) 根据负整数指数幂、零次幂和有理数的乘方法则计算即可;

(2) 先算幂的乘方, 同底数幂的乘法, 最后合并同类项即可.

【详解】 (1) 解: $2^{-2} + (\pi - 3.14)^0 - (-1)^{2023} = \frac{1}{4} + 1 + 1 = \frac{9}{4}$;

(2) 解: $a^2 \cdot a^4 + (-a^3)^2 = a^6 + a^6 = 2a^6$.

【点睛】本题考查实数的混合运算，整式的混合运算，熟练掌握零指数与负整指数幂的运算法则，幂的乘方法则，同底数幂相乘的运算法则是解题的关键。

18. 把下面各式分解因式：

(1) $a(x-y)+3(y-x)$;

(2) $x^3-2x^2y+xy^2$

【答案】(1) $(x-y)(a-3)$

(2) $x(x-y)^2$

【分析】(1) 提取公因式法分解即可。

(2) 先提取公因式法分解，再套用完全平方公式分解即可。

【详解】(1) $a(x-y)+3(y-x)=a(x-y)-3(x-y)=(x-y)(a-3)$ 。

(2) $x^3-2x^2y+xy^2=x(x^2-2xy+y^2)=x(x-y)^2$ 。

【点睛】本题考查了因式分解，熟练掌握先提取公因式法分解，再套用完全平方公式分解是解题的关键。

19. 先化简，再求值： $2(a+1)(a-1)-a(2a+3)$ ，其中 $a=\frac{1}{3}$ 。

【答案】 $-3a-2$ ； -3

【分析】先进行乘法运算，然后去括号，合并同类项可得化简结果，最后代值求解即可。

【详解】解：原式 $=2(a^2-1)-2a^2-3a=2a^2-2-2a^2-3a=-3a-2$ ，

当 $a=\frac{1}{3}$ 时，原式 $=-3\times\frac{1}{3}-2=-3$ ，

∴化简结果为 $-3a-2$ ，值为 -3 。

【点睛】本题考查了平方差公式，整式的运算，代数式求值。解题的关键在于正确的运算。

20. 解方程组：
$$\begin{cases} 10x+3y=17 \\ 8x-3y=1 \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x=1 \\ y=\frac{7}{3} \end{cases}$$

【分析】根据加减消元法解二元一次方程组即可。

【详解】解：
$$\begin{cases} 10x+3y=17 \text{ ①} \\ 8x-3y=1 \text{ ②} \end{cases}$$
 解：①+②得 $18x=18$ ， $x=1$ ，

把 $x=1$ 代入①得 $10+3y=17$ ， $y=\frac{7}{3}$ ，∴原方程组的解是
$$\begin{cases} x=1 \\ y=\frac{7}{3} \end{cases}$$
。

【点睛】本题考查了二元一次方程组的解法—加减消元法，熟练加减消元法解二元一次方程组是解题的关键.

21. 求不等式组 $\begin{cases} 2x-4 < 0 \\ x-2(x-1) \leq 3 \end{cases}$ 的所有整数解.

【答案】-1, 0, 1.

【分析】分别求解不等式，依据“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小无处找”得到不等式组的解集.

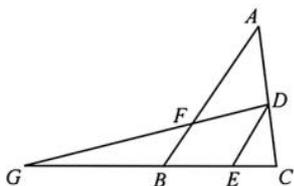
【详解】解：解不等式 $2x-4 < 0$ 得： $x < 2$ ，解不等式 $x-2(x-1) \leq 3$ 得：

$x \geq -1$ ，故不等式组的解集为： $-1 \leq x < 2$ ，

符合条件的整数解有： -1, 0, 1.

【点睛】本题考查了求一元一次不等式组的解集，解题的关键是掌握求解不等式组的步骤.

22. 如图， $\triangle ABC$ 中， D 为 AC 边上一点，过 D 作 $DE \parallel AB$ ，交 BC 于 E ， F 为 AB 边上一点，连接 DF 并延长，交 CB 的延长线于 G ，且 $\angle DFA = \angle A$.



