

期末模拟试卷 1

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 150 分)

一、选择题: (本大题共 8 题, 每题 3 分, 满分 24 分)

1. 如图, 以下四个图标中可以看作由“基本图案”经过平移得到的是 ()



【答案】D

【解析】

【分析】图形平移前后的大小, 形状都不变化, 据此判断即可.

【详解】解: A、不能看作由“基本图案”经过平移得到, 故不符合题意;

B、不能看作由“基本图案”经过平移得到, 故不符合题意;

C、不能看作由“基本图案”经过平移得到, 故不符合题意;

D、能看作由“基本图案”经过平移得到, 故符合题意;

故选: D.

【点睛】此题考查了平移的性质, 熟练掌握图形平移前后的大小, 形状都不变化, 只是位置变化是解题的关键.

2. 2015 年 2 月 1 日宿迁市最高气温是 8°C , 最低气温是 -2°C , 则当天宿迁市气温变化范围 $t(^{\circ}\text{C})$ 是 ()

A. $t > 8$

B. $t < 2$

C. $-2 < t < 8$

D. $-2 \leq t \leq 8$

【答案】D

【解析】

【分析】利用不等式的定义求解即可.

【详解】根据题意可得: 最低气温和最高气温都包含在内, 则 $-2 \leq t \leq 8$.

故选: D

【点睛】本题主要考查了不等式的定义, 正确确定最低气温和最高气温都包含在内是解题关键.

3. 已知 $a > b$, 下列不等式中正确的是 ()

A. $a - 3 < b - 3$

B. $-4a > -4b$

C. $2a < 2b$

D. $a - c > b - c$

【答案】D

【解析】

【分析】根据不等式的性质逐项判断即可求解.

【详解】解：A. $\because a > b$, $\therefore a-3 > b-3$, 故原选项判断错误, 不合题意;

B. $\because a > b$, $\therefore -4a < -4b$, 故原选项判断错误, 不合题意;

C. $\because a > b$, $\therefore 2a > 2b$, 故原选项判断错误, 不合题意;

D. $\because a > b$, $\therefore a-c > b-c$, 故原选项判断正确, 符合题意.

故选: D

【点睛】本题考查了不等式的性质, 熟知不等式的三条性质是解题关键.

4. 多项式 $3a^3b^2 + 9a^3bc$ 分解因式时, 应提取的公因式是 ()

A. $3a^3b^2$

B. $9a^3b^2c$

C. $3a^3b^3$

D. $3a^3b$

【答案】D

【解析】

【分析】根据当各项系数都是整数时, 公因式的系数应取各项系数的最大公因数; 字母取各项的相同的字母, 而且各字母的指数取次数最低的; 取相同的多项式, 多项式的次数取最低的, 进而得出公因式.

【详解】解: $3a^3b^2 + 9a^3bc = 3a^3b(b+3c)$

多项式 $3a^3b^2 + 9a^3bc$ 分解因式时, 应提取的公因式 $3a^3b$

故选: D

【点睛】此题主要考查了提取公因式法分解因式, 正确找出公因式是解题关键.

5. 已知 $a^2 + a - 4 = 0$, 代数式 $(a^2 - 3)(a + 2)$ 的值是 ()

A. 2

B. -4

C. 4

D. -2

【答案】D

【解析】

【分析】先根据 $a^2 + a - 4 = 0$ 得到 $a^2 - 3 = 1 - a$, $a^2 + a = 4$, 再把 $a^2 - 3 = 1 - a$ 整体代入, 即可求解.

【详解】解: $\because a^2 + a - 4 = 0$,

$\therefore a^2 - 3 = 1 - a$, $a^2 + a = 4$,

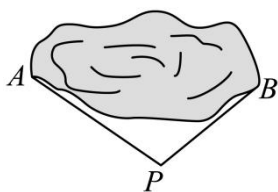
$\therefore (a^2 - 3)(a + 2) = (1 - a)(a + 2) = -a^2 - a + 2 = -(a^2 + a) + 2 = -2$,

故选: D.

【点睛】本题主要考查了整式的混合运算—化简求值, 掌握运算法则和具有整体代入思想是解题关键.

6. 如图, 为了估计一池塘岸边两点 A , B 之间的距离, 小丽同学在池塘一侧选取了一点 P , 测得

$PA = 6\text{m}$, $PB = 4\text{m}$, 那么点 A 与点 B 之间的距离不可能是 ()



A. 6m

B. 7.5m

C.

85m

D. 10.5m

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了三角形的三边关系. 首先根据三角形的三边关系求出 AB 的取值范围, 然后再判断各选项是否正确.

【详解】解: 根据三角形的三边关系得: $PA - PB < AB < PA + PB$,

$\because PA = 6\text{m}, PB = 4\text{m}$,

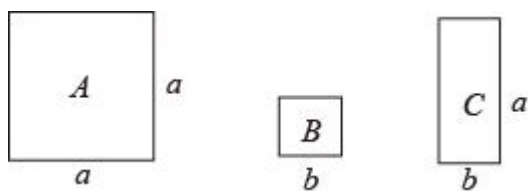
$\therefore 6 - 4 < AB < 6 + 4$,

即 $2 < AB < 10$,

$\therefore$ 点 A 与点 B 之间的距离不可能是 10.5m .

