

### 3月练习·七年级数学

考试时间：90分钟 满分分值：120分

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分。在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，请用2B铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑）

1. 下列图案中，能看成是由一个基本图案经过平移得到的（ ）



【答案】C

【解析】

【分析】根据平移的定义与性质，即可得到答案。

【详解】A、是轴对称图形，通过翻转得到，不合题意；

B、是中心对称图形，不合题意；

C、是通过平移得到的图形，符合题意；

D、是通过旋转得到的图形，不合题意。

故选：C。

【点睛】本题考查平移的定义与性质，定义：把图形的整体沿一个方向移动一定的距离，得到一个新图形；

性质：对应点之间的线段互相平行。解题的关键是掌握平移的定义和性质。

2. 下列运算正确的是（ ）

A.  $a^4 + a^5 = a^9$

B.  $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$

C.  $a^8 \div a^4 = a^2$

D.  $(-2a^2)^3 = -8a^6$

【答案】D

【解析】

【分析】利用合并同类项的法则，同底数幂的乘法和除法的法则，幂的乘方与积的乘方的法则对各项进行运算即可。

【详解】解：A、两项不是同类项，不能合并，故不符合题意；

B、 $a^3 \cdot a^4 = a^7$ ，故不符合题意；

C、 $a^8 \div a^4 = a^4$ ，故不符合题意；

D、 $(-2a^2)^3 = -8a^6$ ，故符合题意；

故选：D.

【点睛】本题主要考查合并同类项，幂的乘方与积的乘方，同底数幂的乘除法，解题的关键是对相应的运算法则的掌握.

3. 内角和为 $900^\circ$ 的多边形的边数是 ( )

A. 5                                      B. 6                                      C. 7                                      D. 8

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了多边形内角和，掌握多边形内角和公式是解题关键. 设个多边形的边数为 $x$ ，根据内角和列方程求解即可.

【详解】解：设个多边形的边数为 $x$ ，

$$\text{则 } (x-2) \cdot 180^\circ = 900^\circ,$$

解得：  $x = 7$ ，

故选：C.

4. 若等腰三角形的两边长分别为2和5，则它的周长为 ( )

A. 9                                      B. 7                                      C. 12                                      D. 9 或 12

【答案】C

【解析】

【分析】此题考查了求等腰三角形的周长，即是确定等腰三角形的腰与底的长求周长；题目给出等腰三角形有两条边长为2和5，而没有明确腰、底分别是多少，所以要进行讨论，还要应用三角形的三边关系验证能否组成三角形.

【详解】解：(1) 若2为腰长，5为底边长，

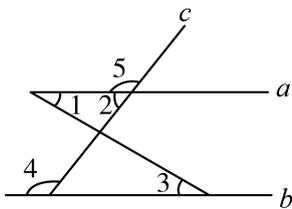
由于 $2+2 < 5$ ，则三角形不存在；

(2) 若5为腰长，则 $2+5 > 5$ ，符合三角形的两边之和大于第三边.

所以这个三角形的周长为 $5+5+2 = 12$ .

故选：C.

5. 如图，下列条件中，不能判断直线 $a \parallel b$ 的是 ( )



- A.  $\angle 1 = \angle 3$                       B.  $\angle 2 = \angle 3$                       C.  $\angle 4 = \angle 5$                       D.  $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的判定，根据同位角相等，两直线平行；内错角相等，两直线平行；同旁内角互补，两直线平行对各选项进行判断即可。

- 【详解】 解：A. 当  $\angle 1 = \angle 3$  时， $a \parallel b$ ，故选项 A 不符合题意；  
 B. 当  $\angle 2 = \angle 3$  时，无法判断  $a$  与  $b$  平行，故选项 B 符合题意；  
 C. 当  $\angle 4 = \angle 5$  时， $a \parallel b$ ，故选项 C 不符合题意；  
 D. 当  $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$  时， $a \parallel b$ ，故选项 D 不符合题意；

故选： B.

6. 若一个三角形的 3 个外角的度数之比  $2:3:4$ ，则与之对应的 3 个内角的度数之比为 ( )

- A.  $3:2:4$                       B.  $4:3:2$                       C.  $5:3:1$                       D.  $3:1:5$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查了三角形的外角及其性质及三角形的外角与它相邻的内角互补的知识，设三角形的 3 个外角度数分别为  $2x$ 、 $3x$ 、 $4x$ ，根据三角形的外角及其性质解出三角形的 3 个外角度数分别为  $80^\circ$ 、 $120^\circ$ 、 $160^\circ$ ，再求出对应的内角，即可得出对应的 3 个内角的度数之比。

- 【详解】 解：设三角形的 3 个外角度数分别为  $2x$ 、 $3x$ 、 $4x$ ，  
 根据题意得  $2x + 3x + 4x = 360^\circ$ ，解得  $x = 40^\circ$ ，  
 所以三角形的 3 个外角度数分别为  $80^\circ$ 、 $120^\circ$ 、 $160^\circ$ ，  
 则对应的三角形的 3 个内角度数分别为  $100^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $20^\circ$ ，  
 所以对应的 3 个内角的度数之比为  $100^\circ:60^\circ:20^\circ = 5:3:1$ 。

故选： C.

