

初一年级 数学学科试题卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，只需把答案直接填写在答卷上相应的位置）

1. 下列各组数中，以它们为边长的线段能构成三角形的是（ ）

A. 2, 3, 5

B. 1, 1, 3

C. 3, 4, 5

D. 7, 10, 18

【答案】C

【解析】

【分析】此题考查三角形三边关系．根据三角形三边的关系：两边之和大于第三边即可解答．

【详解】A. $2+3=5$ ，故不符合题意；

B. $1+1<3$ ，故不符合题意；

C. $3+4>5$ ，故符合题意；

D. $7+10<18$ ，故不符合题意．

故选 C.

2. 下列运算正确的是（ ）

A. $a^6 \div a^2 = a^3$

B. $a^3 + a^3 = a^6$

C. $(-a^3)^2 = -a^6$

D. $a \cdot a^4 = a^5$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了同底数幂的除法，合并同类项，幂的乘方，同底数幂的乘法，熟练掌握幂的运算法则是解题的关键．根据同底数幂的除法，合并同类项，幂的乘方，同底数幂的乘法的运算法则计算即可．

【详解】解：A、 $a^6 \div a^2 = a^4$ ，故错误，不符合题意；

B、 $a^3 + a^3 = 2a^3$ ，故错误，不符合题意；

C、 $(-a^3)^2 = a^6$ ，故错误，不符合题意；

D、 $a \cdot a^4 = a^5$ ，故正确，符合题意；

故选：D.

3. 世界上最小的无脊椎动物是单细胞生物草履虫，它身长仅 0.00028 米，用科学记数法可表示为（ ）

A. 2.8×10^{-4}

B. 2.8×10^{-3}

C. 28×10^{-5}

D. 0.28×10^{-4}

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定．与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定．

【详解】解： $0.00028 = 2.8 \times 10^{-4}$ ；

故选：A．

4. 下列各式中，计算结果等于 $(x-2)(x+3)$ 的是（ ）

A. $x^2 - x + 6$

B. $x^2 - x - 6$

C. $x^2 + x + 6$

D. $x^2 + x - 6$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查的是多项式乘以多项式，利用多项式乘以多项式的法则进行计算即可．

【详解】解： $(x-2)(x+3) = x^2 + 3x - 2x - 6 = x^2 + x - 6$ ，

故选 D

5. 下列各式从左边到右边的变形，是因式分解且分解正确的是（ ）

A. $(x+2y)(x-2y) = x^2 - 4y^2$

B. $x^2 + y^2 = (x+y)^2$

C. $x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2$

D. $x^2 + 4 = x \left(x + \frac{4}{x} \right)$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了因式分解的定义，把一个多项式化为几个整式的积的形式，这种变形叫做把这个多项式因式分解，据此判定即可求解，掌握因式分解的定义是解题的关键．

【详解】解：A、该式从左边到右边的变形是整式乘法，不是因式分解，不合题意；

B、该式左边和右边不相等，左边不能因式分解，变形错误，不合题意；

C、该式从左边到右边是因式分解，符合题意；

D、该式左边不能因式分解，不合题意；

故选：C．

6. 下列说法：①钝角三角形的三条高交于形外一点；②两条直线被第三条直线所截，内错角相等；③三角形的三个内角中至少有两个锐角；④如果两个角的两边分别平行，那么这两个角相等．其中正确的个数是（ ）

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

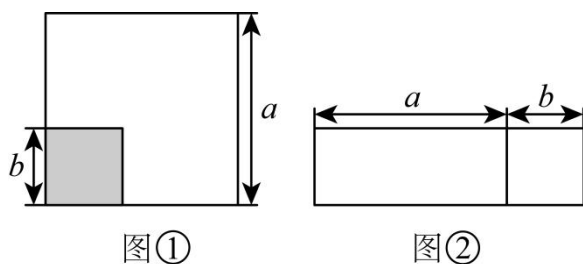
【答案】A

【解析】

【分析】考查了钝角三角形高线的性质、平行线的性质、三角形的内角和等知识，利用钝角三角形高线的性质、平行线的性质、三角形的内角和等知识分别判断后即可确定正确的选项．

【详解】解：①钝角三角形的三条高所在直线交于形外一点，原说法错误，不符合题意；
 ②两条平行线被第三条直线所截，内错角相等，原说法错误，不符合题意；
 ③三角形的三个内角中至少有两个锐角，正确，符合题意；
 ④如果两个角的两边分别平行，那么这两个角相等或互补，原说法错误，不符合题意．
 故选：A．

7. 如图①，从边长为 a 的正方形中剪去一个边长为 b 的小正方形，然后将剩余部分剪拼成一个长方形如图②，上述操作所能验证的数学恒等式是（ ）



A. $a^2 + ab = a(a + b)$

B. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

C. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

D. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

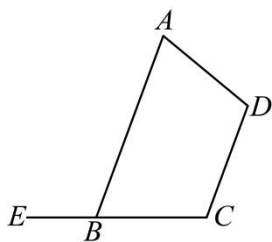
【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查平方差公式的几何意义，由大正方形的面积 - 小正方形的面积 = 矩形的面积，进而可以证明平方差公式．