故选: D

7. 如图, 有 A、B、C 三种类型的卡片若干张, 如果要拼成一个长为 $(3a + 2b)$, 宽为 $(2a + b)$ 的大长方形, 则需要 A 类、B 类、C 类卡片的张数分别为 ()



A. 5, 3, 6

B. 6, 3, 7

C. 6, 2, 7

D. 5, 2, 6

【答案】C

【解析】

【分析】利用长方形面积列出式子, 展开, 找到不同卡片面积对应的系数, 就是各自卡片的数量.

【详解】 $(3a + 2b)(2a + b) = 6a^2 + 7ab + 2b^2$,

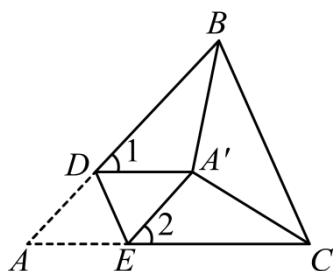
$$S_A = a^2, S_B = b^2, S_C = ab,$$

所以 a^2 、 b^2 、 ab 系数分别是 6、2、7，

故选：C.

【点睛】本题主要考查了多项式乘多项式的运算，找出各类卡片的面积和对应的系数是解题的关键.

8. 如图，将 $\triangle ABC$ 纸片沿 DE 折叠，使点 A 落在点 A' 处，且 $A'B$ 平分 $\angle ABC$ ， $A'C$ 平分 $\angle ACB$ ，若 $\angle BA'C = 122^\circ$ ，则 $\angle 1 + \angle 2$ 的度数为（ ）



A. 116°

B. 100°

C. 128°

D. 120°

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了三角形的内角和定理，图形的折叠问题. 根据三角形的内角和定理，可得 $\angle A'BC + \angle A'CB = 58^\circ$ ，再根据角平分线的定义可得 $\angle ABC + \angle ACB = 2(\angle A'BC + \angle A'CB) = 116^\circ$ ，然后根据三角形的内角和定理，可得 $\angle A$ 的度数，从而得到 $\angle ADE + \angle AED = 116^\circ$ ，再由折叠的性质，可得 $\angle ADE = \angle A'DE$, $\angle AED = \angle A'ED$ ，即可求解.

【详解】解： $\because \angle BA'C = 122^\circ$,

$$\therefore \angle A'BC + \angle A'CB = 180^\circ - \angle BA'C = 58^\circ,$$

$\because A'B$ 平分 $\angle ABC$ ， $A'C$ 平分 $\angle ACB$ ，

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 2\angle A'BC + 2\angle A'CB = 2(\angle A'BC + \angle A'CB) = 116^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) = 64^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE + \angle AED = 180^\circ - \angle A = 116^\circ,$$

由折叠的性质得： $\angle ADE = \angle A'DE$, $\angle AED = \angle A'ED$ ，

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ - (\angle ADE + \angle A'DE) + 180^\circ - (\angle AED + \angle A'ED) = 360^\circ - 2(\angle ADE + \angle AED) = 128^\circ.$$

故选：C

二. 填空题：（本大题共 8 题，每题 3 分，满分 24 分）

9. 计算： $4^{2023} \times (-0.25)^{2023} =$ _____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 逆用积的乘方公式计算即可.

【详解】 $4^{2023} \times (-0.25)^{2023} = (-0.25 \times 4)^{2023} = (-1)^{2023} = -1$,

故答案为：-1.

【点睛】 本题考查利用积的乘方进行计算，解题的关键是逆用积的乘方公式.

10. 已知三角形三条边长分别是 2、 a 、3，且 a 为奇数，则 $a =$ _____，

【答案】 3

【解析】

【分析】 利用三角形的三边关系求解，即可得到答案.

【详解】 解： $\because$ 三角形三条边长分别是 2、 a 、3，

$$\therefore 3-2 < a < 3+2,$$

$$\therefore 1 < a < 5,$$

$\because a$ 为奇数，

$$\therefore a = 3,$$

故答案为：3.

【点睛】 本题考查了三角形的三边关系，解题关键是掌握三角形任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边.

11. 近来中国芯片技术获得重大突破，7 nm 芯片已经量产，已知 $7 \text{ nm} = 0.0000007 \text{ cm}$ ，将数据 0.0000007 用科学记数法表示为_____.

【答案】 7×10^{-7}

【解析】

【分析】 本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times x^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定. 绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times x^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是：负整数指数幂，指数 n 由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【详解】 $0.0000007 = 7 \times 10^{-7}$

故答案为： 7×10^{-7}

12. 一个多边形的每一个外角都等于 40° ，则这个多边形的内角和为_____°.