7. 下列说法中，正确的个数为 ( )

- ① 三角形的高线、中线、角平分线都是线段；  
 ② 多边形最多有 3 个锐角；  
 ③ 在  $\triangle ABC$  中，若  $\angle A = 2\angle B = 3\angle C$ ，则  $\triangle ABC$  是钝角三角形；

④一个多边形的边数每增加一条，这个多边形的内角和增加 $180^\circ$ ，外角和不变。

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了三角形的“三线”，内角和定理，外角和，熟练掌握基本知识点是解决本题的关键。

本题中一次判断每一项即可。

【详解】解：①三角形的高线、中线、角平分线都是线段，符合题意；

②若多边形锐角个数大于等于4个的话，则外角就会有大于等于4个的钝角，则外角和就大于 $360^\circ$ ，不满足多边形外角和 $360^\circ$ ，因此多边形最多有3个锐角，故符合题意；

③在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A = 2\angle B = 3\angle C$ ，则 $\angle A + \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{3}\angle A = 180^\circ$ ，解得 $\angle A = \frac{1080^\circ}{11} > 90^\circ$ ，故符合

题意；

④一个多边形的边数每增加一条，内角和增加 $180^\circ$ ，外角和不变，符合题意。

所以：①②③④都正确，

故选：D。

8. 已知 $a, b, c$ 为正整数，且满足 $2^a \times 3^b \times 4^c = 384$ ，则 $a+b+c$ 的取值不可能是（ ）

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了幂的运算，将原方程化为 $2^{a+2c} \cdot 3^b = 2^7 \cdot 3$ ，得到 $a+2c=7, b=1$ ，再根据 $a, b, c$ 为正整数，求出 $a, c$ 的值，进而求出答案。

【详解】解：根据题意得： $2^{a+2c} \cdot 3^b = 2^7 \cdot 3$ ，

$\therefore a+2c=7, b=1$ ，

$\because a, b, c$ 为正整数，

$\therefore$ 当 $c=1$ 时， $a=5$ ；则有： $a+b+c=5+1+1=7$ ；

当 $c=2$ 时， $a=3$ ；则有： $a+b+c=3+1+2=6$ ；

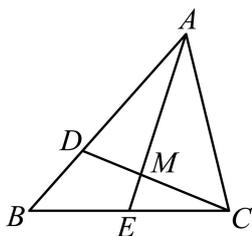
当 $c=3$ 时， $a=1$ ，则有： $a+b+c=1+1+3=5$ ；

$\therefore a+b+c$ 不可能为8。

故选：D。

9. 如图， $\triangle ABC$ 中，点 $D, E$ 分别在边 $AB$ 和 $BC$ 上， $AD=2BD, BE=EC$ ， $AE$ 和 $CD$ 相交于点 $M$ ，

$\triangle ADM$  比  $\triangle CEM$  的面积大 2，则  $\triangle ABC$  的面积为 ( )



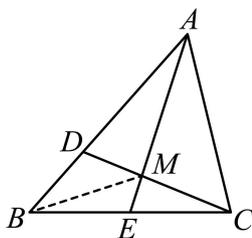
- A. 8                                      B. 10                                      C. 12                                      D. 16

**【答案】** C

**【解析】**

**【分析】** 本题主要考查了三角形的等分线、一元一次方程的应用. 连接  $BM$ ，设  $S_{\triangle CEM} = x$ ，则  $S_{\triangle ADM} = x + 2$ ，然后再根据三角形的等分线的性质表示出  $S_{\triangle CEM} = S_{\triangle BEM} = x$ 、 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ACE}$ 、 $S_{\triangle ACD} = 2S_{\triangle BCD}$ 、 $S_{\triangle BDM} = \frac{1}{2}(x + 2)$ ，进而表示出  $S_{\triangle BDC} = \frac{5x}{2} + 1$ 、 $S_{\triangle ACD} = \frac{5}{2}x + 5$ 、 $S_{\triangle ABC} = 5x + 6$ ，再根据  $S_{\triangle ACD} = 2S_{\triangle BCD}$  列出关于  $x$  的方程并求解，最后将  $x$  的值代入计算即可.

**【详解】** 解：如图：连接  $BM$ ，



设  $S_{\triangle CEM} = x$ ，则  $S_{\triangle ADM} = x + 2$ ，

$\because BE = EC$ ，

$\therefore S_{\triangle CEM} = S_{\triangle BEM} = x$ ， $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ACE}$ ，

$\because AD = 2BD$ ，

$\therefore S_{\triangle ADM} = 2S_{\triangle BDM}$ ， $S_{\triangle ACD} = 2S_{\triangle BCD}$ ，

$\therefore S_{\triangle BDM} = \frac{1}{2}(x + 2)$ ，

$\therefore S_{\triangle BDC} = S_{\triangle BDM} + S_{\triangle BEM} + S_{\triangle MEC} = \frac{1}{2}(x + 2) + x + x = \frac{5x}{2} + 1$ ，

$S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ACM} + S_{\triangle CEM} = x + \frac{3}{2}x + 3 = \frac{5}{2}x + 5$ ， $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACD} + S_{\triangle BCD} = \frac{5}{2}x + 5 + \frac{5}{2}x + 1 = 5x + 6$ ，

$\therefore S_{\triangle ACD} = 2S_{\triangle BCD}$ ，

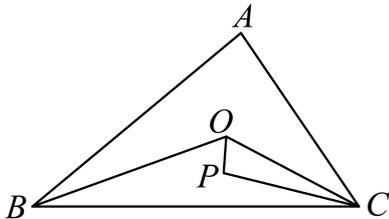
$$\therefore \frac{5}{2}x + 5 = 2\left(\frac{5x}{2} + 1\right),$$

解得：  $x = 1.2$ ，

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 5x + 6 = 5 \times 1.2 + 6 = 12.$$

故选： C.