(1) DE 平分 $\angle CDF$ 吗?若是，请证明；若不是，请说明理由.

(2) 若 $\angle C = 80^\circ$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，求 $\angle G$ 的度数.

【答案】(1) DE 平分 $\angle CDF$ ，见解析

(2) 20°

【分析】(1) 根据 $DE \parallel AB$ 得到 $\angle CDE = \angle A$ ， $\angle DFA = \angle FDE$ ，结合 $\angle DFA = \angle A$ ，得到 $\angle CDE = \angle FDE$ 即可.

(2) 先求得 $\angle A = 40^\circ$ ，结合 $\angle BFG = \angle DFA = \angle A$ ，三角形外角性质求解即可.

【详解】(1) DE 平分 $\angle CDF$. 理由如下：

$\because DE \parallel AB$ ， $\therefore \angle CDE = \angle A$ ， $\angle DFA = \angle FDE$ ，

$\because \angle DFA = \angle A$ ， $\therefore \angle CDE = \angle FDE$ ， $\therefore DE$ 平分 $\angle CDF$.

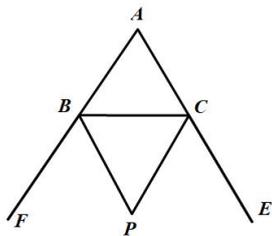
(2) $\because \angle C = 80^\circ$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $\therefore \angle A = 40^\circ$ ，

$\because \angle BFG = \angle DFA = \angle A$ ， $\therefore \angle BFG = 40^\circ$ ，

$\because \angle BFG + \angle G = \angle ABC$ ， $\therefore \angle G = \angle ABC - \angle BFG = 60^\circ - 40^\circ = 20^\circ$.

【点睛】本题考查了平行线的性质，三角形外角性质，三角形内角和定理，对顶角性质，角的平分线的意义，熟练掌握平行线的性质，三角形外角性质，三角形内角和定理是解题的关键.

23. 已知：如图， $\triangle ABC$ 的两个外角平分线 BP 、 CP 交于 P 点.



(1) 若 $\angle A = 64^\circ$ ，求 $\angle P$ 的度数；

(2) $\angle A$ 与 $\angle P$ 有何关系？（只要写出结论）

【答案】 (1) 58°

(2) $\angle P = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$

【分析】 (1) 结合题意，利用三角形内角和定理易得 $\angle ABC + \angle ACB = 116^\circ$ ，再根据三角形外角的定义和性质、角平分线的定义可得 $\angle PBC + \angle PCB = 122^\circ$ ，即可求得 $\angle P$ 的度数；

(2) 由 (1) 的解题步骤即可得出 $\angle A$ 与 $\angle P$ 的关系.

【详解】 (1) 解： $\because \angle A = 64^\circ$ ， $\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 116^\circ$ ，

又 $\because BP$ 为 $\angle CBF$ 的平分线， $\therefore \angle PBC = \frac{1}{2}\angle CBF = \frac{1}{2}(\angle A + \angle ACB)$ ，

同理， $\angle PCB = \frac{1}{2}\angle BCE = \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC)$ ，

$\therefore \angle PBC + \angle PCB = \angle A + \frac{1}{2}(\angle ACB + \angle ABC) = 64^\circ + \frac{1}{2} \times 116^\circ = 122^\circ$ ，

$\therefore \angle P = 180^\circ - (\angle PBC + \angle PCB) = 180^\circ - 122^\circ = 58^\circ$ ；

(2) $\angle P = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$ ，理由如下：

$\because BP$ 、 CP 为 $\triangle ABC$ 的两个外角平分线，

$\therefore \angle PBC = \frac{1}{2}\angle CBF = \frac{1}{2}(\angle A + \angle ACB)$ ， $\angle PCB = \frac{1}{2}\angle BCE = \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC)$ ，

$\therefore \angle PBC + \angle PCB = \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}(\angle A + \angle ACB + \angle ABC)$ ，

又 $\because \angle A + \angle ACB + \angle ABC = 180^\circ$ ， $\therefore \angle PBC + \angle PCB = \frac{1}{2}\angle A + 90^\circ$ ，

$\therefore \angle P = 180^\circ - (\angle PBC + \angle PCB) = 180^\circ - (\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ) = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$.