【详解】解：大正方形的面积 - 小正方形的面积 = $a^2 - b^2$ ，
 矩形的面积 = $(a + b)(a - b)$
 故 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ．
 故选：D．

8. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $\angle ABE$ 是四边形 $ABCD$ 的外角，且 $\angle ABE = \angle D$ ， $\angle C = 110^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数是（ ）



- A. 110° B. 50° C. 70° D. 35°

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了平行线的性质和多边形内角和定理，掌握边形内角和定理是解题的关键. 根据 $AB \parallel CD$ ，得出 $\angle ABC = 70^\circ$ ，再求出 $\angle D = 110^\circ$ ，根据四边形的内角和定理解答即可.

【详解】解： $\because AB \parallel CD$ ， $\angle C = 110^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 70^\circ,$$

$\because \angle ABE$ 是四边形 $ABCD$ 的外角，

$$\therefore \angle ABE = 110^\circ,$$

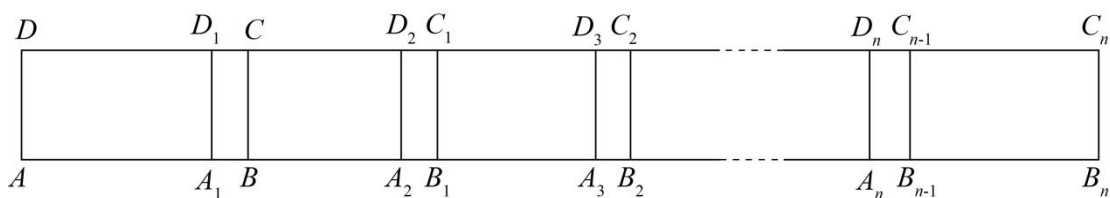
$$\because \angle ABE = \angle D,$$

$$\therefore \angle D = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 360^\circ - \angle ABC - \angle C - \angle B = 360^\circ - 70^\circ - 110^\circ - 110^\circ = 70^\circ.$$

故选：C

9. 如图，长方形 $ABCD$ 中， $AB = 5$ ，第 1 次平移将长方形 $ABCD$ 沿 AB 的方向向右平移 4 个单位，得到长方形 $A_1B_1C_1D_1$ ，第 2 次平移将长方形 $A_1B_1C_1D_1$ 沿 A_1B_1 的方向向右平移 4 个单位，得到长方形 $A_2B_2C_2D_2$ ，...，第 n 次平移将长方形 $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}D_{n-1}$ 沿 $A_{n-1}B_{n-1}$ 的方向向右平移 4 个单位，得到长方形 $A_nB_nC_nD_n$ ($n > 2$)，则 AB_n 长为 ()



- A. $4n+6$ B. $4n+5$ C. $4n+4$ D. $4n+3$

【答案】B

【解析】

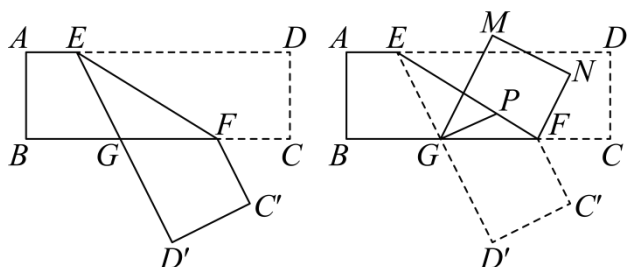
【分析】 本题考查了平移的性质：①平移不改变图形的形状和大小；②经过平移，对应点所连的线段平行且相等，对应线段平行且相等，对应角相等. 每次平移 4 个单位， n 次平移 $4n$ 个单位，加上 AB 的长即为 AB_n 的长.

【详解】 解：每次平移 4 个单位， n 次平移 $4n$ 个单位，即 $BB_n = 4n$ ，加上 AB 的长即为 AB_n 的长.

$$AB_n = 4n + AB = 4n + 5,$$

故选：B.

10. 如图为长方形纸带， $AD \parallel BC$ ，点 E, F 分别是直线 AD, BC 上一点， $\angle DEF$ 为锐角，且不等于 60° ，将纸带沿 EF 折叠如图①，再由 GF 折叠如图②，若 GP 平分 $\angle MGF$ 交直线 EF 于点 P ，若 $\angle DEF = \alpha$ ，则 $\angle GPE$ 的度数为（ ）



- A. α B. 2α C. 3α D. 4α

【答案】 B

【解析】

【分析】 首先由折叠的性质得到 $\angle GEP = \angle DEF = \alpha$ ，然后由平行线的性质得到 $\angle EGB = \angle GED = 2\alpha$ ， $\angle EFG = \angle DEF = \alpha$ ，由折叠得 $\angle MGC = \angle FGD' = 2\alpha$ ，最后利用三角形外角的性质求解即可.