10. 如图，在  $\triangle ABC$  中，  $\angle A = 84^\circ$ ，点  $O$  是  $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$  角平分线的交点，点  $P$  是  $\angle BOC$ 、 $\angle OCB$  角平分线的交点，若  $\angle P = 100^\circ$ ，则  $\angle ACB$  的度数是（ ）



A.  $56^\circ$

B.  $60^\circ$

C.  $64^\circ$

D.  $42^\circ$

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了角平分线的定义，三角形内角和定理，找出角度之间的数量关系是解题关键. 由三角形内角和定理，得到  $\angle OCP + \angle COP = 80^\circ$ ，再结合角平分线的定义，得到  $\angle BOC + \angle OCB = 160^\circ$ ，进而得出  $\angle ABC = 2\angle OBC = 40^\circ$ ，即可求出  $\angle ACB$  的度数.

【详解】 解：  $\because \angle P = 100^\circ$ ，

$$\therefore \angle OCP + \angle COP = 80^\circ,$$

$\because$  点  $P$  是  $\angle BOC$ 、 $\angle OCB$  角平分线的交点，

$$\therefore \angle BOC = 2\angle COP, \quad \angle OCB = 2\angle OCP,$$

$$\therefore \angle BOC + \angle OCB = 2\angle COP + 2\angle OCP = 2(\angle COP + \angle OCP) = 160^\circ,$$

$$\therefore \angle OBC = 20^\circ,$$

$\because OB$  平分  $\angle ABC$ ，

$$\therefore \angle ABC = 2\angle OBC = 40^\circ,$$

$$\because \angle A = 84^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - \angle A - \angle ABC = 56^\circ,$$

故选： A

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分. 不需写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卡上相应的位置）

11. 某个小微粒的直径为0.00000384mm，用科学记数法表示这个数为\_\_\_\_\_.

【答案】  $3.48 \times 10^{-6}$

【解析】

【分析】绝对值小于1的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的0的个数所决定.

【详解】解：  $0.00000384 = 3.84 \times 10^{-6}$ ，

故答案为：  $3.84 \times 10^{-6}$ .

【点睛】边本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， $n$ 为由原数左起第一个不为零的数字前面的0的个数所决定.

12. 计算 $(2xy^2)^3$ 的结果是\_\_.

【答案】  $8x^3y^6$

【解析】

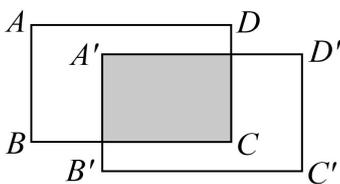
【分析】本题考查积的乘方的性质，幂的乘方的性质，熟练掌握运算性质是解题的关键.

根据积的乘方，等于把积的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘；幂的乘方，底数不变指数相乘计算.

【详解】解：  $(2xy^2)^3 = 8x^3y^6$ ，

故答案为：  $8x^3y^6$ .

13. 如图，将长为6，宽为4的长方形ABCD先向右平移2，再向下平移1，得到长方形A'B'CD'，则阴影部分的面积为\_\_\_\_\_.



【答案】 12

【解析】

【分析】本题主要考查图形的平移，掌握图形平移求线段长度的方法是解题的关键.

根据图形移动可求出 $A'B'$ ， $B'C$ 的长，根据几何图形面积的计算方法即可求解.

【详解】解：由题意可得，阴影部分是矩形，长 $B'C = 6 - 2 = 4$ ，宽 $A'C = 4 - 1 = 3$ ，

$\therefore$ 阴影部分的面积  $= 4 \times 3 = 12$ ，

故答案为：12.

14. 若三条线段  $a, b, c$  可组成三角形，且  $a=4, b=7, c$  是奇数，则  $c$  的值为\_\_.

【答案】5 或 7 或 9

【解析】

【分析】本题考查了三角形的三边关系. 根据三角形的三边关系“任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边”，求得第三边  $c$  的取值范围，再进一步根据  $c$  是奇数进行分析求解.

【详解】解：根据三角形的三边关系，得

$$7-4 < c < 7+4,$$

$$\therefore 3 < c < 11,$$

又  $c$  是奇数，则  $c=5$  或  $7$  或  $9$ .

故答案为：5 或 7 或 9.

15. 若  $a+2b+2=0$ ，则  $3^a \cdot 9^b$  的值为 \_\_\_\_.

【答案】 $\frac{1}{9}$

【解析】

【分析】本题考查了幂的运算，同底数幂的乘法，幂的乘方，负整数指数幂，熟练掌握知识点是解决本题的关键.

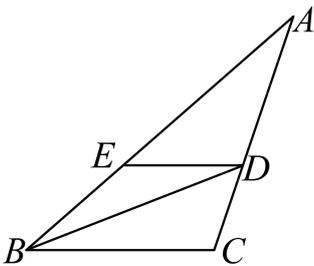
本题中  $3^a \cdot 9^b$  先用幂的乘方化简，再用同底数幂的乘法化简，最后将  $a+2b+2=0$  移项代入即可.

【详解】解：由  $a+2b+2=0$  得：  $a+2b=-2$

$$3^a \cdot 9^b = 3^a \cdot 3^{2b} = 3^{a+2b} = 3^{-2} = \frac{1}{9},$$

故答案为： $\frac{1}{9}$ .

16. 如图， $BD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线， $DE \parallel BC$ ，交  $AB$  于点  $E$ . 若  $\angle A=30^\circ$ ， $\angle BDC=50^\circ$ ，则  $\angle BDE$  的度数是\_\_\_\_\_.



