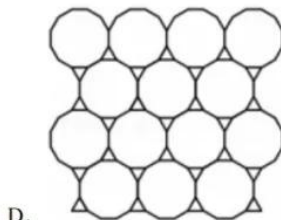
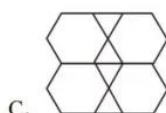
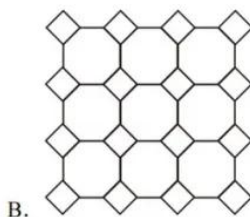
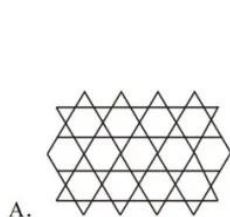


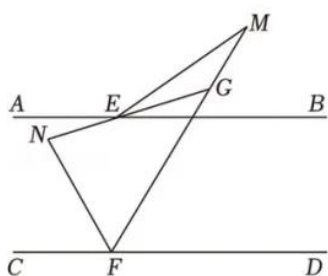
**2023-2024 学年江苏省无锡市江阴市第九届优利信杯七年级（下）竞赛数
学试卷（3 月份）**

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分. 以下每题的四个选项中，仅有一个是正确的，请将正确答案的英文字母写在每题后面的括号内）

- 1.（4 分）下面的说法：①过一点有且只有一条直线与这条直线平行；②两条相交直线组成的四个角中，若有一个直角，则四角都相等；③方程 $ax=a$ 的解是 $x=1$ ；④垂直于同一条直线的两条直线互相平行. 其中正确的个数有（ ）
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 2.（4 分）已知 a 、 b 、 c 、 d 为正实数，且 $a^2=2$ ， $b^3=3$ ， $c^4=4$ ， $d^5=5$ ，则 a 、 b 、 c 、 d 中最大的数是（ ）
A. a B. b C. c D. d
- 3.（4 分）在 100 到 200 的自然数中不是 5 的倍数也不是 6 的倍数的个数有（ ）
A. 64 B. 65 C. 66 D. 67
- 4.（4 分）下面四种正多边形平面镶嵌，每个顶点处正多边形不完全相同的是（ ）



- 5.（4 分）现有长为 60cm 的铁丝，要截成 n ($n>2$) 小段，每小段的长为不小于 1cm 的整数，如果其中任意 3 小段都不能拼成三角形，当 n 取最大值时，有（ ）种方法将该铁丝截成满足条件的 n 段.
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
- 6.（4 分）如图，直线 $AB\parallel CD$ ，点 E 在直线 AB 上，点 F 在直线 CD 上， N 为 AB 、 CD 之间一点，连接 NE 并延长交 $\angle DFN$ 的角平分线于点 G ，且 EG 平分 $\angle MEB$ ，当 $2\angle M+\angle N=105^\circ$ 时，则 $\angle AEN$ 的度数为（ ）



- A. 15° B. 21° C. 24° D. 25°

7. (4分) 已知关于 x 的方程 $5ax+3bx-9x-3a+4b+17=0$ 有无穷多解, 则 $a+b$ 的值为 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 5

8. (4分) 如图, 将正奇数按上表排成 5 列, 根据上面规律, 2019 应在 ()

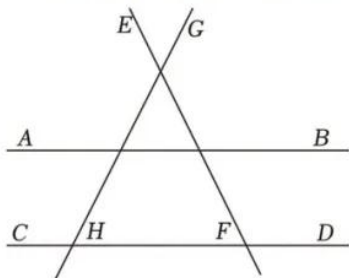
	第 1 列	第 2 列	第 3 列	第 4 列	第 5 列
第 1 行		1	3	5	7
第 2 行	15	13	11	9	
第 3 行		17	19	21	23
第 4 行	31	29	27	25	
...					

- A. 第 126 行, 第 3 列 B. 第 126 行, 第 2 列
C. 第 253 行, 第 2 列 D. 第 253 行, 第 3 列

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

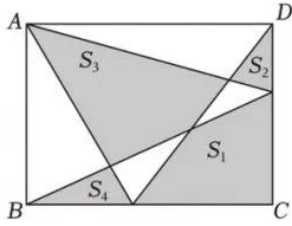
9. (5分) 已知 $3^{2n}-9^{n-1}=72$, 则 $n=$ _____.

10. (5分) 如图, 平行直线 AB , CD 与相交直线 EF , GH 相交, 图中的同旁内角共有 _____ 对.