【答案】 1260

【解析】

【分析】 本题主要考查了多变形的内角与外角．首先根据外角和与一个外角的度数可得多边形的边数，再根据多边形的内角和公式进行计算即可．

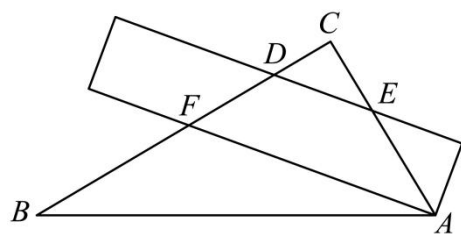
【详解】 解： $\because$ 一个多边形的每一个外角都等于 40° ，

$\therefore$ 这个多边形的边数为： $360^\circ \div 40^\circ = 9$ ，

$\therefore$ 这个多边形的内角和为： $180^\circ \times (9 - 2) = 1260^\circ$ ，

故答案为： 1260．

13. 一把直尺和一块直角三角尺（含 30° 、 60° 角）如图所示摆放，直尺的一边与三角尺的两直角边 BC 、 AC 分别交于点 D 、点 E ，直尺的另一边过 A 点且与三角尺的直角边 BC 交于点 F ，若 $\angle CAF = 42^\circ$ ，则 $\angle CDE$ 度数为_____.



【答案】 48° ## 48 度

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行线的性质，直角三角形的性质．根据题意可得 $\angle C = 90^\circ$ ， $DE \parallel AF$ ，从而得到 $\angle CED = 42^\circ$ ，即可求解．

【详解】 解：根据题意得： $\angle C = 90^\circ$ ， $DE \parallel AF$ ，

$\therefore \angle CED = \angle CAF$ ，

$\because \angle CAF = 42^\circ$ ，

$\therefore \angle CED = 42^\circ$ ，

$\therefore \angle CDE = 90^\circ - \angle CED = 48^\circ$ ．

故答案为： 48°

14. 已知不等式组 $\begin{cases} x > 1 \\ x < a - 1 \end{cases}$ 无解，则 a 的取值范围为__.

【答案】 $a, 2$

【解析】

【分析】 求出不等式组中每个不等式的解集，根据已知即可得出关于 a 的不等式，即可得出答案.

【详解】 解： $\because$ 不等式组 $\begin{cases} x > 1 \\ x < a-1 \end{cases}$ 无解，

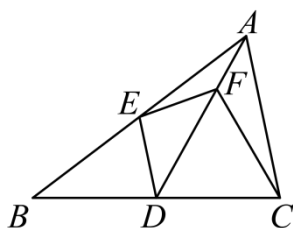
$\therefore a-1, 1$,

解得： $a, 2$,

故答案为： $a, 2$.

【点睛】 本题考查了一元一次不等式组的应用，解此题的关键是能得出关于 a 的不等式，题目比较好，难度适中.

15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 是中线，点 E 是 AB 中点，且 $DF = 2AF$ ，若 $\triangle AEF$ 的面积是 2，则 $\triangle CDF$ 的面积为__.



【答案】 8

【解析】

【分析】 根据三角形面积公式，利用 $AD=3AF$ 得到 $S_{\triangle ADE}=6$ ，再利用点 E 是 AB 中点得到 $S_{\triangle BDE}=6$ ，接着利用 AD 是中线得到 $S_{\triangle ACD}=12$ ，然后利用 $DF = \frac{2}{3}AD$ 从而得到 $S_{\triangle CDF}$ 的值.

【详解】 解： $\because DF=2AF$,

$\therefore AD=3AF$,

$\therefore S_{\triangle ADE}=3S_{\triangle AEF}=3 \times 2=6$,

$\because$ 点 E 是 AB 中点，

$\therefore S_{\triangle ADE}=S_{\triangle BDE}=6$,

$\therefore S_{\triangle ABD}=12$,

$\because AD$ 是中线，

$\therefore S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ACD}=12$,

$\because DF=2AF$,

$$\therefore DF = \frac{2}{3} AD,$$

$$\therefore S_{\triangle CDF} = 12 \times \frac{2}{3} = 8.$$

故答案为：8.

【点睛】本题考查了三角形的面积：三角形的面积等于底边长与高线乘积的一半，即 $S = \frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$ ；三角形的中线将三角形分成面积相等的两部分.

16. 一机器人以 0.3m/s 的速度在平地上按下图中的步骤行走，那么该机器人从开始到停止所需时间为__s.



【答案】160

【解析】

【分析】该机器人所经过的路径是一个正多边形，利用 360° 除以 45° ，即可求得正多边形的边数，即可求得周长，利用周长除以速度即可求得所需时间.

【详解】解： $360 \div 45 = 8$,

则所走的路程是： $6 \times 8 = 48\text{m}$,

则所用时间是： $48 \div 0.3 = 160\text{s}$,

故答案为：160.

【点睛】题目主要考查多边形的外角和及有理数的乘除法的应用，熟练掌握运用多边形外角的定理是解题关键.

三. 解答题：(满分 102 分)

17. 计算：

$$(1) -1^{2022} + (\pi - 3)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1};$$

$$(2) (2x+1)^2 - x(4x-1).$$

【答案】(1) 2 (2) $5x+1$

【解析】

【分析】本题主要考查了零指数幂，负整数指数幂，完全平方公式和单项式乘以多项式：

(1) 根据零指数幂，负整数指数幂计算，即可求解；

(2) 先根据完全平方公式和单项式乘以多项式计算，再合并，即可求解.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & -1^{2022} + (\pi - 3)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \\ & = -1 + 1 + 2 \\ & = 2\end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & (2x+1)^2 - x(4x-1) \\ & = 4x^2 + 4x + 1 - 4x^2 + x \\ & = 5x + 1\end{aligned}$$

18. 分解因式:

$$(1) \quad 4a^2 - 16 \quad ;$$

$$(2) \quad x^4 - 2x^2 + 1.$$

【答案】(1) $4(a+2)(a-2)$

$$(2) \quad (x-1)^2(x+1)^2$$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解，正确掌握相关性质内容是解题的关键.