【答案】 $20^\circ$  ## 20 度

【解析】

【分析】利用三角形的外角性质先求出  $\angle ABD$ ，再根据角平分线的定义，可得  $\angle DBC = \angle ABD$ ，然后根据平行线的性质即可得出答案。

【详解】 $\because \angle A = 30^\circ, \angle BDC = 50^\circ,$

$$\therefore \angle ABD = \angle BDC - \angle A = 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ$$

$\because BD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线，

$$\therefore \angle DBC = \angle ABD = 20^\circ$$

$\because DE \parallel BC,$

$$\therefore \angle BDE = \angle DBC = 20^\circ$$

故答案为： $20^\circ$ 。

【点睛】本题考查了三角形的外角、角平分线的计算以及平行线的性质，根据图形找到角之间的关系是解题的关键。

17. 已知  $(2a-1)^{a+2} = 1$ ，则整数  $a$  的值为\_\_。

【答案】-2 或 0 或 1

【解析】

【分析】本题考查了乘方以及零次幂运算，分类讨论，然后逐一列式计算，即可作答。

【详解】解： $\because (2a-1)^{a+2} = 1$

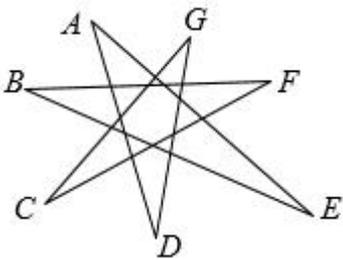
$\therefore$  当  $2a-1 \neq 0, a+2=0$  时，解得  $a=-2$ ；

当  $2a-1=-1$ ，则  $a=0$ ，此时  $(2a-1)^{a+2} = (-1)^2 = 1$ ，满足题意，即  $a=0$

当  $2a-1=1$ ，解得  $a=1$ ，此时  $(2a-1)^{a+2} = 1^3 = 1 (2a-1)^{a+2} = 1^3 = 1$ ，满足题意，即  $a=1$

故答案为：-2 或 0 或 1

18. 如图， $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G =$  \_\_\_\_\_。

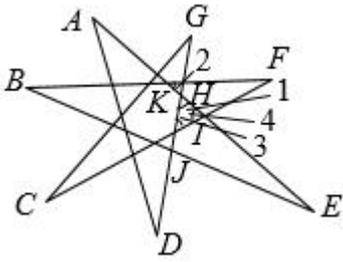


【答案】 $180^\circ$

【解析】

【分析】利用三角形的外角性质以及三角形内角和定理即可求解。

【详解】如图：



$\angle 1$  是  $\triangle ADH$  的一个外角,  $\therefore \angle 1 = \angle A + \angle D$ ,

同理:  $\angle 2 = \angle B + \angle E$ ,  $\angle 3 = \angle C + \angle G$ ,  $\angle 4 = \angle 2 + \angle F$ ,

$\therefore \angle 1 + \angle 3 + \angle 4 = \angle A + \angle D + \angle C + \angle G + \angle 2 + \angle F$

$= \angle A + \angle D + \angle C + \angle G + \angle B + \angle E + \angle F$

$= 180^\circ$ ,

$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G = 180^\circ$ .

故答案为:  $180^\circ$ .

**【点睛】** 本题考查了三角形的外角性质以及三角形内角和定理, 正确的识别图形是解题的关键.

### 三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 66 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. 计算:

(1)  $x^3 \cdot x \div x^2$ ;

(2)  $a \cdot a^2 \cdot a^3 - a^6$ ;

(3)  $(\pi - 3)^0 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + (-1)^{2024}$ ;

(4)  $(-3a)^2 \cdot a^4 + (-2a^2)^3$ .

**【答案】** (1)  $x^2$

(2) 0      (3) -7

(4)  $a^6$

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了实数的混合运算以及整式的混合运算, 正确掌握相关性质内容是解题的关键.

(1) 先算同底数幂相乘, 再算同底数幂相除, 即可作答.

(2) 先算同底数幂相乘、相除, 再合并同类项, 即可作答.

(3) 先化简零次幂、负整数指数幂、以及乘方运算, 再运算加减, 即可作答.

(4) 先分别运算积的乘方, 再算乘法, 最后运算加减, 即可作答.

**【小问 1 详解】**

解：  $x^3 \cdot x \div x^2 = x^4 \div x^2 = x^2$ ；

**【小问 2 详解】**

解：  $a \cdot a^2 \cdot a^3 - a^6 = a^6 - a^6 = 0$

**【小问 3 详解】**

解：  $(\pi - 3)^0 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + (-1)^{2024}$

$= 1 - 9 + 1$

$= -7$ ；

**【小问 4 详解】**

解：  $(-3a)^2 \cdot a^4 + (-2a^2)^3$

$= 9a^2 \cdot a^4 + (-8a^6)$

$= 9a^6 + (-8a^6)$

$= a^6$

20. 已知  $a^m = 6$ ， $a^n = 2$ ，求下列各式的值：

(1)  $a^{2m} + a^{3n}$ ；

(2)  $a^{m+2n}$ ；

(3)  $a^{2m-n}$ 。

**【答案】** (1) 44      (2) 24

(3) 18

**【解析】**

**【分析】** 本题主要考查了幂的运算，解题的关键是熟练掌握同底数幂乘除法和幂的乘方运算以及逆运算法则。

(1) 根据幂的乘方运算及逆运算法则进行计算即可；

(2) 根据同底数幂乘法和幂的乘方运算及逆运算法则进行计算即可；

(3) 根据同底数幂除法和幂的乘方运算及逆运算法则进行计算即可。

**【小问 1 详解】**

解：原式 =  $(a^m)^2 + (a^n)^3 = 6^2 + 2^3 = 44$ ；

【小问 2 详解】

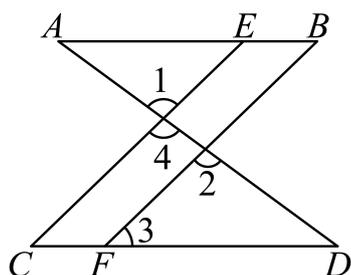
解：原式 =  $a^m \cdot a^{2n} = a^m \cdot (a^n)^2 = 6 \times 2^2 = 24$ ；

