

七年级数学期中模拟试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，只需把答案直接填写在答卷上相应的位置）

1. 下列运算正确的是（ ）

A. $a + 2a = 3a^2$

B. $a^3 \cdot a^2 = a^5$

C. $(a^4)^2 = a^6$

D. $a^3 + a^4 = a^7$

【答案】B

【解析】

【分析】根据合并同类项法则，幂的乘方和积的乘方，同底数幂的乘法分别求出每个式子的值，再判断即可．

【详解】A、结果是 $3a$ ，故本选项不符合题意；

B、结果是 a^5 ，故本选项符合题意；

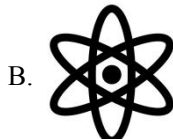
C、结果是 a^8 ，故本选项不符合题意；

D、 a^3 和 a^4 不能合并，故本选项不符合题意；

故选 B．

【点睛】本题考查了合并同类项法则，幂的乘方和积的乘方，同底数幂的乘法等知识点，能正确根据法则求出每个式子的值是解此题的关键．

2. 下列图案中，可以利用平移来设计的图案是（ ）



【答案】D

【解析】

【分析】把一个图形整体沿某一方向移动，会得到一个新的图形，新图形与原图形的形状和大小完全相同，图形的这种移动叫做平移变换，简称平移．

【详解】解：A. 是利用轴对称设计的，不合题意；

B. 是利用旋转设计的，不合题意；

C. 是利用轴对称设计的，不合题意；

D. 是利用平移设计的，符合题意．

故选：D.

【点睛】本题考查了平移的定义，注意：平移是整体沿着某一方向移动.

3. 下列哪组长度的三条线段能组成三角形（ ）

- A. 1cm、2cm、4cm B. 3cm、4cm、7cm C. 4cm、5cm、6cm D. 5cm、3cm、2cm

【答案】C

【解析】

【分析】根据三角形的三边关系逐项判断即可.

【详解】解：A、 $\because 1+2 < 4$ ， $\therefore$ 1cm、2cm、4cm 的三条线段不能组成三角形；

B、 $\because 3+4 = 7$ ， $\therefore$ 3cm、4cm、7cm 的三条线段不能组成三角形；

C、 $\because 4+5 > 6$ ， $\therefore$ 4cm、5cm、6cm 的三条线段能组成三角形；

D、 $\because 2+3 = 5$ ， $\therefore$ 5cm、3cm、2cm 的三条线段不能组成三角形；

故选：C.

【点睛】本题考查了三角形的三边关系，属于基础题型，熟知三角形的任意两边之和大于第三边、任意两边之差小于第三边是解题的关键.

4. 在下列长度的四根木棒中，能与 4cm、9cm 长的两根木棒钉成一个三角形的是（ ）

- A. 4cm B. 5cm C. 9cm D. 13cm

【答案】C

【解析】

【分析】判定三条线段能否构成三角形，只要两条较短的线段长度之和大于第三条线段的长度即可判定这三条线段能构成一个三角形.

【详解】解：设三角形的第三边为 x ，则

$$9-4 < x < 4+9$$

$$\text{即 } 5 < x < 13,$$

$\therefore$ 当 $x=7$ 时，能与 4cm、9cm 长的两根木棒钉成一个三角形，

故选：C.

【点睛】本题考查了三角形的三边关系的运用，解题时注意：三角形两边之和大于第三边，三角形的两边差小于第三边.

5. 下列各式从左到右的变形中，属于因式分解的（ ）

A. $x^2 - 4y^2 = (x+2y)(x-2y)$

B. $2x(x-3y) = 2x^2 - 6xy$

C. $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$

D. $ax + bx + c = x(a+b) + c$

【答案】A

【解析】

【分析】利用因式分解的定义进行判断即可.

【详解】解：A、 $x^2 - 4y^2 = (x + 2y)(x - 2y)$ ，从左边到右边的变形属于因式分解，故本选项符合题意；

B、 $2x(x - 3y) = 2x^2 - 6xy$ ，从左边到右边的变形是整式乘法计算，不属于因式分解，故本选项不符合题意；

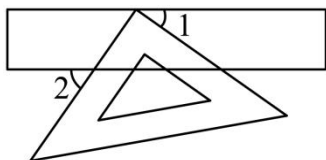
C、 $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$ ，从左边到右边的变形是整式乘法计算，不属于因式分解，故本选项不符合题意；

D、 $ax + bx + c = x(a + b) + c$ ，等式的右边不是几个整式的积的形式，不属于因式分解，故本选项不符合题意；

故选：A

【点睛】此题考查了因式分解，熟练掌握因式分解是把一个整式化成几个整式的积的形式是解题的关键.