(1) 先提公因式，再运用平方差公式进行因式分解，即可作答.

(2) 先运用完全平方公式进行因式分解，再运用平方差公式进行因式分解，即可作答.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & 4a^2 - 16 \\ & = 4(a^2 - 4) \\ & = 4(a+2)(a-2)\end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & x^4 - 2x^2 + 1 \\ & = (x^2 - 1)^2\end{aligned}$$

$$=(x-1)^2(x+1)^2$$

19. 解方程组、解不等式并在数轴上画出解集.

$$(1) \begin{cases} x+2y=4 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$$

$$(2) 3-2(x-4)>3x-1$$

【答案】(1) $\begin{cases} x=-10 \\ y=7 \end{cases}$

(2) $x<\frac{12}{5}$, 数轴见详解

【解析】

【分析】(1) 根据加减消元法可以解答此方程组;

(2) 先去括号, 再移项, 然后合并同类项, 系数化 1, 得出不等式的解集, 再在数轴上画出解集, 即可作答.

本题考查了解二元一次方程组以及解不等式, 运用数轴表示不等式的解集, 正确掌握相关性质内容是解题的关键.

【小问 1 详解】

解: $\begin{cases} x+2y=4 \text{ ①} \\ 2x+3y=1 \text{ ②} \end{cases}$,

① $\times 2$ -②, 得: $y=7$,

将 $y=7$ 代入①, 得: $x+14=4$,

解得: $x=-10$,

$\therefore$ 原方程组的解为 $\begin{cases} x=-10 \\ y=7 \end{cases}$;

【小问 2 详解】

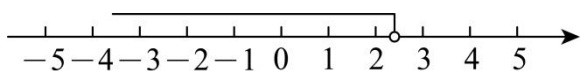
解: $3-2(x-4)>3x-1$

$$3-2x+8>3x-1$$

$$-2x-3x>-1-3-8$$

$$-5x>-12$$

$$x<\frac{12}{5}$$



20. 先化简，再求值： $(a+b)(a-b)-(a-b)^2+2b^2$ ，其中 $a=-3, b=\frac{1}{2}$ 。

【答案】 $2ab, -3$ 。

【解析】

【分析】根据平方差公式、完全平方公式展开后，合并同类项把原式化简，然后将 a 和 b 的值代入计算即可得出答案。

【详解】 $(a+b)(a-b)-(a-b)^2+2b^2$

$$= a^2 - b^2 - (a^2 - 2ab + b^2) + 2b^2$$

$$= a^2 - b^2 - a^2 + 2ab - b^2 + 2b^2$$

$$= 2ab,$$

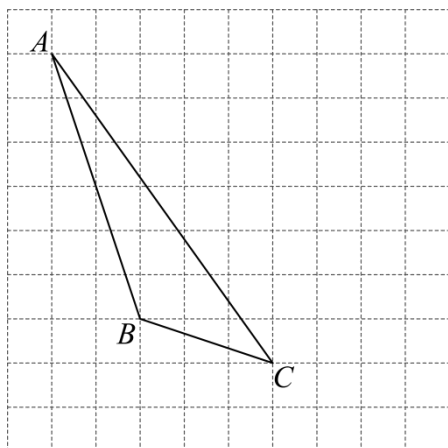
$$\text{当 } a=-3, b=\frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{原式} = 2 \times (-3) \times \frac{1}{2}$$

$$= -3.$$

【点睛】本题考查了整式的混合运算，掌握整式的混合运算是解题的关键。

21. 如图，在方格纸内将 $\triangle ABC$ 水平向右平移 4 个单位得到 $\triangle A'B'C'$ 。



(1) 画出 $\triangle A'B'C'$ ；

(2) 若连接 AA' ， BB' ，则这两条线段之间的关系是_____；

(3) 画出 AB 边上的中线 CD ；(利用网格点和直尺画图)

(4) 图中能使 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle PBC}$ 的格点 P 有_____个 (点 P 异于点 A)。

【答案】 (1) 作图见解析

(2) 平行且相等 (3) 作图见解析

(4) 3

【解析】

【分析】本题主要考查了平移作图，平移的性质，三角形面积的计算，解题的关键是作出 $\triangle ABC$ 平移后的对应点.

(1) 先作出点 A 、 B 、 C 平移后的对应点，然后顺次连接即可；

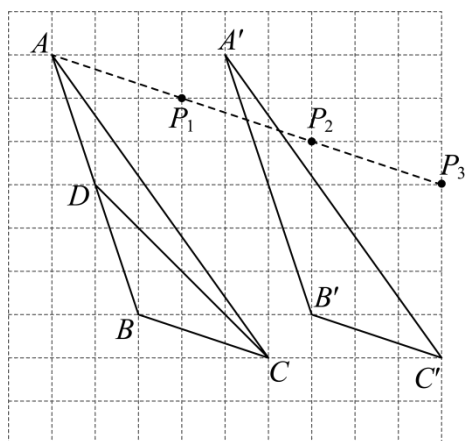
(2) 根据平移的性质解答即可；

(3) 找出 AB 的中点 D ，然后连接 CD 即可；

(4) 过点 A 作 BC 的平行线，找出此平行线上的格点即可.