【小问 3 详解】

解：原式 =  $(a^m)^2 \div a^n = 6^2 \div 2 = 18$ 。

21. 将下面的推理过程及依据补充完整。

已知：如图， $AB \parallel CD$ ，点  $E$  在  $AB$  上，点  $F$  在  $CD$  上， $\angle 1 = \angle 2$ ，求证： $\angle B = \angle C$ 。



证明： $\because \angle 1 = \angle 2$ （已知）

$\angle 1 = \angle 4$ （\_\_\_\_\_）

$\therefore \angle 2 = \angle 4$ （\_\_\_\_\_）

$\therefore CE \parallel BF$ （\_\_\_\_\_）

$\therefore \angle 3 = \angle$ \_\_\_\_\_（两直线平行，同位角相等）

又 $\because AB \parallel CD$ （已知）

$\therefore \angle 3 = \angle B$ （\_\_\_\_\_）

$\therefore$ \_\_\_\_\_（等量代换）。

【答案】对顶角相等；等量代换；同位角相等，两直线平行； $C$ ；两直线平行，内错角相等； $\angle B = \angle C$

【解析】

【分析】此题考查平行线的判定和性质，关键是根据平行线的判定和性质解答。根据平行线的判定和性质解答即可。

【详解】证明： $\because \angle 1 = \angle 2$ （已知）

$\angle 1 = \angle 4$ （对顶角相等）

$\therefore \angle 2 = \angle 4$ （等量代换）

$\therefore CE \parallel BF$ （同位角相等，两直线平行）

$\therefore \angle 3 = \angle C$ （两直线平行，同位角相等）

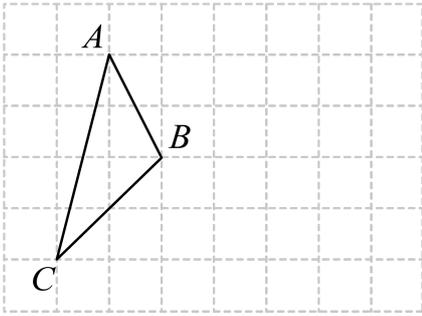
又 $\because AB \parallel CD$  (已知)

$\therefore \angle 3 = \angle B$  (两直线平行, 内错角相等)

$\therefore \angle B = \angle C$  (等量代换).

故答案为: 对顶角相等; 等量代换; 同位角相等, 两直线平行;  $C$ ; 两直线平行, 内错角相等;  $\angle B = \angle C$

22. 如图, 在方格纸中, 每个小正方形的边长均为 1 个单位长度,  $\triangle ABC$  的三个顶点就是小正方形的格点. 将  $\triangle ABC$  向右平移 4 个单位长度再向下平移 1 个单位长度, 得到  $\triangle A'B'C'$ .



(1) 请在方格纸中画出平移后的  $\triangle A'B'C'$ ;

(2) 在  $\triangle ABC$  中, 画出  $AB$  边上的高  $CN$ ;

(3)  $\triangle ABC$  的面积是\_\_\_\_\_.

(4) 在图中能使  $S_{\triangle PBC} = S_{\triangle ABC}$  的格点  $P$  的个数有\_\_\_\_\_个. (点  $P$  异于点  $A$ )

**【答案】** (1) 见解析 (2) 见解析

(3) 3 (4) 9

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了平移作图, 画三角形的高, 割补法求面积以及平行线间的距离, 利用所学知识正确作图是解题关键.

(1) 根据平移的性质作图即可;

(2) 根据三角形的高的定义作图即可;

(3) 利用割补法求三角形面积即可;

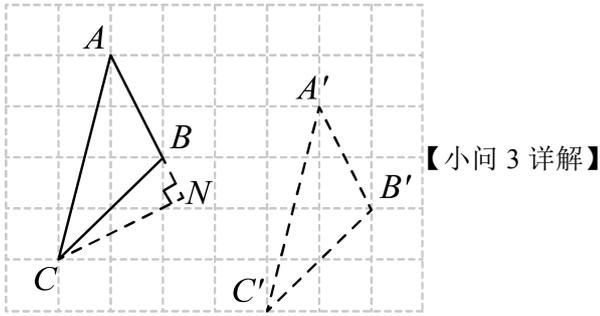
(4) 根据平行线间的距离相等求解即可.