6. 如图，三角板的直角顶点落在矩形纸片的一边上. 若 $\angle 1 = 35^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是（ ）



A. 35°

B. 45°

C. 55°

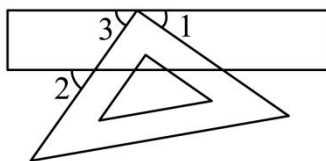
D. 65°

【答案】C

【解析】

【分析】求出 $\angle 3$ 即可解决问题；

【详解】解：如图，



$\because \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$, $\angle 1 = 35^\circ$,

$\therefore \angle 3 = 55^\circ$,

由平行可得 $\angle 2 = \angle 3 = 55^\circ$,

故选 C.

【点睛】此题考查了平行线的性质. 两直线平行，同位角相等的应用是解此题的关键.

7. 如果 $x^2 + 2x - 2 = 0$ ，那么代数式 $x(x + 2) + 3$ 的值是（ ）

A. -5

B. 5

C. 3

D. -3

【答案】B

【解析】

【分析】根据 $x^2 + 2x - 2 = 0$ ，可得 $x^2 + 2x = 2$ ，而 $x(x+2)+3 = x^2 + 2x + 3$ ，整体代入即可求解。

【详解】 $\because x^2 + 2x - 2 = 0$ ，

$$\therefore x^2 + 2x = 2,$$

$$\therefore x(x+2)+3 = x^2 + 2x + 3 = 2 + 3 = 5$$

故选：B.

【点睛】本题考查了已知式子的值求解代数式的值以及因式分解的知识，掌握将 $x^2 + 2x - 2 = 0$ 变形为 $x^2 + 2x = 2$ 整体代入计算是解题的关键。

8. 下列说法：①一个多边形内角中最多有3个锐角；②当 x 为任意有理数时， $x^2 - 6x + 10$ 的值一定大于1；

③方程 $x + 3y = 7$ 有无数个整数解；④若三条线段 a 、 b 、 c 满足 $a + b > c$ ，则三条线段 a 、 b 、 c 一定能组成三角形。其中正确的个数有（ ）

A. 4个

B. 3个

C. 2个

D. 1个

【答案】C

【解析】

【分析】①利用多边形的外角和是360度判断；②根据完全平方公式进行配方，然后再根据平方数非负数的性质进行判断；③根据二元一次方程的解判断即可；④举例论证。

【详解】解：①因为多边形的外角和是360度，在外角中最多有三个钝角，如果超过三个则和一定大于360度，多边形的内角与相邻的外角互为邻补角，则外角中最多有三个钝角时，内角中就最多有3个锐角，本项正确；

② $x^2 - 6x + 10 = (x - 3)^2 + 1 \geq 1$ ，故②错误；

③方程 $x + 3y = 7$ 有无数个整数解，故③正确；

④若 $a = 5$ ， $b = 2$ ， $c = 3$ ，则 a ， b ， c 不能组成三角形，故④错误。

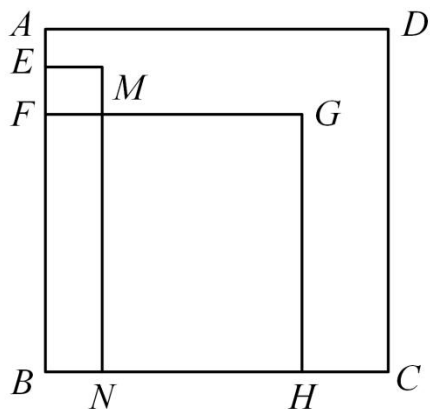
综上所述可知，正确的有2个，故C正确。

故选：C.

【点睛】本题考查了配方法的应用，掌握非负数的性质、二元一次方程的解及三角形的三边关系是解题的

关键.

9. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 在 AB 上, 点 E 是 AF 的中点, 以 BF 为边长向正方形 $ABCD$ 形内作正方形 $BFGH$, 以 BE 、 AE 为长和宽向正方形 $ABCD$ 形内作长方形 $BEMN$, 已知正方形 $ABCD$ 的面积为 70, 正方形 $BFGH$ 的面积为 40, 则长方形 $BEMN$ 的面积为 ()



- A. 5 B. 7.5 C. 10 D. 12.5

【答案】B

【解析】

【分析】由正方形的面积可求得 AB , BF 的长度, 可求得 AF , 再由点 E 是 AF 的中点, 则有 $AE = EF$, 表示出长方形的长与宽, 再利用长方形的面积公式进行求解即可.