【点睛】 本题主要考查了角平分线的定义、三角形内角和定理以及三角形外角的定义和性质，熟练掌握相关知识是解题关键.

24. 新冠肺炎期间，某超市将购进一批口罩进行销售，已知购进4盒甲口罩和6盒乙口罩需260元，购进5盒甲口罩和4盒乙口罩需220元. 两种口罩以相同的售价销售，当售价为40元时，乙口罩可销售100盒，售价每提高1元，乙口罩少销售5盒.

(1)求甲、乙两种口罩每盒的进价分别为多少元?

(2)当乙口罩的售价为多少元时,乙口罩的销售总利润最大?

【答案】(1)甲、乙两种口罩每盒的进价分别为20元、30元

(2)乙口罩的售价为45元时,乙口罩的销售总利润最大,最大为1125元

【分析】(1)设甲、乙两种口罩每盒的进价分别为 x 元、 y 元根据题意列方程组即可解答;

(2)设乙口罩的销售总利润 w 元,乙口罩的售价为 m 元根据题意列出关系式即可解答.

【详解】(1)解:设甲、乙两种口罩每盒的进价分别为 x 元、 y 元,根据题意可得:

$$\begin{cases} 4x+6y=260 \\ 5x+4y=220 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} x=20 \\ y=30 \end{cases}$$

答:甲、乙两种口罩每盒的进价分别为20元、30元;

(2)解:设乙口罩的销售总利润 w 元,乙口罩的售价为 m 元,

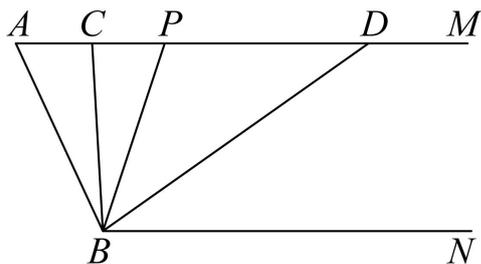
由题意得: $w = [100 - 5(m - 40)](m - 30) = -5(m - 45)^2 + 1125$,

∴当 $m = 45$ 时,乙口罩的销售总利润最大值为1125元;

答:乙口罩的售价为45元时,乙口罩的销售总利润最大,最大为1125元.

【点睛】本题考查了二元一次方程组与实际问题,二次函数与实际问题,读懂题意明确数量关系是解题的关键.

25. 如图,已知 $\angle MAB = 56^\circ$,点 B (与点 A 不重合)是 AB 边上一点,作 $BN \parallel AM$,点 P 是射线 AM 上一动点(与点 A 不重合), BC 、 BD 分别平分 $\angle ABP$ 和 $\angle PBN$,分别交射线 AM 于点 C , D .



(1)求 $\angle ABN$, $\angle CBD$ 的度数;

(2)探究:当点 P 运动时, $\angle APB$ 与 $\angle ADB$ 之间的数量关系是否随之发生变化?若不变化,请写出它们之间的关系,并说明理由;若变化,请写出变化规律;

(3)当点 P 运动到使 $\angle ACB = \angle ABD$ 时,求出 $\angle ABC$ 的度数.