**【小问 1 详解】**

解: 如图,  $\triangle A'B'C'$  即为所求作;

**【小问 2 详解】**

解: 如图,  $CN$  即为所求作;



解：  $\triangle ABC$  的面积  $= 2 \times 4 - \frac{1}{2} \times 1 \times 4 - \frac{1}{2} \times 1 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 8 - 2 - 1 - 2 = 3$ ,

故答案为：3；

【小问4 详解】

解：如图，过点  $A$  作直线  $l \parallel BC$ ，作点  $A$  关于点  $B$  的中心对称点  $A_1$ ，过  $A_1$  作直线  $m \parallel BC$ ，

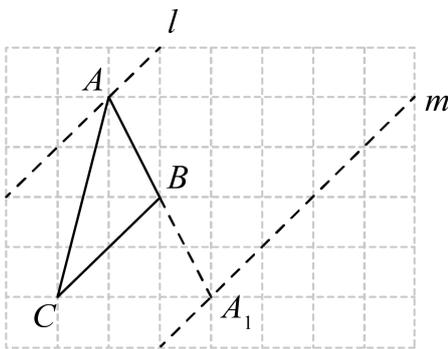
$\therefore$  平行线间距离相等，

$\therefore$  当点  $P$  在直线  $l$  和  $m$  上时， $S_{\triangle PBC} = S_{\triangle ABC}$ ，

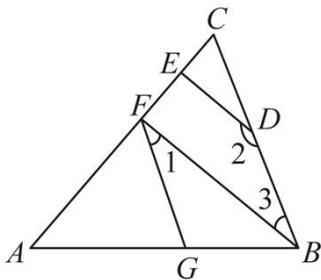
$\therefore$  直线  $l$  和  $m$  与格点的交点有 10 个，且点  $P$  异于点  $A$ ，

$\therefore$  满足条件的格点  $P$  的个数有 9 个，

故答案为：9.



23. 如图，已知  $\angle AFG = \angle C$ ， $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ 。



(1) 求证： $BF \parallel DE$ ；

(2) 若  $DE \perp AC$ ， $\angle AFG = 55^\circ$ ，求  $\angle 2$  的度数。

【答案】(1) 见解析 (2)  $\angle 2 = 145^\circ$

**【解析】**

**【分析】**(1) 根据平行线的判定可得  $FG \parallel BC$ ，进而得出  $\angle 1 = \angle 3$ ，又由  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，即可得到  $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ，从而得到  $BF \parallel DE$ ；

(2) 由  $DE \perp AC$  和  $BF \parallel DE$  得  $\angle BFA = \angle DEA = 90^\circ$ ，由  $\angle AFG = 55^\circ$  得  $\angle 1 = 90^\circ - \angle AFG = 55^\circ$ ，再由  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$  即可求得  $\angle 2$  的度数。

**【小问 1 详解】**

证明：∵  $\angle AFG = \angle C$ ，

∴  $FG \parallel BC$ ，

∴  $\angle 1 = \angle 3$ ，

∵  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，

∴  $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ，

∴  $BF \parallel DE$ ；

**【小问 2 详解】**

解：∵  $DE \perp AC$ ，

∴  $\angle DEA = 90^\circ$ ，

∵  $BF \parallel DE$ ，

∴  $\angle BFA = \angle DEA = 90^\circ$ ，

∵  $\angle AFG = 55^\circ$ ，

∴  $\angle 1 = 90^\circ - \angle AFG = 55^\circ$ ，

∵  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，

∴  $\angle 2 = 180^\circ - \angle 1 = 145^\circ$ 。

**【点睛】** 本题主要考查了平行线的判定与性质的应用，解题的关键是注意：同位角相等，两直线平行；两直线平行，内错角相等。

24. 定义：如果  $2^m = n$  ( $m, n$  为正数)，那么我们把  $m$  叫做  $n$  的  $D$  数，记作  $m = D(n)$ 。

(1) 根据  $D$  数的定义，填空： $D(2) = \underline{\quad}$ ， $D(16) = \underline{\quad}$ 。

(2)  $D$  数有如下运算性质： $D(s \cdot t) = D(s) + D(t)$ ； $D\left(\frac{q}{p}\right) = D(q) - D(p)$ ，其中  $q > p$ 。

计算：若已知  $D(3) = 2a - b$ ， $D(5) = a + c$ ，试求  $D(15)$ ， $D\left(\frac{5}{3}\right)$ ， $D(108)$ ， $D\left(\frac{27}{20}\right)$  的值 (用  $a, b, c$

表示).

【答案】(1) 1; 4      (2)  $D(15) = 3a - b + c$ ;  $D\left(\frac{5}{3}\right) = -a + b + c$ ;  $D(108) = 6a - 3b + 2$ ;

$$D\left(\frac{27}{20}\right) = 5a - 3b - c - 2$$

【解析】

【分析】本题主要考查了新定义和有理数的乘方计算:

(1) 根据新定义进行求解即可;

(2)  $D(15) = D(5) + D(3)$ ,  $D\left(\frac{5}{3}\right) = D(5) - D(3)$ ,  $D(108) = D(27 \times 4) = 3D(3) + 2D(2)$ ,

$$D\left(\frac{27}{20}\right) = D(27) - D(20) = 3D(3) - D(5) - 2D(2), \text{ 据此求解即可.}$$

【小问 1 详解】

解:  $\because 2^1 = 2$ ,

$$\therefore D(2) = 1;$$

$$\because 2^4 = 16,$$

$$\therefore D(16) = 4;$$

故答案为: 1; 4;