【详解】解: $\because$ 正方形 $ABCD$ 的面积为 70, 正方形 $BFGH$ 的面积为 40,

$$\therefore AB^2 = 70, \quad BF^2 = 40, \quad \text{解得: } AB = \sqrt{70}, \quad BF = 2\sqrt{10},$$

$$\therefore AF = AB - BF = \sqrt{70} - 2\sqrt{10},$$

$\because$ 点 E 是 AF 的中点,

$$\therefore AE = EF = \frac{\sqrt{70}}{2} - \sqrt{10},$$

$$\therefore EM = AE = \frac{\sqrt{70}}{2} - \sqrt{10},$$

$$\therefore BE = BF + EF = \frac{\sqrt{70}}{2} + \sqrt{10},$$

$$\therefore S_{\text{长方形}BEMN} = BE \cdot EM$$

$$= \left(\frac{\sqrt{70}}{2} + \sqrt{10} \right) \times \left(\frac{\sqrt{70}}{2} - \sqrt{10} \right)$$

$$=17.5-10$$

$$=7.5.$$

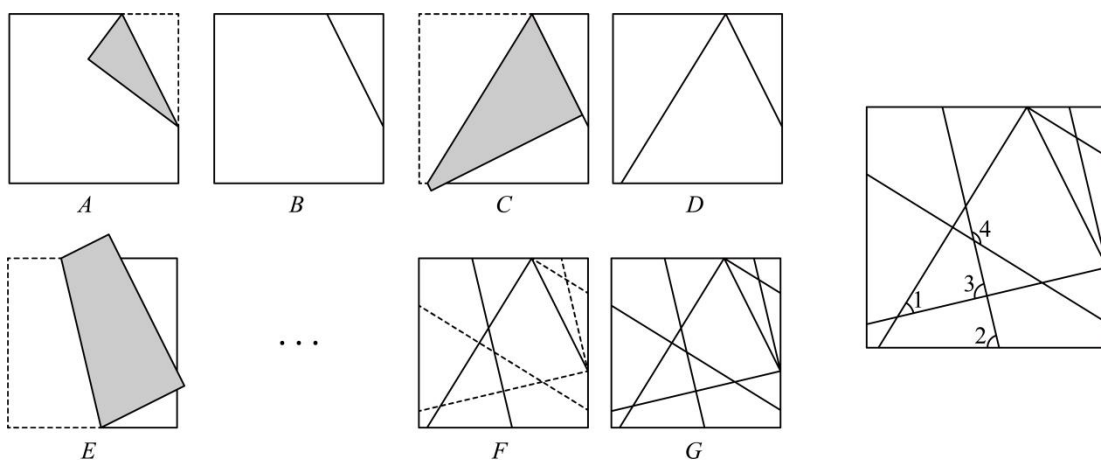
故选：B．

【点睛】本题主要考查实数的运算，解答的关键是求得长方形的长与宽，理解图示，掌握乘法公式，实数的混合运算是解题的关键．

10. 取一张正方形的纸，随机在纸上折一道折痕(如图A和B，这道折痕称为母线)，然后将纸张的其它边分别折向这条母线，再一一打开(如图C-F所示，这些折痕称为子线)，你将看到一堆折痕(见图G)，在

图G中标有4个角，如图H(图G放大后的图形)，则以下结论：① $\angle 1 = 45^\circ$ ；② $\angle 2 = 75^\circ$ ；③ $\angle 3 = 90^\circ$ ；

④ $\angle 4 = 135^\circ$ ，正确的有()



A. 4个

B. 3个

C. 2个

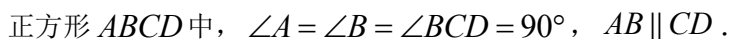
D. 1个

【答案】B

【解析】

【分析】折叠主要的特征是对称，产生众多的角平分线，按角的关系分析判断即可．

【详解】解：如图标记各点，并延长BA、FE交于P，延长BC、EF交于Q．


$$\triangle DEF \text{ 的外角: } \angle AEF = \angle D + \angle EFD,$$
 $\triangle DEF$ 的外角: $\angle CFE = \angle D + \angle FED$,

$$\therefore 2\angle GEF + 2\angle HFE = 270^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ, \text{ 正确.}$$

③由折叠可知, $\angle BPI = \angle FPI$, $\angle PFH = \angle CFH$,

$$\therefore \angle BPF + \angle PFC = 180^\circ, \text{ 即 } 2\angle IPF + 2\angle PFH = 180^\circ,$$

$\therefore \angle 3 = 90^\circ$, 正确.

$$\therefore \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore 2\angle QPI + 2\angle PQJ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle QPI + \angle PQJ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle 4 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ, \text{ 正确.}$$

故选：B.

【点睛】本题考查了三角形内角和、三角形外角、平行线的定义等知识点，掌握以上知识的综合运用是解题的关键.

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分；不需写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卡上相应的位置）

11. 流感病毒的半径约为 0.00000012m，用科学记数法表示为_____m.

【答案】 1.2×10^{-7}

【解析】

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【详解】解： $0.00000012 = 1.2 \times 10^{-7}$,

故答案为： 1.2×10^{-7} .

【点睛】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. 等腰三角形两边长分别为 3，7，则它的周长为_____.