【详解】 $\because \angle DEF = \alpha$

$\therefore$ 由折叠得， $\angle GEP = \angle DEF = \alpha$

$\therefore \angle GED = \angle GEP + \angle DEF = 2\alpha$

$\because AD \parallel BC$

$\therefore \angle EGB = \angle GED = 2\alpha$ ， $\angle EFG = \angle DEF = \alpha$

$\therefore \angle FGD' = \angle EGB = 2\alpha$

$\therefore$ 由折叠得， $\angle MGC = \angle FGD' = 2\alpha$

$\because GP$ 平分 $\angle MGF$

$\therefore \angle PGF = \frac{1}{2} \angle MGF = \alpha$

$$\therefore \angle GPE = \angle PGF + \angle EFG = 2\alpha.$$

故选：B.

【点睛】此题考查了折叠的性质，平行线的性质，三角形外角的性质，角平分线的概念等知识，解题的关键是正确分析题目中角度之间的关系.

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分；不需写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卡上相应的位置）

11. 一个 n 边形的内角和是 720° ，那么 $n =$ _____.

【答案】6

【解析】

【分析】本题考查根据多边形的内角和计算公式求多边形的边数，根据 $(n-2) \times 180^\circ = 720^\circ$ 求解即可.

【详解】解： $\because (n-2) \times 180^\circ = 720^\circ$,

$$\therefore n = 6,$$

故答案为：6.

12. 已知 $2^x = 3$ ， $2^y = 4$ ，则 $2^{x-y} =$ _____.

【答案】 $\frac{3}{4}$ 0.75

【解析】

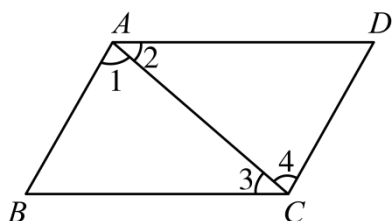
【分析】本题考查的是同底数幂的除法运算，由 $2^{x-y} = 2^x \div 2^y = \frac{3}{4}$ 可得答案.

【详解】解： $\because 2^x = 3$ ， $2^y = 4$ ，

$$\therefore 2^{x-y} = 2^x \div 2^y = \frac{3}{4},$$

故答案为： $\frac{3}{4}$

13. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，① $\angle 2 = \angle 3$ ；② $\angle 1 = \angle 4$ ；③ $\angle B = \angle D$ ；④ $\angle 1 + \angle 2 + \angle B = 180^\circ$. 以上条件能得出 $AB \parallel CD$ 的是_____.



【答案】②

【解析】

【分析】根据平行线的判定定理求解，即可求得答案．

本题考查了平行线的判定，掌握平行线的三种判定方法是解此题的关键．

【详解】① $\because \angle 2 = \angle 3$ ，

$\therefore AD \parallel BC$ ，不能证明 $AB \parallel CD$ ；

② $\because \angle 1 = \angle 4$ ，

$\therefore AB \parallel CD$ ；

③ $\because \angle B = \angle D$ ，

$\therefore$ 不能证明 $AB \parallel CD$ ；

④ $\because \angle 1 + \angle 2 + \angle B = 180^\circ$ ，

$\therefore AD \parallel BC$ ，不能证明 $AB \parallel CD$ ；

$\therefore$ 能得到 $AB \parallel CD$ 的条件是②．

故答案为：②．

14. 若 $x^2 + mx + 25$ 是完全平方式，则 m 的值是_____．

【答案】 ± 10

【解析】

【分析】此题考查了完全平方式，熟练掌握完全平方公式是解本题的关键．利用完全平方式的结构特征判断即可确定出 m 的值．

【详解】解： $\because x^2 + mx + 25$ 是完全平方式，即 $x^2 + mx + 5^2$ ，

$\therefore m = \pm 2 \times 5 = \pm 10$ ．

故答案为： ± 10 ．

15. 已知 $a + b = 3$ ， $ab = 1$ ．则 $a^2 + b^2 =$ _____．

【答案】7

【解析】

【分析】将所求式子利用完全平方公式变形后，把 $a+b$ 与 ab 的值代入即可求出值．

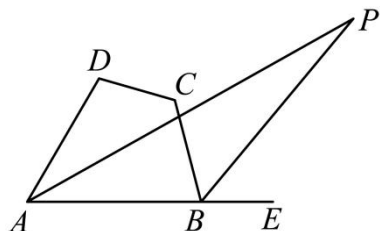
【详解】 $\because a+b=3$ ， $ab=1$ ，

$\therefore a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 3^2 - 2 = 9 - 2 = 7$ ；

故答案为：7.

【点睛】此题考查了完全平方公式的运用，熟练掌握完全平方公式是解本题的关键.