【小问 1 详解】

如图， $\triangle A'B'C'$ 即为所求.



【小问 2 详解】

连接 AA' ， BB' ，根据平移性质可知，这两条线段之间的关系是平行且相等；

故答案为：平行且相等.

【小问 3 详解】

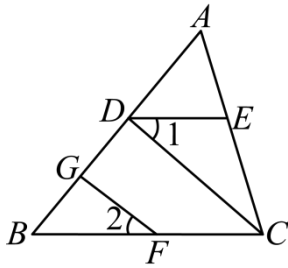
解：如图， CD 即为所求.

【小问 4 详解】

解：如图，过点 A 作 BC 的平行线，所经过的格点 P_1 ， P_2 ， P_3 即为满足条件的点，共有 3 个.

故答案为：3.

22. 已知：如图， $CD \perp AB$ ， $FG \perp AB$ ，垂足分别为 D 、 G ，点 E 在 AC 上，且 $\angle 1 = \angle 2$ ，求证： $\angle B = \angle ADE$.



(1) 填写下列推理中的空格：

证明：∵ $CD \perp AB$, $FG \perp AB$,

∴ $\angle BGF = \angle BDC = 90^\circ$. (垂直的定义).

∴ $FG \parallel CD$. ().

∴ $\angle 2 = \angle BCD$. ().

∵ $\angle 1 = \angle 2$,

∴ $\angle 1 = \angle BCD$. ().

∴ $DE \parallel BC$. ().

∴ $\angle B = \angle ADE$. ().

(2) 请你写出另一种证法

【答案】 (1) 同位角相等，两直线平行；两直线平行，同位角相等；等量代换；内错角相等，两直线平行；两直线平行，内错角相等；

(2) 见详解

【解析】

【分析】 (1) 由 CD 与 FG 都与 AB 垂直，利用垂直的定义得到一对同位角相等，利用同位角相等两直线平行得到 GF 与 CD 平行，利用两直线平行得到一对同位角相等，由已知角相等，等量代换得到一对内错角相等，利用内错角相等两直线平行得到 DE 与 BC 平行，利用两直线平行同位角相等即可得证；

(2) 由 CD 与 FG 都与 AB 垂直，得到两对角互余，根据等角的余角相等即可得证.

此题考查了平行线的判定与性质，熟练掌握平行线的判定与性质是解本题的关键.

【小问 1 详解】

证明：∵ $CD \perp AB$, $FG \perp AB$,

∴ $\angle BGF = \angle BDC = 90^\circ$ (垂直的定义),

∴ $FG \parallel CD$ (同位角相等，两直线平行),

∴ $\angle 2 = \angle BCD$ (两直线平行，同位角相等),

∴ $\angle 1 = \angle 2$,

$\therefore \angle 1 = \angle BCD$ （等量代换），
 $\therefore DE \parallel BC$ （内错角相等，两直线平行），
 $\therefore \angle B = \angle ADE$ （两直线平行，同位角相等）；

故答案为：同位角相等，两直线平行；两直线平行，同位角相等；等量代换；内错角相等，两直线平行；
 两直线平行，内错角相等；

【小问 2 详解】

解： $\because CD \perp AB, FG \perp AB,$
 $\therefore \angle BGF = \angle ADC = 90^{\circ},$
 $\therefore \angle 2 + \angle B = 90^{\circ}, \angle 1 + \angle ADE = 90^{\circ},$
 $\therefore \angle 1 = \angle 2,$
 $\therefore \angle B = \angle ADE.$

23. 为了打造区域中心城市，实现仙桃跨越式发展，我市某路段拓宽工程正按投资计划有序推进．因道路建设需要开挖土方，计划每小时挖掘土方 540m^3 ，市政公司现决定向某大型机械租赁公司租用甲、乙两种型号的挖掘机来完成这项工作，租赁公司提供的挖掘机有关信息如表：

	租金（单位：元/台·时）	挖掘土方量（单位： m^3 /台·时）
甲型挖掘机	100	60
乙型挖掘机	120	80

- （1）若租用甲、乙两种型号的挖掘机共 8 台，恰好完成每小时的挖掘量，则甲、乙两种型号的挖掘机各需多少台？
 （2）如果每小时支付的租金不超过 850 元，又恰好完成每小时的挖掘量，那么共有几种不同的租用方案？