【答案】17

【解析】

【分析】本题考查等腰三角形的定义，三角形的三边关系，分腰长为 3 和腰长为 7 进行求解即可.

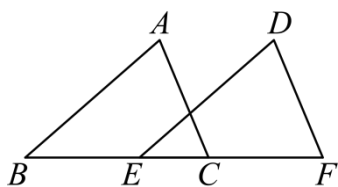
【详解】解：当腰长为 3 时， $3 + 3 = 6 < 7$ ，不能构成三角形，

$\therefore$ 腰长为 7，

$\therefore$ 三角形的周长为 $7 + 7 + 3 = 17$ ；

故答案为：17.

13. 如图，将 $\triangle ABC$ 向右平移 5 个单位长度得到 $\triangle DEF$ ，且点 B ， E ， C ， F 在同一条直线上，若 $EC = 3$ ，则 BC 的长度是_____.



【答案】8

【解析】

【分析】根据平移的性质可得 $BC = EF$ ， $CF = 5$ ，然后根据线段的和差定义求解即可．

【详解】 $\because \triangle DEF$ 是由 $\triangle ABC$ 向右平移 5 个单位长度得到，

$$\therefore BC = EF, CF = 5,$$

$$\therefore BC = EF = EC + CF = 3 + 5 = 8,$$

故答案为：8．

【点睛】本题考查了平移的性质，根据对应点间的距离等于平移的长度得到 $BC = EF$ 是解题的关键．

14. 若一个多边形的内角和是其外角和的 3 倍，则这个多边形的边数是_____．

【答案】8

【解析】

【分析】根据多边形的内角和定理，多边形的内角和等于 $(n - 2) \cdot 180^\circ$ ，外角和等于 360° ，然后列方程求解即可．

【详解】解：设边数为 n ，由题意得，

$$180(n - 2) = 360 \times 3,$$

解得 $n = 8$ ．

所以这个多边形的边数是 8．

故答案为：8．

【点睛】本题主要考查了多边形的内角和公式与外角和定理，根据题意列出方程是解题的关键．

15. 已知等腰三角形的两条边的长度分别为 1 和 2，则它的周长为_____．

【答案】5

【解析】

【分析】分两种情况进行讨论求解即可．

【详解】解：当腰长为 1 时， $1 + 1 = 2$ ，不能构成三角形，

当腰长为 2 时， $1 + 2 > 2$ ，能构成等腰三角形，符合题意，此时周长为 $1 + 2 + 2 = 5$ ，

故答案为：5

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系；已知没有明确腰和底边的题目一定要想到两

种情况，分类进行讨论，还应验证各种情况是否能构成三角形进行解答，这点非常重要，也是解题的关键.

16. 若 $x^m = 12$, $x^n = 2$, 则 $x^{m-2n} = \underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】3

【解析】

【分析】根据同底数幂的除法和幂的乘方逆运算法则解答即可.

【详解】解: $\because x^m = 12$, $x^n = 2$,

$$\therefore x^{m-2n} = x^m \div x^{2n} = x^m \div (x^n)^2 = 12 \div 2^2 = 3 ;$$

故答案为: 3.

【点睛】本题考查了同底数幂的除法和幂的乘方, 熟练掌握运算法则是解题的关键.

17. 已知 a , b , c 是 $\triangle ABC$ 的三边, $b^2 + 2ab = c^2 + 2ac$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是 $\underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】等腰三角形

【解析】

【分析】把给出的式子两边加上 a^2 , 分解因式, 分析得出 $b = c$, 才能说明这个三角形是等腰三角形.

【详解】解: $\because b^2 + 2ab = c^2 + 2ac$,

$$\therefore a^2 + b^2 + 2ab = a^2 + c^2 + 2ac ,$$

$$(a+b)^2 = (a+c)^2 ,$$

$$\therefore a+b = a+c ,$$

$$\therefore b = c ,$$

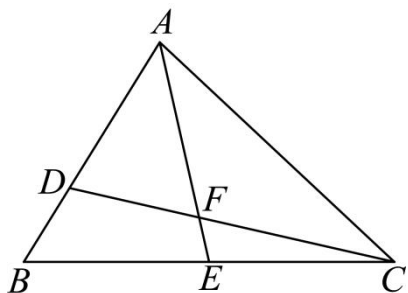
所以此三角形是等腰三角形,

故答案为: 等腰三角形.

【点睛】此题主要考查了学生对等腰三角形的判定, 即两边相等的三角形为等腰三角形, 配方法的应用是解题关键.

18. 如图, D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 边 AB 、 BC 上的点, $AD = 2BD$, $BE = CE$, 设 $\triangle AFC$ 的面积为 S_1 ,

四边形 $BEFD$ 的面积为 S_2 , 若 $S_{\triangle BDC} = 12$, 则 $S_1 - S_2$ 的值为 $\underline{\hspace{1cm}}$.