16. 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $\angle DAB$ 的角平分线与 $\angle ABC$ 的外角平分线相交于点 P , 且 $\angle D + \angle C = 240^\circ$, 则 $\angle P =$ _____.



【答案】 30° ## 30 度

【解析】

【分析】先根据角平分线的定义可得 $\angle PAB = \frac{1}{2} \angle DAB$, $\angle PBE = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle ABC$, 再根据四边形的内角和可得 $\angle DAB + \angle ABC = 120^\circ$, 然后根据三角形的外角性质即可得.

【详解】解: $\because \angle DAB$ 的角平分线与 $\angle ABC$ 的外角平分线相交于点 P ,

$$\therefore \angle PAB = \frac{1}{2} \angle DAB, \quad \angle PBE = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle ABC) = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle ABC,$$

$\because$ 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle D + \angle C = 240^\circ$,

$$\therefore \angle DAB + \angle ABC = 360^\circ - 240^\circ = 120^\circ,$$

由三角形的外角性质得: $\angle P = \angle PBE - \angle PAB$,

$$= 90^\circ - \frac{1}{2} \angle ABC - \frac{1}{2} \angle DAB$$

$$= 90^\circ - \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle DAB)$$

$$= 90^\circ - \frac{1}{2} \times 120^\circ$$

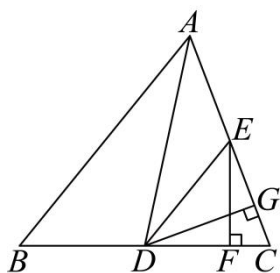
$$= 30^\circ.$$

故答案为: 30° .

【点睛】本题考查了四边形的内角和、角平分线的定义等知识点, 熟练掌握角平分线的性质及外角性质是解题关键.

17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, E 是 AC 中点, $EF \perp BC$, $DG \perp AC$, 垂足分别为 F ,

G . 若 $\triangle ABC$ 的周长为 41, $AB = \frac{3}{2} AC$, $AC = 10$, $EF = 4$, 则 DG 的长为 _____.



【答案】 6.4

【解析】

【分析】该题主要考查了三角形中线的知识点以及三角形等面积法的运用，三角形的中线将三角形分成面积相等的两部分，同时三角形的中线平分底边；等面积法运用时需注意一定要看准在同一个三角形中运用．先求出 $\triangle ABC$ 各个边的长度，再根据三角形中线求出 DC 、 EC 的长度，运用 $\triangle DEC$ 等面积法求解 DG 即可；

【详解】解： $\because AB = \frac{3}{2}AC$ ， $AC = 10$ ，

$$\therefore AB = \frac{3}{2} \times 10 = 15.$$

$\because \triangle ABC$ 的周长为41，

$$\therefore AB + BC + AC = 41,$$

$$\therefore BC = 16.$$

$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线， DE 是 $\triangle ADC$ 的中线，

$$\therefore DC = \frac{1}{2}BC = 8, \quad CE = \frac{1}{2}AC = 5.$$

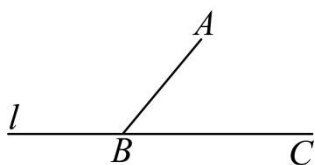
$$\because S_{\triangle EDC} = \frac{1}{2}EF \cdot DC = \frac{1}{2}DG \cdot CE,$$

$$\therefore 4 \times 8 = 5DG,$$

$$\therefore DG = 6.4.$$

故答案为：6.4

18. 如果三角形的两个内角 α 与 β 满足 $2\alpha + \beta = 90^\circ$ ，那么我们称这样的三角形为“准直角三角形”．如图， B 、 C 为直线 l 上两点，点 A 在直线 l 外，且 $\angle ABC = 50^\circ$ ，若 P 是 l 上一点，且 $\triangle ABP$ 是“准直角三角形”，则 $\angle APB =$ _____．

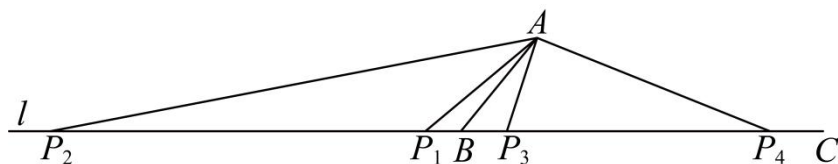


【答案】 10° 或 20° 或 40° 或 110°

【解析】

【分析】 本题考查三角形内角和定理、三角形外角的性质，数形结合与分类讨论数学思想的运用、新定义问题的求解等知识与方法．分为四种情况，画出图形，分别求出 $\angle AP_1B$ 、 $\angle AP_2B$ 、 $\angle AP_3B$ 、 $\angle AP_4B$ 的度数即可．

【详解】 解：如图，若点 P_1 在点 B 左侧， $\triangle ABP_1$ 是“准直角三角形”，且 $2\angle BAP_1 + \angle AP_1B = 90^\circ$ ，



$$\therefore \angle BAP_1 + \angle AP_1B = \angle ABC = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle BAP_1 + 50^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAP_1 = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle AP_1B = \angle ABC - \angle BAP_1 = 10^\circ;$$