【答案】(1) 124° , 62°

(2)不变, $\angle APB = 2\angle ADB$,理由见解析

(3) 31°

【分析】(1)由平行线的性质:两直线平行同旁内角互补可得 $\angle ABN$; $\angle ABP + \angle PBN = 124^\circ$,

再根据角平分线的定义知 $\angle ABP = 2\angle CBP$ ， $\angle PBN = 2\angle DBP$ ，可得 $2\angle CBP + 2\angle DBP = 124^\circ$ ，进而可得 $\angle CBD = \angle CBP + \angle DBP = 62^\circ$ ；

(2) 由 $BN \parallel AM$ 得 $\angle APB = \angle PBN$ ， $\angle ADB = \angle DBN$ ，根据 BD 平分 $\angle PBN$ ，知 $\angle PBN = 2\angle DBN$ ，从而可得 $\angle APB : \angle ADB = 2 : 1$ ；

(3) 由 $BN \parallel AM$ 得 $\angle ACB = \angle CBN$ ，当 $\angle ACB = \angle ABD$ 时有 $\angle CBN = \angle ABD$ ，得 $\angle ABC + \angle CBD = \angle CBD + \angle DBN$ ，即 $\angle ABC = \angle DBN$ ，根据 $\angle ABN = 124^\circ$ ， $\angle CBD = 62^\circ$ ，可得答案。

【详解】(1) 解：∵ $BN \parallel AM$ ， $\angle MAB = 56^\circ$ ，∴ $\angle MAB + \angle ABN = 180^\circ$ ，

∴ $\angle ABN = 180^\circ - 56^\circ = 124^\circ$ ；∴ $\angle ABP + \angle PBN = 124^\circ$ ，

∵ BC 、 BD 分别平分 $\angle ABP$ 和 $\angle PBN$ ，∴ $\angle ABP = 2\angle CBP$ ， $\angle PBN = 2\angle DBP$ ，

∴ $2\angle CBP + 2\angle DBP = 124^\circ$ ，

∴ $\angle CBD = \angle CBP + \angle DBP = 62^\circ$ ；

(2) 解：不变， $\angle APB = 2\angle ADB$ 。理由如下：

∵ $BN \parallel AM$ ，∴ $\angle APB = \angle PBN$ ， $\angle ADB = \angle DBN$ ，

∵ BD 平分 $\angle PBN$ ，∴ $\angle PBN = 2\angle DBN$ ，

∴ $\angle APB : \angle ADB = 2 : 1$ ，

∴ $\angle APB = 2\angle ADB$ ；

(3) 解：∵ $BN \parallel AM$ ，∴ $\angle ACB = \angle CBN$ ，

当 $\angle ACB = \angle ABD$ 时，则有 $\angle CBN = \angle ABD$ ，

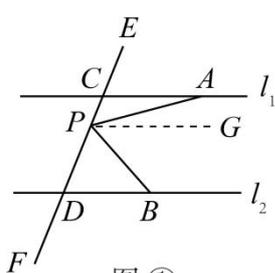
∴ $\angle ABC + \angle CBD = \angle CBD + \angle DBN$ ，

∴ $\angle ABC = \angle DBN$ ，

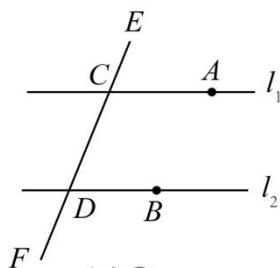
由 (1) 可知 $\angle ABN = 124^\circ$ ， $\angle CBD = 62^\circ$ ，∴ $\angle ABC + \angle DBN = 62^\circ$ ，∴ $\angle ABC = 31^\circ$ 。

【点睛】本题主要考查平行线的性质和角平分线的定义，熟练掌握平行线的性质是解题的关键。

26. 如图①，直线 $l_1 \parallel l_2$ ，直线 EF 和直线 l_1 、 l_2 分别交于 C 、 D 两点，点 A 、 B 分别在直线 l_1 、 l_2 上，点 P 在直线 EF 上，连接 PA 、 PB 。



图①



图②

(1) 如图①，若点 P 在线段 CD 上， $\angle PAC = 15^\circ$ ， $\angle PBD = 40^\circ$ ，求 $\angle APB$ 的大小；