【答案】6

【解析】

【分析】根据 $AD = 2BD$ ， $S_{\triangle BDC} = 12$ 得 $S_{\triangle ADC} = 24$ ，则 $S_{\triangle ADF} = 24 - S_1$ ，根据 $BE = CE$ 得 $BE = \frac{1}{2}BC$ ，则 $S_{\triangle ABE} = 24 - S_1 + S_2 = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 18$ ，进行计算即可得。

【详解】解：∵ $AD = 2BD$ ， $S_{\triangle BDC} = 12$ ，

$$\therefore S_{\triangle ADC} = 24,$$

$$\therefore S_{\triangle ADF} = S_{\triangle ADC} - S_1 = 24 - S_1,$$

$$\therefore BE = CE,$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = 24 - S_1 + S_2 = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 18,$$

$$\therefore S_1 - S_2 = 6,$$

故答案为：6.

【点睛】本题考查了三角形的面积，解题的关键是知道当高相等时，面积等于底边的比，根据此可求出三角形的面积，然后求出差。

三、解答题（本大题共 8 小题，共 66 分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19. 计算或化简

$$(1) -3^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + (1+\pi)^0;$$

$$(2) (-2a^2)^2 \cdot a^4 - 3a^{10} \div a^2;$$

$$(3) (x+y)(x-2y);$$

$$(4) x(x-2) - (x-1)^2.$$

【答案】(1) -4

(2) a^8

(3) $x^2 - xy - 2y^2$

(4) -1

【解析】

【分析】(1) 先计算有理数的乘方、负整数指数幂和 0 指数幂，再计算加减；

(2) 根据积的乘方、单项式的乘法和除法法则解答即可；

(3) 根据多项式乘以多项式的法则求解即可；

(4) 先根据单项式乘以多项式和完全平方公式展开，再计算加减.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned} & -3^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + (1+\pi)^0 \\ &= -9 + 4 + 1 \\ &= -4; \end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned} & (-2a^2)^2 \cdot a^4 - 3a^{10} \div a^2 \\ &= 4a^4 \cdot a^4 - 3a^8 \\ &= 4a^8 - 3a^8 \\ &= a^8; \end{aligned}$$

【小问 3 详解】

$$\begin{aligned} & (x+y)(x-2y) \\ &= x^2 - 2xy + xy - 2y^2 \\ &= x^2 - xy - 2y^2 \end{aligned}$$

【小问 4 详解】

$$\begin{aligned} & x(x-2) - (x-1)^2 \\ &= x^2 - 2x - (x^2 - 2x + 1) \\ &= x^2 - 2x - x^2 + 2x - 1 \end{aligned}$$

$$=-1.$$

【点睛】本题考查了整式的运算、负整数指数幂和0指数幂，熟练掌握整式的相关运算法则是解题的关键.

20. 先化简，再求值： $(x+y)^2 - 3x(x+y) + (x+2y)(x-2y)$ ，其中 $x=1$ ， $y=-1$.

【答案】 $-x^2 - xy - 3y^2$ ， -3

【解析】

【分析】先根据完全平方公式，平方差公式，单项式乘以多项式法则计算整理，再代入数值计算即可.

【详解】原式 $= x^2 + 2xy + y^2 - 3x^2 - 3xy + x^2 - 4y^2$

$$= -x^2 - xy - 3y^2.$$

当 $x=1$ ， $y=-1$ 时，

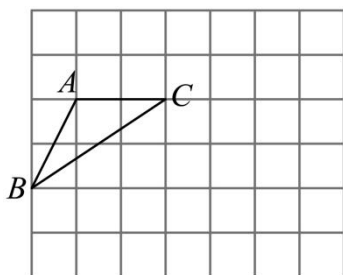
$$\text{原式} = -1^2 - 1 \times (-1) - 3 \times (-1)^2$$

$$= -1 + 1 - 3$$

$$= -3.$$

【点睛】本题主要考查了整式的化简求值，掌握整式的计算法则和乘法公式是解题的关键.

21. 如图，方格纸中每个小正方形的边长均为1， $\triangle ABC$ 的三个顶点都在小正方形的格点（小正方形的顶点叫格点）上.



(1) 利用格点在图中画出 $\triangle ABC$ 中 AB 边上的高，垂足为 H .

(2) ①画出将 $\triangle ABC$ 先向右平移4格，再向上平移2格得到的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

②平移后，求线段 AB 扫过的部分所组成的封闭图形的面积.