若点 P_2 在点 B 左侧， $\triangle ABP_2$ 是“准直角三角形”，且 $2\angle AP_2B + \angle BAP_2 = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle AP_2B + \angle BAP_2 = \angle ABC = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle AP_2B + 50^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AP_2B = 40^\circ;$$

若点 P_3 在点 B 右侧， $\triangle ABP_3$ 是“准直角三角形”，且 $2\angle BAP_3 + \angle ABP_3 = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABP_3 = \angle ABC = 50^\circ,$$

$$\therefore 2\angle BAP_3 + 50^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAP_3 = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle AP_3B = 180^\circ - \angle ABP_3 - \angle BAP_3 = 180^\circ - 50^\circ - 20^\circ = 110^\circ;$$

若点 P_4 在点 B 右侧, $\triangle ABP_4$ 是“准直角三角形”, 且 $2\angle AP_4B + \angle ABP_4 = 90^\circ$,

$$\therefore \angle ABP_4 = \angle ABC = 50^\circ,$$

$$\therefore 2\angle AP_4B + 50^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AP_4B = 20^\circ,$$

综上所述, $\angle APB$ 的度数为 10° 或 20° 或 40° 或 110°

故答案为: 10° 或 20° 或 40° 或 110° .

三、解答题(本大题共 8 小题, 共 66 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. 计算:

$$(1) -1^{100} + \left(\frac{1}{2}\pi - 1\right)^0 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$$

$$(2) a^5 \div a^4 \cdot a^9 + (2a^2)^5$$

$$(3) 2x(x-3) + (2x-1)(x-3)$$

$$(4) 3^{14} \times \left(-\frac{1}{9}\right)^7$$

【答案】(1) -9 ;

$$(2) 33a^{10};$$

$$(3) 4x^2 - 13x + 3;$$

$$(4) -1.$$

【解析】

【分析】此题考查了有理数的乘方, 零指数幂和负整数指数幂, 同底数幂的乘法和除法, 积的乘方和幂的乘方, 单项式乘以多项式和多项式乘以多项式, 解题的关键是掌握以上运算法则.

(1) 首先计算有理数的乘方, 零指数幂和负整数指数幂, 然后计算加减;

(2) 首先计算同底数幂的乘法和除法, 积的乘方, 然后计算加减;

(3) 首先计算单项式乘以多项式和多项式乘以多项式, 然后计算加减;

(4) 根据幂的乘方和积的乘方的逆运算求解即可.

【小问 1 详解】

$$-1^{100} + \left(\frac{1}{2}\pi - 1\right)^0 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$$

$$= -1 + 1 - 9$$

$$= -9;$$

【小问 2 详解】

$$a^5 \div a^4 \cdot a^9 + (2a^2)^5$$

$$= a^{10} + 32a^{10}$$

$$= 33a^{10};$$

【小问 3 详解】

$$2x(x-3) + (2x-1)(x-3)$$

$$= 2x^2 - 6x + 2x^2 - 6x - x + 3$$

$$= 4x^2 - 13x + 3;$$

【小问 4 详解】

$$3^{14} \times \left(-\frac{1}{9}\right)^7$$

$$= -3^{14} \times 3^{-14}$$

$$= -1.$$

20. 因式分解:

$$(1) 2x^2y - 8xy + 8y$$

$$(2) a^4 - 16$$

【答案】(1) $2y(x-2)^2$;

(2) $(a^2+4)(a+2)(a-2)$.

【解析】

【分析】此题考查了因式分解的方法，解题的关键是熟练掌握因式分解的方法：提公因式法，平方差公式法，完全平方公式法，十字相乘法等.

(1) 先提公因式，然后利用完全平方公式因式分解即可.

(2) 利用平方差公式因式分解即可.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned} & 2x^2y - 8xy + 8y \\ &= 2y(x^2 - 4x + 4) \\ &= 2y(x-2)^2; \end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned} & a^4 - 16 \\ &= (a^2 + 4)(a^2 - 4) \\ &= (a^2 + 4)(a+2)(a-2). \end{aligned}$$

21. 先化简，再求值： $(2a+b)^2 - (a-b)(b+a)$ ，其中 $a=1$ ， $b=2$

【答案】 $3a^2 + 4ab + 2b^2$ ；19.