【答案】（1）甲、乙两种型号的挖掘机各需 5 台、3 台；

（2）有 1 种租用方案．

【解析】

【分析】 本题考查一元一次不等式的应用、二元一次方程组的应用，解答本题的关键是明确题意，列出相应的不等式和方程组．

- （1）根据题意可以列出相应的二元一次方程组，从而可以解答本题；
 （2）根据题意可以列出相应的不等式，注意甲和乙的台数都是整数．

【小问 1 详解】

解：设甲、乙两种型号的挖掘机各需 x 台、 y 台，

$$\begin{cases} x+y=8 \\ 60x+80y=540 \end{cases},$$

得 $\begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases},$

答：甲、乙两种型号的挖掘机各需 5 台、3 台；

【小问 2 详解】

设租用甲型号的挖掘机 a 台，租用乙型号的挖掘机 b 台，

$$\begin{cases} 100a+120b \leq 850 \\ 60a+80b=540 \end{cases},$$

$$\therefore 100a+120 \times \frac{27-3a}{4} \leq 850,$$

解得， $a \leq 4$ ，

当 $a=4$ 时， $b=\frac{15}{4}$ （舍去），

当 $a=3$ 时， $b=\frac{9}{2}$ （舍去），

当 $a=2$ 时， $b=\frac{21}{4}$ （舍去），

当 $a=1$ 时， $b=6$ ，

当 $a=0$ 时， $b=\frac{27}{4}$ （舍去），

答：有 1 种租用方案.

24. 我们定义，关于同一个未知数的不等式 A 和 B ，若 A 的解都是 B 的解，则称 A 与 B 存在“雅含”关系，且 A 不等式称为 B 不等式的“子式”. 如 $A: x < 0$, $B: x < 1$ ，满足 A 的解都是 B 的解，所以 A 与 B 存在“雅含”关系， A 是 B 的“子式”.

(1) 若关于 x 的不等式 $A: x+2 > 1$, $B: x > 3$ ，请问 A 与 B 是否存在“雅含”关系，若存在，请说明谁是谁的“子式”；

(2) 已知关于 x 的不等式 $C: \frac{x-1}{2} < \frac{a+1}{3}$, $D: 2x-(3-x) < 3$ ，若 C 与 D 存在“雅含”关系，且 C 是 D 的“子式”，求 a 的取值范围；

(3) 已知 $2m+n=k$, $m-n=3$, $m \geq \frac{1}{2}$, $n < -1$ ，且 k 为整数，关于 x 的不等式

$P: kx+6 > x+4$, $Q: 6(2x-1) \leq 4x+2$ ，请分析是否存在 k ，使得 P 与 Q 存在“雅含”关系，且 Q 是 P

的“子式”，若存在，请求出 k 的值，若不存在，请说明理由.

【答案】(1) A 与 B 存在“雅含”关系， B 是 A 的“子式”

$$(2) a \leq \frac{1}{2}$$

(3) 存在， k 的值为 0 或 1

【解析】

【分析】(1) 根据“雅含”关系的定义即可判断；

(2) 根据“雅含”关系的定义得出 $\frac{2a+4}{3} < 2$ ，解不等式即可；

(3) 首先解关于 m 、 n 的方程组即可求得 m 、 n 的值，然后根据 $m \geq \frac{1}{2}$ ， $n < -1$ ，且 k 为整数即可得到一个关于 k 的范围，从而求得 k 的整数值；

【小问 1 详解】

不等式 $A: x+2>1$ 的解集为 $x>-1$ ，

A 与 B 存在“雅含”关系， B 是 A 的“子式”；

【小问 2 详解】

$\because$ 不等式 $C: \frac{x-1}{2} < \frac{a+1}{3}$ 的解集为 $x < \frac{2a+5}{3}$ ，不等式 $D: 2x-(3-x) < 3$ 的解集为 $x < 2$ ，且 C 是 D 的“子式”，

$$\therefore \frac{2a+5}{3} \leq 2,$$

$$\text{解得 } a \leq \frac{1}{2};$$

【小问 3 详解】

$$\text{由 } \begin{cases} 2m+n=k \\ m-n=3 \end{cases} \text{ 求得 } \begin{cases} m=\frac{k+3}{3} \\ n=\frac{k-6}{3} \end{cases},$$

$$\because m \geq \frac{1}{2}, n < -1,$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{k+3}{3} \geq \frac{1}{2} \\ \frac{k-6}{3} < -1 \end{cases},$$

解得 $-1.5 \leq k < 3$ ，

$\because k$ 为整数，

$\therefore k$ 的值为 $-1, 0, 1, 2$;

不等式 $P: kx + 6 > x + 4$ 整理得, $(k-1)x > -2$; 不等式 $Q: 6(2x-1) \leq 4x+2$ 的解集为 $x \leq 1$,

①当 $k=1$ 时, 不等式 P 的解集是全体实数,

$\therefore P$ 与 Q 存在“雅含”关系, 且 Q 是 P 的“子式”,

②当 $k > 1$ 时, 不等式 P 的解集为 $x > -\frac{2}{k-1}$,

不能满足 P 与 Q 存在“雅含”关系,

③当 $k < 1$ 时, 不等式 $P: kx + 6 > x + 4$ 的解集为 $x < \frac{-2}{k-1}$,

$\therefore P$ 与 Q 存在“雅含”关系, 且 Q 是 P 的“子式”,

$\therefore k-1 < 0$, 且 $\frac{-2}{k-1} > 1$,

解得 $-1 < k < 1$,

$\therefore k=0$,

综上 k 的值为 0 或 1.

【点睛】本题考查了不等式组的解法及整数解的确定. 求不等式组的解集, 应遵循以下原则: 同大取较大, 同小取较小, 小大大小中间找, 大大小小解不了.