【答案】(1) 见解析 (2) ①见解析；②9

【解析】

【分析】(1) 利用网格的特点解答即可；

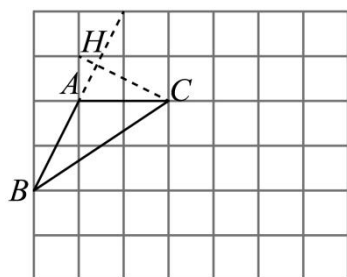
(2) ①先画出平移后点 A 、 B 、 C 的对应点 A_1 、 B_1 、 C_1 ，再顺次连接即可；

②线段 AB 扫过的部分所组成的封闭图形即为即为四边形 $ABDE$ 的面积+三角形 A_1B_1E 的面积，据此求解

即可.

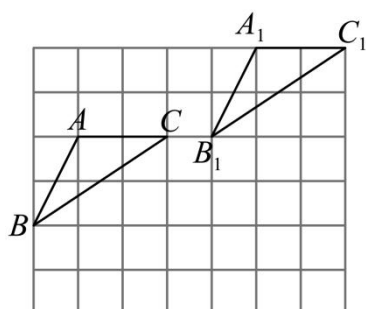
【小问 1 详解】

如图, CH 即为 $\triangle ABC$ 中 AB 边上的高;



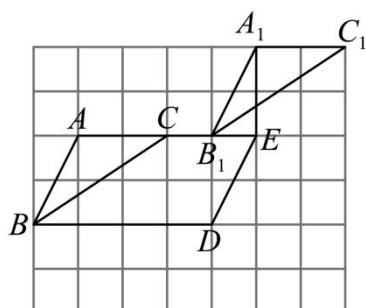
【小问 2 详解】

$\triangle A_1B_1C_1$ 如图所示:



②如图, 线段 AB 扫过的部分所组成的封闭图形即为四边形 $ABDE$ 的面积+三角形 A_1B_1E 的面积

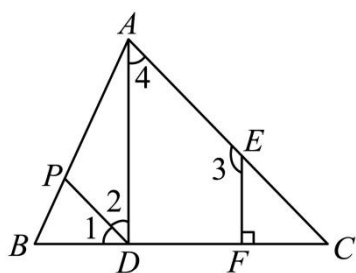
$$= 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 9.$$



【点睛】本题考查了利用网格作三角形的高、平移作图以及平移后图形的

面积等知识, 熟练掌握网格的特点和平移的性质是解题的关键.

22. 如图, 已知 $\angle 1 = \angle C$, $EF \perp BC$, $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$.



(1) 求证: $\angle 2 = \angle 4$;

(2) 试求出 $\angle ADC$ 的度数.

【答案】(1) 见解析 (2) $\angle ADC = 90^\circ$

【解析】

【分析】(1) 根据同位角相等，两直线平行得出 $PD \parallel CA$ ，再由两直线平行，内错角相等即可证明；

(2) 由等量代换得出 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ，再由平行线的判定和性质得出 $AD \parallel EF$ ， $\angle ADF = \angle EFC$ ，利用垂直的定义即可求解。

【小问 1 详解】

$$\because \angle 1 = \angle C,$$

$$\therefore PD \parallel CA$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 4;$$

【小问 2 详解】

$$\because \angle 2 = \angle 4, \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$$

$$\therefore AD \parallel EF,$$

$$\therefore \angle ADF = \angle EFC$$

$$\text{又} \because EF \perp BC,$$

$$\therefore \angle EFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ.$$

【点睛】题目主要考查平行线的判定和性质，垂直的定义，熟练掌握平行线的判定和性质是解题关键。

23. 已知 $x + y = 6$ ， $x^2 + y^2 = 22$ 。求：

(1) xy 的值；

(2) $(x - y)^2 - 4$ 的值。

【答案】(1) 7 (2) 4

【解析】

【分析】(1) 利用完全平方公式变形求解即可；

(2) 先将完全平方公式展开，利用整体思想代入求解即可。

【小问 1 详解】

$$\text{解：} \because (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$\therefore 2xy = (x + y)^2 - (x^2 + y^2) = 6^2 - 22 = 14,$$

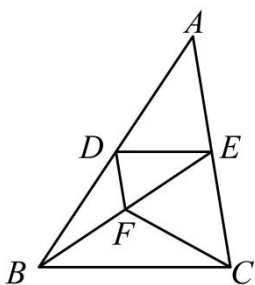
$$\therefore xy = 7;$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned}(x-y)^2 - 4 &= x^2 - 2xy + y^2 - 4 \\&= 22 - 2 \times 7 - 4 \\&= 4.\end{aligned}$$

【点睛】本题考查完全平方公式，熟练掌握完全平方公式，是解题的关键。

24. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上，点 F 在 BE 上。



- (1) 若 $\angle ADE = \angle ABC$ ， $\angle EDF = \angle C$ ，求证： $DF \parallel AC$ ；
- (2) 若 D 、 E 、 F 分别是 AB 、 AC 、 BE 的中点，连接 CF ，若四边形 $CEDF$ 的面积为 9，试求 $\triangle ABC$ 的面积。