(2)猜想：如图①，若点 P 在线段 CD 上移动，直接写出 $\angle PAC$ 、 $\angle APB$ 、 $\angle PBD$ 之间的数量关系；

(3)探究：如图②，若点 P 不在线段 CD 上，则 (2) 中的数量关系还成立吗？若成立，请说明理由；若不成立，请写出正确的结论并说明理由。

【答案】(1) $\angle APB = 55^\circ$

(2) $\angle APB = \angle PAC + \angle PBD$

(3)不成立，当点 P 不在线段 DC 上时， $\angle APB = \angle PBD - \angle PAC$ 或 $\angle APB = \angle PAC - \angle PBD$ ，理由见解析

【分析】(1) 根据平行线的性质和 $\angle PAC = 15^\circ$ ， $\angle PBD = 40^\circ$ 即可得 $\angle APB$ 的大小。

(2) 如图①所示：结合猜想即可得出 $\angle PAC$ 、 $\angle APB$ 、 $\angle PBD$ 之间的数量关系。

(3) 如图②所示：分两种情况画出图形，当点 P 在 DC 延长线上时或当点 P 在 CD 延长线上时，结合探究过程即可写出 $\angle PAC$ 、 $\angle APB$ 、 $\angle PBD$ 之间的数量关系

【详解】(1) 如图①所示：过点 P 作 $PG \parallel l_1$ ，

$\because PG \parallel l_1, \angle PAC = 15^\circ, \therefore \angle APG = \angle CAP = 15^\circ,$

$\because l_1 \parallel l_2, \therefore PG \parallel l_2,$

$\because \angle PBD = 40^\circ, \therefore \angle GPB = \angle PBD = 40^\circ,$

$\therefore \angle APB = \angle APG + \angle BPG = 15^\circ + 40^\circ = 55^\circ.$

(2) 猜想： $\angle APB = \angle PAC + \angle PBD$

如图①所示：过点 P 作 $PG \parallel l_1$ ，

$\because PG \parallel l_1, \therefore \angle APG = \angle PAC,$

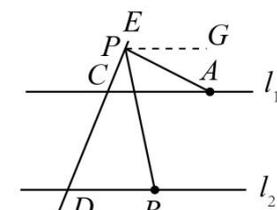
$\because l_1 \parallel l_2, \therefore PG \parallel l_2,$

$\therefore \angle GPB = \angle PBD,$

$\therefore \angle APB = \angle APG + \angle GPB = \angle PAC + \angle PBD.$

(3) 不成立。

①当点 P 在 DC 延长线上时，有 $\angle APB = \angle PBD - \angle PAC$ 。理由如下：



图②

过点 P 作 $PG \parallel l_1$, $\therefore \angle PAC = \angle APG$,

$\because l_1 \parallel l_2$, $\therefore PG \parallel l_2$, $\therefore \angle PBD = \angle GPB$, $\therefore \angle APB = \angle GPB - \angle APG = \angle PBD - \angle PAC$,

②当点 P 在 CD 延长线上时, 有 $\angle APB = \angle PAC - \angle PBD$. 理由如下:

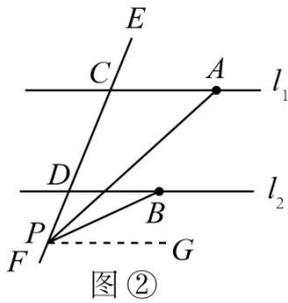


图 ②

过点 P 作 $PG \parallel l_1$, $\therefore l_1 \parallel l_2 \parallel PG$,

$\therefore \angle APG = \angle PAC$, $\angle BPG = \angle PBD$,

$\therefore \angle APB = \angle APG - \angle BPG = \angle PAC - \angle PBD$,

\therefore 综上所述: 当点 P 不在线段 DC 上时,

$\angle APB = \angle PBD - \angle PAC$ 或 $\angle APB = \angle PAC - \angle PBD$.

【点睛】本题主要考查了平行线的性质, 掌握好平行线的性质是解本题的关键.