25. 现要在长方形草坪中规划出 3 块大小, 形状一样的小长方形 (图中阴影部分) 区域种植鲜花.

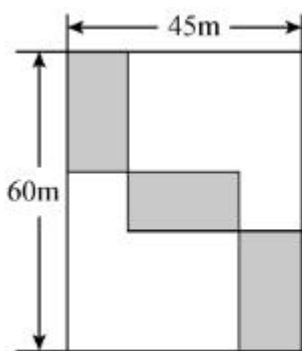


图1

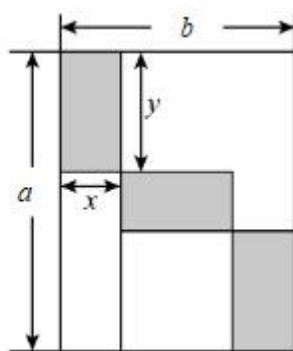


图2

(1) 如图1, 大长方形的相邻两边长分别为 60m 和 45m, 求小长方形的相邻两边长.

(2) 如图2, 设大长方形的相邻两边长分别为 a 和 b , 小长方形的相邻两边长分别为 x 和 y .

①1 个小长方形的周长与大长方形的周长的比值是否为定值? 若是, 请求出这个值; 若不是, 请说明理由.

②若种植鲜花的面积是整块草坪面积的 $\frac{1}{2}$, 求 x 和 y 满足的关系式 (不含 a, b).

【答案】(1) 小长方形的相邻两边长是 10, 25

(2) ①1 个小长方形的周长与大长方形的周长的比值是定值 $\frac{1}{3}$; ② $2x^2 - xy + 2y^2 = 0$

【解析】

【分析】(1) 根据大长方形的相邻两边长分别为 60m 和 45m，列出方程组并计算可求小长方形的相邻两边长；

(2) ①分别求出 1 个小长方形的周长与大长方形的周长，再求出它们的比值即可求解；②根据长方形的面积公式即可求解。

【小问 1 详解】

解：设小长方形的相邻两边长分别为 x 和 y ，

依题意，可有
$$\begin{cases} x + 2y = 60 \\ 2x + y = 45 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 25 \end{cases},$$

故小长方形的相邻两边长分别是 10，25；

【小问 2 详解】

① $\because$ 1 个小长方形的周长为 $2(x + y)$ ，

1 个大长方形的周长为 $2(a + b) = 2(2x + y + x + 2y) = 6(x + y)$ ，

$\therefore 2(x + y) : 2(a + b) = \frac{2(x + y)}{6(x + y)} = \frac{1}{3}$ 。

故 1 个小长方形的周长与大长方形的周长的比值是定值 $\frac{1}{3}$ ；

② 依题意有： $(2x + y)(x + 2y) = 2 \times 3xy$ ，

整理，得 $2x^2 - xy + 2y^2 = 0$ 。

故 x 和 y 满足的关系式为 $2x^2 - xy + 2y^2 = 0$ 。

【点睛】本题主要考查了列代数式与二元一次方程组的应用，解题的关键是熟练掌握相关基本知识，属于中考常考题型。

26. 直线 MN 与直线 PQ 垂直相交于 O ，点 A 在直线 PQ 上运动，点 B 在直线 MN 上运动。

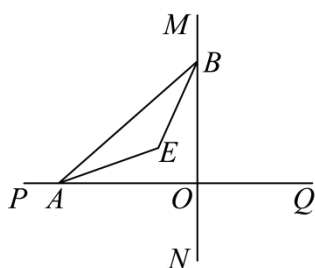


图1

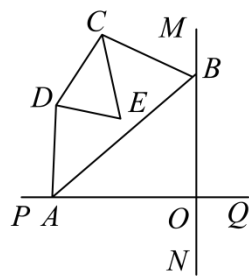


图2

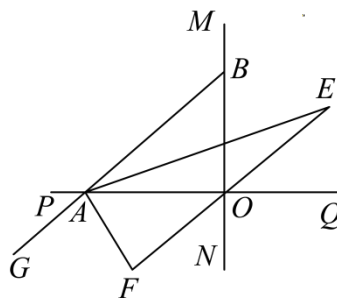


图3

(1) 如图1, 已知 AE 、 BE 分别是 $\angle BAO$ 和 $\angle ABO$ 角的平分线, 点 A 、 B 在运动的过程中, $\angle AEB$ 的大小是否会发生变化? 若发生变化, 请说明变化的情况; 若不发生变化, 试求出 $\angle AEB$ 的大小.

(2) 如图2, 已知 AB 不平行 CD , AD 、 BC 分别是 $\angle BAP$ 和 $\angle ABM$ 的角平分线, 又 DE 、 CE 分别是 $\angle ADC$ 和 $\angle BCD$ 的角平分线, 点 A 、 B 在运动的过程中, $\angle CED$ 的大小是否会发生变化? 若发生变化, 请说明理由; 若不发生变化, 试求出其值.

(3) 如图3, 延长 BA 至 G , 已知 $\angle BAO$ 、 $\angle OAG$ 的角平分线与 $\angle BOQ$ 的角平分线及延长线相交于 E 、 F , 在 $\triangle AEF$ 中, 如果有一个角是另一个角的3倍, 试求 $\angle ABO$ 的度数.