【答案】(1) 详见解析

(2) 24

【解析】

【分析】(1) 根据 $\angle ADE = \angle ABC$ 可证 $DE \parallel BC$ ，根据平行线的性质可证 $\angle AED = C$ ，等量代换可得 $\angle EDF = \angle AED$ ，根据平行线的判定定理即可证明 $DF \parallel AC$ ；

(2) 根据三角形中线的性质可得 $S_{\triangle DEF} = S_{\triangle DBF}$ ， $S_{\triangle ADE} = S_{\triangle BDE}$ ， $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle CBE}$ ，由此可解。

【小问 1 详解】

证明： $\because \angle ADE = \angle ABC$ ，

$\therefore DE \parallel BC$ ，

$\therefore \angle AED = C$ ，

$\because \angle EDF = \angle C$ ，

$\therefore \angle EDF = \angle AED$ ，

$\therefore DF \parallel AC$ ；

【小问 2 详解】

解： $\because$ 点 F 是 BE 中点，

$$\therefore S_{\triangle DEF} = S_{\triangle DBF}，$$

$$\text{设 } S_{\triangle DEF} = S_{\triangle DBF} = x,$$

$\therefore D$ 是 AB 中点,

$$\therefore S_{\triangle ADE} = S_{\triangle BDE} = 2x,$$

$\therefore E$ 是 AC 中点,

$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle CBE} = 4x, \quad S_{\triangle CEF} = 2x,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}DECF} = 3x$$

$$\therefore S_{\text{四边形}DECF} = 9,$$

$$\therefore 3x = 9, \quad x = 3,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ABE} = 8x = 24.$$

【点睛】本题考查平行线的判定与性质，利用三角形中线求面积，解第一问的关键是掌握平行线的判定定理与性质定理，解第二问的关键是掌握三角形的中线将三角形分成面积相等的两个小三角形。

25. 先阅读下面的内容，再解答题。

【阅读】例题：求多项式 $m^2 + 2mn + 2n^2 - 6n + 13$ 的最小值。

$$\text{解： } m^2 + 2mn + 2n^2 - 6n + 13$$

$$= (m^2 + 2mn + n^2) + (n^2 - 6n + 9) + 4$$

$$= (m+n)^2 + (n-3)^2 + 4,$$

$$\text{Q } (m+n)^2 \geq 0, \quad (n-3)^2 \geq 0.$$

$\therefore$ 多项式 $m^2 + 2mn + 2n^2 - 6n + 13$ 的最小值为 4。

【解答题】

(1) 请写出例题解答过程中因式分解运用的公式是_____；

(2) 已知 a 、 b 、 c 是 $\triangle ABC$ 的三边，且满足 $a^2 + b^2 = 16a + 8b - 80$ ，求第三边 c 的取值范围；

(3) 求多项式 $-2x^2 + 4xy - 3y^2 - 8y + 14$ 的最大值。

$$\text{【答案】 (1) } a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$(2) 4 < c < 12$$

$$(3) 30$$

【解析】

【分析】(1) 根据例题中的公式求解即可；

(2) 首先利用完全平方公式将 $a^2 + b^2 = 16a + 8b - 80$ 变形为 $(a-8)^2 + (b-4)^2 = 0$ ，然后利用平方的非负性得到 $a = 8$ ， $b = 4$ ，进而求解即可；

(3) 首先利用完全平方公式将 $-2x^2 + 4xy - 3y^2 - 8y + 14$ 变形为 $-2(x-y)^2 - (y+4)^2 + 30$ ，然后利用平方的非负性得到 $-2(x-y)^2 \leq 0$ ， $-(y+4)^2 \leq 0$ ，进而求解即可。

【小问 1 详解】

根据题意可得，

例题解答过程中因式分解运用的公式是完全平方公式 $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ ；

【小问 2 详解】

$$\because a^2 + b^2 = 16a + 8b - 80,$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 16a - 8b + 80 = 0,$$

$$\therefore (a-8)^2 + (b-4)^2 = 0$$

$$\therefore a = 8, b = 4$$

$\because a$ 、 b 、 c 是 $\triangle ABC$ 的三边，

$$\therefore 8-4 < c < 8+4, \text{ 即 } 4 < c < 12;$$

【小问 3 详解】

$$-2x^2 + 4xy - 3y^2 - 8y + 14$$

$$= -2(x-y)^2 - (y+4)^2 + 30$$

$$\because -2(x-y)^2 \leq 0, -(y+4)^2 \leq 0,$$

$$\therefore -2x^2 + 4xy - 3y^2 - 8y + 14 \text{ 的最大值是 } 30.$$

【点睛】本题考查的是配方法的应用，掌握完全平方公式、偶次方的非负性是解题的关键。

26. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，点 D 是 BC 上一点，将 $\triangle ABD$ 沿 AD 翻折后得到 $\triangle AED$ ，边 AE 交射线 BC 于点 F 。