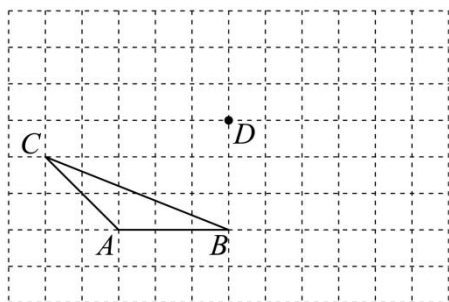
【解析】

【分析】 本题考查的是整式的混合运算，化简求值，先利用乘法公式计算乘法运算，再合并同类项，最后把 $a=1$ ， $b=2$ 代入计算即可.

$$\begin{aligned} & \text{【详解】解：} (2a+b)^2 - (a-b)(b+a) \\ &= (4a^2 + 4ab + b^2) - (a^2 - b^2) \\ &= 4a^2 + 4ab + b^2 - a^2 + b^2 \\ &= 3a^2 + 4ab + 2b^2; \\ & \text{当 } a=1, b=2 \text{ 时,} \end{aligned}$$

$$\text{原式} = 3 \times 1^2 + 4 \times 1 \times 2 + 2 \times 2^2 = 3 + 8 + 8 = 19.$$

22. 在如图所示的正方形网格中，每个小正方形的边长均为 1 个单位长度， $\triangle ABC$ 的顶点都在正方形网格的格点（网格线的交点）上. 将 $\triangle ABC$ 经过一次平移得到 $\triangle DEF$ ，点 D 、 E 、 F 分别是 A 、 B 、 C 的对应点.



(1) 画出平移后的 $\triangle DEF$ ；

(2) 利用格点图画出 $\triangle DEF$ 中 DE 边上的高 FH ；

(3) 在格点上找一点 P (不与 B 点重合), 使 $\triangle PAC$ 的面积等于 $V ABC$ 的面积. 满足这样条件的点 P 共 _____ 个;

(4) 平移过程中, 线段 AC 扫过的图形面积是_____.

【答案】(1) 见解析;

(2) 见解析; (3) 11;

(4) 12.

【解析】

【分析】本题考查作图—平移变换, 三角形的高, 割补法求面积等知识, 解题的关键是如何用相关知识在网格中找出关键的格点.

(1) 根据平移的性质画图即可;

(2) 根据三角形高线的概念和网格的特点求解即可;

(3) 利用等底等高的两三角形面积相等即可求解;

(4) 连接 CF , AD , 理由割补法求出四边形 $CADF$ 的面积即可.

【小问 1 详解】

如图所示, $\triangle DEF$ 即为所求;

【小问 2 详解】

如图所示, 线段 FH 即为所求;

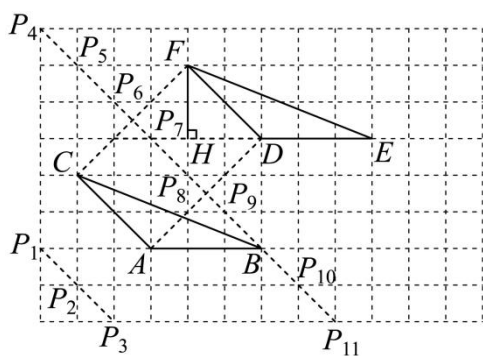
【小问 3 详解】

如图所示, 根据等底等高的两三角形面积相等可得,

满足这样条件的点 P 共 11 个;

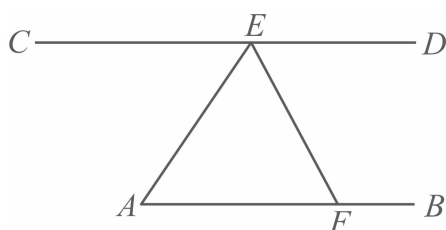
【小问 4 详解】

如图所示, 连接 CF , AD ,



$\therefore$ 线段 AC 扫过的图形面积 $= S_{\text{四边形}CADF} = 5 \times 5 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times 2 = 12$.

23. 如图, $AB \parallel CD$, E 是 CD 上一点, $\angle AEF = 62^\circ$, EF 平分 $\angle AED$ 交 AB 于点 F , 求 $\angle AFE$ 的度数.



【答案】见解析

【解析】

【分析】 本题考查的是角平分线的定义, 平行线的性质, 先求解 $\angle DEF = 62^\circ$, 再利用平行线的性质可得答案.

【详解】解: $\because EF$ 平分 $\angle AED$,

$$\therefore \angle AEF = \angle DEF,$$

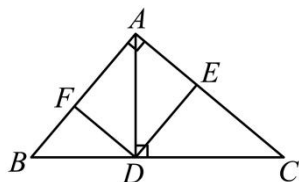
$$\because \angle AEF = 62^\circ,$$

$$\therefore \angle DEF = 62^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle DEF = 62^\circ.$$

24. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的高, 点 E 、 F 在 AB 、 AC 上, $DE \parallel AB$, $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle C = 40^\circ$.



(1) 求 $\angle CDE$ 的度数;

(2) 若 $\angle BDF = \angle BAD$, 求证: $DF \parallel AC$.

【答案】(1) $\angle CDE = 50^\circ$;

(2) 见解析.