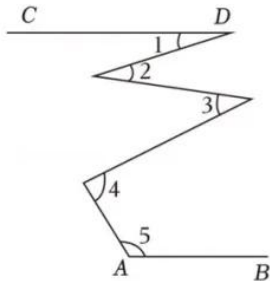


11. (5分) $(x+1)^5=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+fx+g$, 则 $b+d$ 的值为 _____.

12. (5分) 如图, 长方形 $ABCD$ 中, 若图中阴影部分的面积分别为 $S_1=6$, $S_2=3$, $S_4=2$, 则 $S_3=$ _____.



13. (5分) 在我国传统文化中，“喜寿”、“米寿”、“白寿”分别是 77 岁、88 岁、99 岁的雅称，小花在年龄是她妈妈年龄的 $\frac{1}{3}$ 时曾为奶奶贺喜寿，在年龄是她妈妈年龄的 $\frac{1}{2}$ 时又为奶奶贺米寿，则小花岁时将为奶奶贺白寿.
14. (5分) 如图， $AB \parallel CD$ ，则 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 、 $\angle 5$ 满足的数量关系是 _____.



15. (5分) 小澄下午 6 点多外出时，看手表上两指针的夹角为 110° ，下午 7 点前回家时发现两指针的夹角仍为 110° ，那么小澄外出的时间总计有 _____ 分钟.
16. (5分) 设标有 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 、 G 记号的 7 盏灯顺次排成一行，每盏灯安装一个开关，现有 A 、 C 、 E 、 G 四盏灯开着，其余三盏灯是关的，小明从灯 A 开始，顺次拉动开关，即从 A 到 G ，再从 A 开始顺次拉动开关，即又从 A 到 G ，...，他这样拉动了 1999 次开关，最后记号为 _____ 的灯是开的。（请将开着的灯的记号全部填写在横线上）

三、解答题（本大题共有 8 小题，共 78 分.解答时应写出文字说明，推理过程或演算步骤）

17. (10分) 解方程：

(1) $\frac{x-8}{2023} + \frac{x-9}{2024} + \frac{x-10}{2025} + \frac{x-11}{2026} + 4 = 0$;

(2) $|5 - 3x| = x - 3$.

18. (9分) 已知数轴上 3 的对应点是 A ，一个动点从原点出发在数轴上移动，每秒移动一个单位. 如果第 t ($0 < t < 7$) 秒末正好位于点 A ，那么：

(1) t 可取的值是 _____;

(2) 满足上述结果的不同运动路线共有几种？请用你喜欢的方式表示出来.

19. (12分) (1) 平面上有3条直线, 画出它们可能的位置关系, 并在旁边写上交点的个数;

(2) 平面上有4条直线, 它们的交点个数可能为 _____;

(3) 平面上有6条直线, 共有12个不同的交点, 画出它们所有可能的位置关系.

20. (8分) 一艘船在河中逆流而上, 路过桥A时船上的救生圈被水冲走, 继续向前行驶了20min发现救生圈遗失, 立即返回, 在距桥2km的地方追到了救生圈, 求水流速度.

21. (8分) 【阅读】

$$1 \times 2 = \frac{1}{3} (1 \times 2 \times 3 - 0 \times 1 \times 2); \quad 2 \times 3 = \frac{1}{3} (2 \times 3 \times 4 - 1 \times 2 \times 3); \quad 3 \times 4 = \frac{1}{3} (3 \times 4 \times 5 - 2 \times 3 \times 4);$$

将这三个等式的两边相加, 则得到 $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 = \frac{1}{3} \times 3 \times 4 \times 5 = 20$.

【归纳】(1) 根据上述规律, 猜想下列等式的结果: $1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + n(n+1) =$ _____;

【应用】(2) 利用(1)中得到的结论计算: $2 \times 4 + 4 \times 6 + \dots + 100 \times 102$;

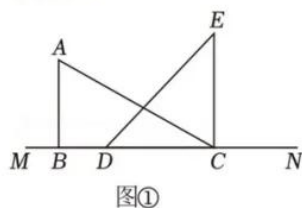
【迁移】(3) 请你类比材料中的方法计算: $1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + \dots + n(n+1)(n+2)$.

22. (11分) 如图, 将一副三角板按如图①所示放置在直线MN上, $\angle ABC = \angle ECD = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, $\angle E = 45^\circ$, 若三角板ABC固定不动, 三角板DCE绕点C以每秒 3° 顺时针旋转一周, 旋转时间为t秒.