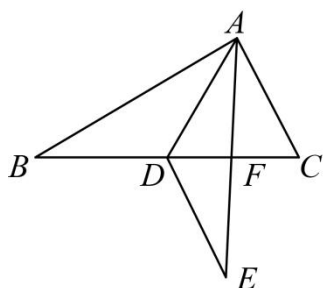


图 1

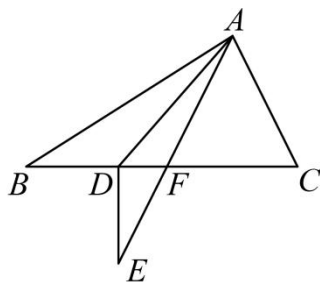
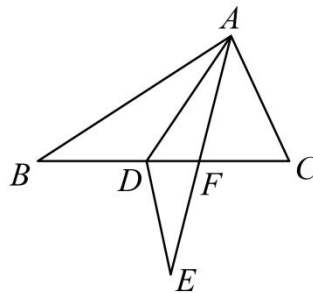


图 2



备用图

(1) 如图 1, 当 $DE \parallel AC$ 时, 求证: $AE \perp BC$

(2) 若 $\angle C = \angle B + 10^\circ$, $\angle BAD = x^\circ$ ($0 < x < 50$)

①如图 2, 当 $DE \perp BC$ 时, 求 x 的值.

②是否存在这样的 x 的值, 使得 $\triangle DEF$ 中有两个角相等. 若存在, 求 x 的值; 若不存在, 请说明理由.

【答案】(1) 详见解析

(2) ① 5° ; ② 存在这样的 x 的值, 使得 $\triangle DEF$ 中有两个角相等, 且 $x = 15$ 或 30

【解析】

【分析】(1) 根据平行线和翻折的性质, 推出 $\angle EAC = \angle B$, 进而推出 $\angle EAC + \angle C = 90^\circ$, 即 $\angle AFC = 90^\circ$, 即可得证;

(2) ①根据三角形的内角和定理, 求出 $\angle B, \angle C$ 的度数, 翻折得到 $\angle E = \angle B = 40^\circ$, 进而求出 $\angle BFE$ 的度数, 根据三角形外角的性质, 求出 $\angle BAF$ 的度数, 再根据翻折即可得出结果; ②分 $\angle EDF = \angle DFE$, $\angle EDF = \angle E = 40^\circ$, $\angle DFE = \angle E = 40^\circ$ 三种情况讨论求解即可.

【小问 1 详解】

$\because DE \parallel AC$,

$\therefore \angle E = \angle EAC$.

$\because$ 翻折,

$\therefore \angle E = \angle B$,

$\therefore \angle EAC = \angle B$

$\because \angle BAC = 90^\circ$,

$\therefore \angle B + \angle C = 90^\circ$,

$\therefore \angle EAC + \angle C = 90^\circ$

$\therefore \angle AFC = 90^\circ$ 即 $AE \perp BC$

【小问 2 详解】

① $\because \angle C = \angle B + 10^\circ$, $\angle C + \angle B = 90^\circ$,

$$\therefore \angle C = 50^\circ, \angle B = 40^\circ$$

$$\because DE \perp BC, \angle E = \angle B = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle BFE = 50^\circ.$$

$$\because \angle BFE = \angle B + \angle BAF,$$

$$\therefore \angle BAF = 10^\circ,$$

$$\text{由翻折可知, } x = \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAF = 5^\circ;$$

$$\textcircled{2} \angle BAD = x^\circ, \text{ 则 } \angle FDE = \angle ADE - \angle ADC = 140^\circ - x - (40^\circ + x) = (100 - 2x)^\circ, \angle DFE = (2x + 40)^\circ$$

$$\text{当 } \angle EDF = \angle DFE \text{ 时, } 100 - 2x = 2x + 40, \text{ 解得, } x = 15,$$

$$\text{当 } \angle EDF = \angle E = 40^\circ, 100 - 2x = 40, \text{ 解得, } x = 30,$$

$$\text{当 } \angle DFE = \angle E = 40^\circ \text{ 时, } 2x + 40 = 40, \text{ 解得, } x = 0, \because 0 < x < 50,$$

$\therefore$ 不合题意, 舍去,

综上所述, 存在这样的 x 的值, 使得 $\triangle DEF$ 中有两个角相等, 且 $x = 15$ 或 30 .

【点睛】 本题考查与折叠有关的三角形的内角和问题, 以及三角形的外角的性质, 熟练掌握折叠的性质, 三角形的内角和定理, 以及三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角和, 是解题的关键.