【解析】

【分析】本题考查的是三角形的内角和定理的应用，平行线的性质，熟记三角形的内角和定理是解本题的关键；

(1) 先求解 $\angle B = 180^\circ - \angle BAC - \angle C = 50^\circ$ ，再利用平行线的性质可得答案；

(2) 先证明 $\angle BAD + \angle CAD = 90^\circ$ ， $\angle C + \angle CAD = 90^\circ$ ，可得 $\angle C = \angle BAD$ ，再进一步证明即可.

【小问 1 详解】

解：在 $\triangle ABC$ 中， $\because \angle BAC = 90^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，

$$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle BAC - \angle C = 50^\circ,$$

$$\because DE \parallel AB,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle B = 50^\circ;$$

【小问 2 详解】

证明： $\because \angle BAC = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAD + \angle CAD = 90^\circ,$$

$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的高，

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle C + \angle CAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle C = \angle BAD,$$

$$\because \angle BDF = \angle BAD,$$

$$\therefore \angle C = \angle BDF,$$

$$\therefore DF \parallel AC;$$

25. 阅读以下材料：

我们给出如下定义：对于关于 x 的多项式，若当 $x+m$ 取任意一对互为相反数的值时，该多项式的值相等，则称该多项式关于 $x=-m$ 对称，称 $x=-m$ 是它的对称轴. 例如，

$x^2 - 4x + 3 = x^2 - 4x + 4 - 4 + 3 = (x-2)^2 - 1$. 观察可以发现，当 $(x-2)$ 取任意一对互为相反数的值时，

多项式 $x^2 - 4x + 3$ 的值是相等的，则称 $x^2 - 4x + 3$ 关于 $x=2$ 对称， $x=2$ 是它的对称轴.

请根据上述材料解决下列问题：

(1) 将多项式 $x^2 + 6x + 4$ 变形为 $(x+m)^2 + n$ 的形式，并求出它的对称轴；

(2) 若关于 x 的多项式 $x^2 - kx + 4$ 关于 $x = 3$ 对称, 则 $k =$ _____;

(3) 代数式 $(x^2 + 2x + 1)(x^2 - 16x + 64)$ 的对称轴是 $x =$ _____.

【答案】(1) $x^2 + 6x + 4 = (x+3)^2 - 5$; 对称轴为 $x = -3$;

(2) 6; (3) $\frac{7}{2}$.

【解析】

【分析】本题考查了完全平方公式的应用, 熟练利用完全平方公式分解因式是解题的关键.

(1) 加上 3^2 , 同时再减去 3^2 , 配方, 整理, 根据定义回答即可;

(2) 将 $x^2 - kx + 4$ 配成 $\left(x - \frac{k}{2}\right)^2 + 4 - \frac{k^2}{4}$, 根据对称轴的定义, 对称轴为 $x = \frac{k}{2}$,

根据对称轴的一致性, 求 a 即可;

(3) 将代数式 $(x^2 + 2x + 1)(x^2 - 16x + 64)$ 配方成 $\left[\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{81}{4}\right]^2$, 根据定义即可得到答案.

【小问 1 详解】

解: $x^2 + 6x + 4$

$$= x^2 - 6x + 9 - 9 + 4$$

$$= (x - 3)^2 - 5.$$

$\therefore$ 该多项式的对称轴为 $x = 3$;

【小问 2 详解】

$$\because x^2 - kx + 4 = \left(x - \frac{k}{2}\right)^2 + 4 - \frac{k^2}{4},$$

$$\therefore \text{对称轴为 } x = \frac{k}{2},$$

$\because$ 关于 x 的多项式 $x^2 - kx + 4$ 关于 $x = 3$ 对称,

$$\therefore \frac{k}{2} = 3,$$

$$\text{即 } k = 6,$$

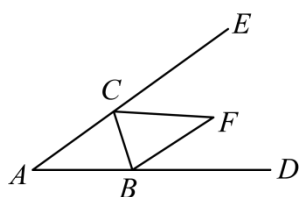
【小问 3 详解】

$$\because (x^2 + 2x + 1)(x^2 - 16x + 64)$$

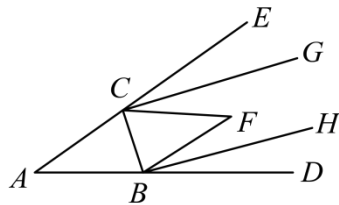
$$= (x+1)^2(x-8)^2$$

$$\begin{aligned}
&= [(x+1)(x-8)]^2 \\
&= (x^2 - 7x - 8)^2 \\
&= \left[\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{81}{4} \right]^2, \\
&\therefore \text{对称轴为 } x = \frac{7}{2}.
\end{aligned}$$

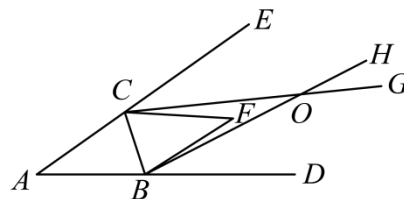
26. 如图将 $\triangle ABC$ 沿线段 BC 翻折至 $\triangle FBC$ 处, 延长 AC 、 BD (点 F 在 $\angle EAD$ 内部).