【小问 2 详解】

解:  $\because D(3) = 2a - b$ ,  $D(5) = a + c$ ,

$$\therefore D(15) = D(3 \times 5) = D(3) + D(5) = 2a - b + a + c = 3a - b + c;$$

$$D\left(\frac{5}{3}\right) = D(5) - D(3) = (a + c) - (2a - b) = -a + b + c;$$

$$D(108) = D(27 \times 4)$$

$$= D(27) + D(4)$$

$$= D(9 \times 3) + D(2 \times 2)$$

$$= D(3 \times 3) + D(3) + D(2) + D(2)$$

$$= D(3) + D(3) + D(3) + 2D(2)$$

$$= 3D(3) + 2D(2)$$

$$= 6a - 3b + 2;$$

$$D\left(\frac{27}{20}\right) = D(27) - D(20)$$

$$= 3D(3) - [D(5) + D(4)]$$

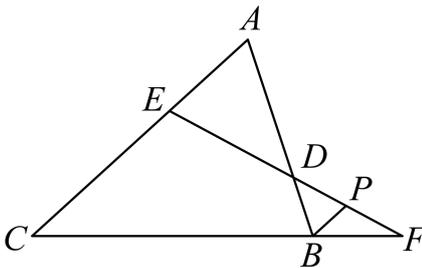
$$= 3D(3) - [D(5) + 2D(2)]$$

$$= 3D(3) - D(5) - 2D(2)$$

$$= 6a - 3b - a - c - 2$$

$$= 5a - 3b - c - 2.$$

25. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle A = \angle ABC$ ，直线  $EF$  分别交  $AB$ 、 $AC$  和  $CB$  的延长线于点  $D$ 、 $E$ 、 $F$ ，过点  $B$  作  $BP \parallel AC$  交  $EF$  于点  $P$ 。



(1) 若  $\angle A = 70^\circ$ ， $\angle F = 25^\circ$ ，求  $\angle BPD$  的度数。

(2) 猜想  $\angle F$ 、 $\angle FEC$ 、 $\angle ABP$  之间的数量关系并证明。

**【答案】** (1)  $65^\circ$

(2)  $\angle F + \angle FEC = 2\angle ABP$ ，证明见详解

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了等腰三角形的性质，平行线的性质，三角形外角的性质，掌握平行线的性质是本题的关键。

(1) 由平行线的性质可得  $\angle ABP = \angle A = 70^\circ = \angle ABC$ ，由三角形的外角性质可求解；

(2) 由三角形内角和定理可得结论。

**【小问 1 详解】**

解：  $\because \angle A = \angle ABC = 70^\circ$ ， $BP \parallel AC$ ，

$\therefore \angle ABP = \angle A = 70^\circ = \angle ABC$ ，

$$\therefore \angle PBF = 180^\circ - 2 \times 70^\circ = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle BPD = \angle F + \angle PBF = 25^\circ + 40^\circ = 65^\circ;$$

【小问2 详解】

$$\therefore \angle F + \angle FEC = 180^\circ - \angle C, \quad \angle A + \angle ABC = 180^\circ - \angle C,$$

$$\therefore \angle F + \angle FEC = 2\angle A = 2\angle ABP.$$

26. 一副三角板如图1 摆放,  $\angle C = \angle DFE = 90^\circ$ ,  $\angle B = 30^\circ$ ,  $\angle E = 45^\circ$ , 点  $F$  在  $BC$  上, 点  $A$  在  $DF$  上, 且  $AF$  平分  $\angle CAB$ , 现将三角板  $DFE$  绕点  $F$  顺时针旋转 (当点  $D$  落在射线  $FB$  上时停止旋转).

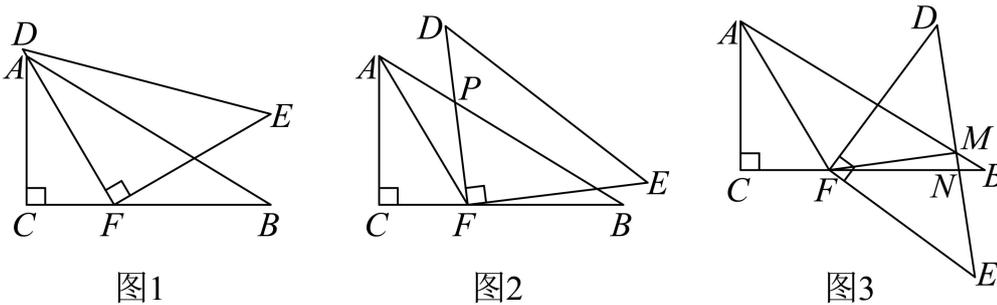


图1

图2

图3

(1) 当  $\angle AFD = \underline{\quad\quad}$   $^\circ$  时,  $DF \parallel AC$ ; 当  $\angle AFD = \underline{\quad\quad}$   $^\circ$  时,  $DF \perp AB$ ;

(2) 在旋转过程中,  $DF$  与  $AB$  的交点记为  $P$ , 如图 2, 若  $\triangle AFP$  有两个内角相等, 求  $\angle APD$  的度数;

(3) 当边  $DE$  与边  $AB$ 、 $BC$  分别交于点  $M$ 、 $N$  时, 如图 3, 若  $\angle AFM = 2\angle BMN$ , 比较  $\angle FMN$  与  $\angle FNM$  的大小, 并说明理由.

【答案】(1) 30, 60; (2)  $\angle APD$  的度数为  $60^\circ$  或  $105^\circ$  或  $150^\circ$ ; (3)  $\angle FMN = \angle FNM$ , 理由见解析.