【答案】(1) $\angle AEB = 135^\circ$

(2) $\angle E = 67.5^\circ$

(3) 60° 或 45°

【解析】

【分析】本题主要考查了角平分线的定义, 三角形内角和定理以及三角形外角性质的运用, 解题时注意: 三角形内和为 180° ; 三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和. 解题时注意分类思想的灵活运用.

(1) 根据角平分线的定义以及三角形内角和定理进行计算, 即可得到 $\angle AEB$ 的大小不变;

(2) 根据延长 AD 、 BC 交于点 F . 根据角平分线的定义以及三角形内角和定理, 可得 $\angle F = 45^\circ$, 再根据角平分线的定义以及三角形内角和定理, 即可得到 $\angle E = 67.5^\circ$;

(3) 先根据角平分线的定义以及三角形内角和定理, 得到

$\angle E = \angle EOQ - \angle EAO = \frac{1}{2}(\angle BOQ - \angle BAO) = \frac{1}{2}\angle ABO$, 再根据 AE 、 AF 分别是 $\angle BAO$ 和 $\angle OAG$ 的角平分线, 可得 $\angle EAF = 90^\circ$. 最后根据 $\triangle AEF$ 中, 有一个角是另一个角的3倍, 分四种情况进行讨论, 即可得到 $\angle ABO$ 的度数.

【小问1详解】

$\angle AEB$ 的大小不变.

$\because$ 直线 MN 与直线 PQ 垂直相交于 O ,

$\therefore \angle AOB = 90^\circ$,

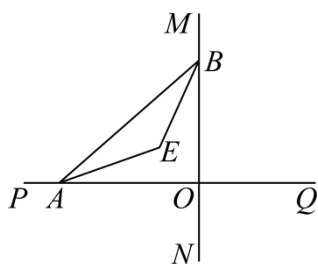
$$\therefore \angle OAB + \angle OBA = 90^\circ,$$

$\because AE$ 、 BE 分别是 $\angle BAO$ 和 $\angle ABO$ 角的平分线,

$$\therefore \angle BAE = \frac{1}{2} \angle OAB, \angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABO,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle ABE = \frac{1}{2} (\angle OAB + \angle ABO) = 45^\circ$$

$$\therefore \angle AEB = 135^\circ;$$



【小问 2 详解】

图1

如图 2, 延长 AD 、 BC 交于点 F .

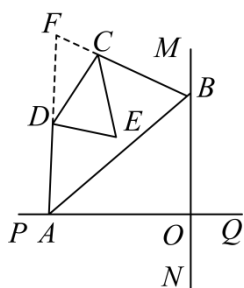


图2

$\because$ 直线 MN 与直线 PQ 垂直相交于 O ,

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OAB + \angle OBA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PAB + \angle MBA = 270^\circ,$$

$\because AD$ 、 BC 分别是 $\angle BAP$ 和 $\angle ABM$ 的角平分线,

$$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAP, \angle ABC = \frac{1}{2} \angle ABM,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle ABC = \frac{1}{2} (\angle PAB + \angle ABM) = 135^\circ$$

$$\therefore \angle F = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle FDC + \angle FCD = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle CDA + \angle DCB = 225^\circ,$$

$\because DE$ 、 CE 分别是 $\angle ADC$ 和 $\angle BCD$ 的角平分线,

$$\therefore \angle CDE + \angle DCE = 112.5^\circ,$$

$$\therefore \angle E = 67.5^\circ;$$

【小问 3 详解】

$\because \angle BAO$ 与 $\angle BOQ$ 的角平分线相交于 E ,

$$\therefore \angle EAO = \frac{1}{2} \angle BAO, \angle EOQ = \frac{1}{2} \angle BOQ,$$

$$\therefore \angle E = \angle EOQ - \angle EAO = \frac{1}{2} (\angle BOQ - \angle BAO) = \frac{1}{2} \angle ABO$$

$\because AE$ 、 AF 分别是 $\angle BAO$ 和 $\angle OAG$ 的角平分线,

$$\therefore \angle EAF = 90^\circ.$$

在 $\triangle AEF$ 中, 有一个角是另一个角的 3 倍, 故有:

$$\textcircled{1} \angle EAF = 3\angle E, \angle E = 30^\circ, \angle ABO = 60^\circ;$$

$$\textcircled{2} \angle EAF = 3\angle F, \angle E = 60^\circ, \angle ABO = 120^\circ \text{ (舍去)}$$

$$\textcircled{3} \angle F = 3\angle E, \angle E = 22.5^\circ, \angle ABO = 45^\circ;$$

$$\textcircled{4} \angle E = 3\angle F, \angle E = 67.5^\circ, \angle ABO = 135^\circ \text{ (舍去)}$$

$$\therefore \angle ABO = 60^\circ \text{ 或 } 45^\circ.$$

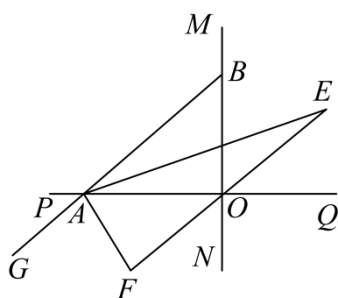


图3