图①



图②



图③

请尝试探究:

(1) 请直接写出 $\angle ECF$ 、 $\angle DBF$ 与 $\angle A$ 的数量关系为_____;

(2) 若 CG 平分 $\angle ECF$, BH 平分 $\angle FBD$. 点 F 在 $\angle A$ 内部 (如图②), 证明: $CG \parallel BH$.

(3) 若射线 CG 、 BH 分别是 $\angle ECF$, $\angle DBF$ 的 n 等分线 (n 为大于 2 的正整数), 即 $\angle GCF = \frac{1}{n} \angle ECF$, $\angle HBF = \frac{1}{n} \angle DBF$, 射线 CG 和射线 BH 相交于点 O . 请直接写出 $\angle A$ 与 $\angle BOC$ 的数量关系:_____.

【答案】(1) $\angle ECF + \angle DBF = 2\angle A$;

(2) 见解析; (3) $\angle BOC = \frac{n-2}{n} \angle A$.

【解析】

【分析】(1) 根据三角形内角和定理及平角的定义得到 $\angle ECF + \angle DBF = \angle A + \angle F$, 再根据 $\angle A = \angle F$, 即可得出结论;

(2) 根据角平分线的定义及 (1) 中的结论得出 $\angle GCF + \angle HBF = \angle F$, 再根据平行线的性质与判定证明即可;

(3) 由三角形的内角和定理可得 $\angle F + \angle FBC + \angle FCB = 180^\circ$, $\angle BOC + \angle OCB + \angle OBC = 180^\circ$, 可得 $\angle F = \angle OCF + \angle OBF + \angle BOC$, 再结合 (1) 的结论可得答案.

【小问 1 详解】

解: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$,

在 $\triangle FBC$ 中, $\angle F + \angle FBC + \angle FCB = 180^\circ$,

$\therefore \angle ABC + \angle ACB + \angle FBC + \angle FCB = 360^\circ - (\angle A + \angle F)$,

$$\because \angle ECF + \angle ACB + \angle FCB = 180^\circ, \quad \angle DBF + \angle ABC + \angle FBC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB + \angle FBC + \angle FCB = 360^\circ - (\angle ECF + \angle DBF),$$

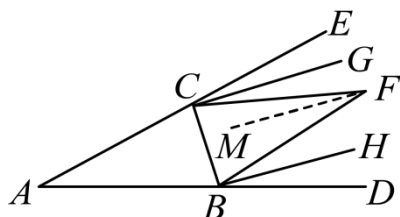
$$\therefore \angle ECF + \angle DBF = \angle A + \angle F,$$

由对折可得： $\angle A = \angle F$ ，

$$\therefore \angle ECF + \angle DBF = 2\angle A,$$

【小问 2 详解】

证明：如图，



过点 F 作 $FM \parallel CG$ ，

$$\therefore \angle GCF = \angle CFM,$$

$\because CG$ 平分 $\angle ECF$ ， BH 平分 $\angle DBF$ ，

$$\therefore \angle GCF = \frac{1}{2}\angle ECF, \quad \angle HBF = \frac{1}{2}\angle DBF,$$

由 (1) 知 $\angle ECF + \angle DBF = 2\angle A = 2\angle CFB$ ，

$$\therefore \angle GCF + \angle HBF = \frac{1}{2}(\angle ECF + \angle DBF) = \angle CFB,$$

$$\therefore \angle CFM + \angle HBF = \angle CFB,$$

$$\because \angle CFM + \angle BFM = \angle CFB,$$

$$\therefore \angle HBF = \angle BFM,$$

$$\therefore FM \parallel BH,$$

$$\therefore CG \parallel BH;$$

【小问 3 详解】

解： $\because \angle F + \angle FBC + \angle FCB = 180^\circ$ ，

$$\angle BOC + \angle OCB + \angle OBC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle OCF + \angle FCB + \angle FBC + \angle OBF + \angle BOC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle F = \angle OCF + \angle OBF + \angle BOC,$$

$$\because \angle GCF = \frac{1}{n}\angle ECF, \quad \angle HBF = \frac{1}{n}\angle DBF,$$

$$\therefore \angle F = \frac{1}{n}\angle ECF + \frac{1}{n}\angle DBF + \angle BOC,$$

由（1）可得： $\angle ECF + \angle DBF = 2\angle A = 2\angle F$ ，

$$\therefore \angle A = \frac{1}{n}(\angle ECF + \angle DBF) + \angle BOC = \frac{2}{n}\angle A + \angle BOC,$$

$$\therefore \angle BOC = \frac{n-2}{n}\angle A;$$

【点睛】 本题考查了三角形内角和定理，轴对称的性质，平行线的判定及角平分线的定义，熟记三角形内角和是 180° 是解题的关键，同时应熟练掌握平行线的判定及角平分线的定义．