【解析】

【分析】(1) 当  $\angle AFD = 30^\circ$  时,  $AC \parallel DF$ , 依据角平分线的定义可得  $\angle CAF = \angle FAB = 30^\circ$ , 然后根据平行线的判定定理可证  $AC \parallel DF$ ; 当  $\angle AFD = 60^\circ$  时,  $DF \perp AB$ , 根据三角形的内角和定理即可证明;

(2) 分为  $\angle FAP = \angle AFP$ ,  $\angle AFP = \angle APF$ ,  $\angle APF = \angle FAP$  三种情况求解即可;

(3) 先依据证明  $\angle FNM = 30^\circ + \angle BMN$ , 然后根据三角形外角的性质以及  $\angle AFM$  和  $\angle BMN$  的关系可证  $\angle FMN = 30^\circ + \angle BMN$ , 最后运用等量代换即可说明.

【详解】解: (1) 如图 1 所示:

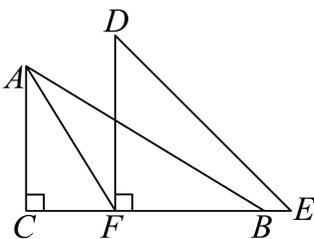


图1

当  $\angle AFD = 30^\circ$  时,  $AC \parallel DF$  理由如下:

$$\because \angle CAB = 60^\circ, \quad AF \text{ 平分 } \angle CAB$$

$$\therefore \angle CAF = 30^\circ$$

$$\because \angle AFD = 30^\circ$$

$$\therefore \angle CAF = \angle AFD$$

$$\therefore AC \parallel DF;$$

如图 2 所示：当  $\angle AFD = 60^\circ$  时， $DF \perp AB$

理由如下：

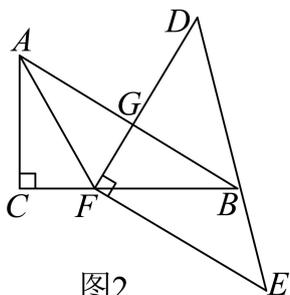


图2

$$\because \angle CAB = 60^\circ, \text{ AF 平分 } \angle CAB$$

$$\therefore \angle FAG = 30^\circ$$

$$\because \angle AFD = 60^\circ$$

$$\therefore \angle FGA = 180^\circ - \angle AFD - \angle FAG = 90^\circ$$

$$\therefore DF \perp AB;$$

故答案为：30，60.

(2)  $\because \angle CAB = 60^\circ$ ，AF 平分  $\angle CAB$ .

$$\therefore \angle FAP = 30^\circ$$

当图 3 所示：

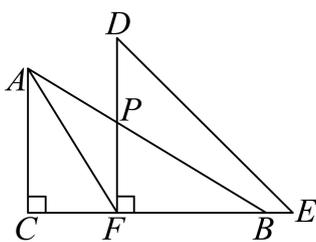


图3

当  $\angle FAF = \angle AFP = 30^\circ$  时， $\angle APD = \angle FAP + \angle AFP = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$ ;

如图 4 所示：

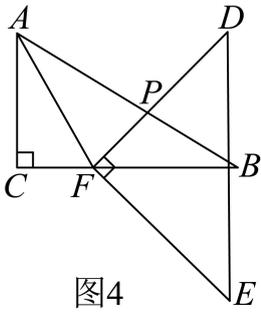


图4

当 $\angle AFP = \angle APF$ 时.

$$\because \angle FAP = 30^\circ, \angle AFP = \angle APF$$

$$\therefore \angle AFP = \angle APF = \frac{1}{2} (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

$$\therefore \angle APD = \angle FAP + \angle AFP = 30^\circ + 75^\circ = 105^\circ ;$$

如图 5 所示:

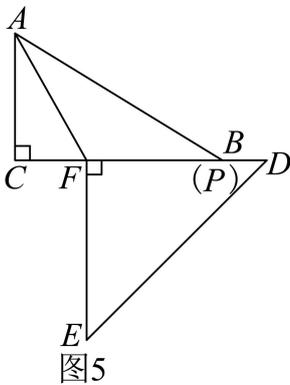


图5

当 $\angle APF = \angle FAP = 30^\circ$ 时

$$\angle APD = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

综上所述,  $\angle APD$  的度数为  $60^\circ$  或  $105^\circ$  或  $150^\circ$  ;

(3)  $\angle FMN = \angle FNM$ , 理由如下:

如图 6 所示:

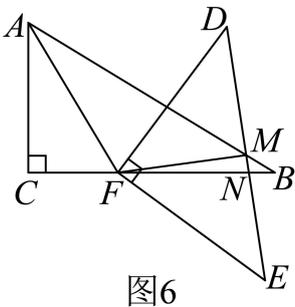


图6

$\because \angle FNM$  是  $\triangle BMN$  的一个外角

$$\therefore \angle FNM = \angle B + \angle BMN$$

$$\because \angle B = 30^\circ$$

$$\therefore \angle FNM = \angle B + \angle BMN = 30^\circ + \angle BMN$$

$\because \angle BMF$  是  $\triangle AFM$  的一个外角

$$\therefore \angle BMF = \angle MAF + \angle AFM, \text{ 即 } \angle BMN + \angle FMN = \angle MAF + \angle AFM$$

又  $\because \angle MAF = 30^\circ$ ,  $\angle AFM = 2\angle BMN$

$$\therefore \angle BMN + \angle FMN = 30^\circ + 2\angle BMN$$

$$\therefore \angle FMN = 30^\circ + \angle BMN$$

$$\therefore \angle FNM = \angle FMN.$$

**【点睛】** 本题主要考查了角平分线的定义、三角形的内角和定理、平行线的判定定理、角形的外角的性质等知识点，掌握并灵活应用相关知识是解答本题的关键。