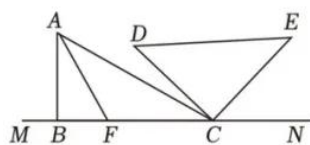
(1) 当 $\triangle ACE$ 面积最大时, 求此时t的值;

(2) 如图②, AF是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 当 $t =$ _____ 时, $DE \parallel AF$;

(3) 若在三角板DCE旋转的同时三角板ABC也绕点C以每秒 1° 顺时针旋转 ($0 \leq t \leq 60$), CP平分 $\angle BCD$, CQ平分 $\angle ACE$, 在旋转的过程中, $\angle PCQ$ 的度数是否为定值, 若是, 求出这个值; 若不是, 说明理由.



图①



图②

23. (10分) 设四位数 $\overline{abcd}$ 满足 $a^3 + b^3 + c^3 + d^3 + 1 = 10c + d$, 求出满足条件的所有的四位数.

24. (10分) 小江编了一个程序: 从1开始, 交错地做加法或乘法 (第一次可以是加法, 也可以是乘法), 每次加法, 将上次的运算结果加2或加3; 每次乘法, 将上次的运算结果乘以2或乘以3. 例如, 10可以这样得到: $1+3=4$, $4 \times 2=8$, $8+2=10$.

(1) 写出最终结果为136的过程;

(2) 证明可以得到 $2^{100} + 2^{97} - 2$.

2023-2024 学年江苏省无锡市江阴市第九届优利信杯七年级（下）竞赛数

学试卷（3 月份）

参考答案与试题解析

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	D	D	C	D	C	D

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分.以下每题的四个选项中，仅有一个是正确的，请将正确答案的英文字母写在每题后面的括号内）

1. 【解答】解：①过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行，故①错误；

②两条相交直线组成的四个角中，若有一个直角，则四角都相等，都是直角，故②正确；

③方程 $ax=a$ 当 $a \neq 0$ 时的解是 $x=1$ ，故③错误；

④在同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线互相平行故④错误.

∴正确的是②有 1 个，

故选：A.

2. 【解答】解：∵ $a^2=2$ ， $c^4=4$ ，

$$\therefore c^2=2=a^2, a=c,$$

$$\text{又} \because d^6=(a^2)^3=8, b^6=(b^3)^2=9,$$

∴ $b>a=c$ ，最后比较 b 与 d 的大小，

$$\because b^{15}=(b^3)^5=243, d^{15}=(d^6)^3=125,$$

$$\therefore b>d,$$

∴ a 、 b 、 c 、 d 中 b 最大.

故选：B.

3. 【解答】解：在 100 到 200 的自然数中是 5 的倍数的数有 $(200-100) \div 5=20$ （个），

在 100 到 200 的自然数中是 6 的倍数的数有 $(200-100) \div 6 \approx 16$ （个），

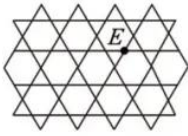
在 100 到 200 的自然数中是 5 的倍数也是 6 的倍数的数有 $(200-100) \div (5 \times 6) \approx 3$ （个），

∴在 100 到 200 的自然数中是 5 的倍数或是 6 的倍数的数有 $20+16-3=33$ （个），

∴在 100 到 200 的自然数中不是 5 的倍数也不是 6 的倍数的数有 $(200-100)-33=67$ （个）.

故选：D.

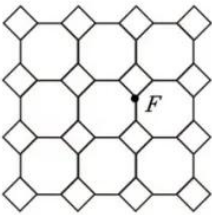
4. 【解答】解：在 A 中，如图点 E 处：



由 2 个正六边形和 2 个正三角形围成，

$$\therefore 120^\circ \times 2 + 60^\circ \times 2 = 360^\circ .$$

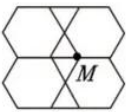
在 B 中，如图中 F 处：



由 1 个正方形和 2 个正八边形围成，

$$\therefore 90^\circ + 135^\circ \times 2 = 360^\circ .$$

在 C 中，如图中 M 处：



由 2 个正六边形和 2 个正三角形围成，

$$\therefore 120^\circ \times 2 + 60^\circ \times 2 = 360^\circ .$$

而 D 不满足，

故选：D.

5. 【解答】解：因为欲 n 尽可能的大，

又必须每段的长度尽可能的小，

而由于每段的长度不小于 1cm ，

且任意 3 段都不能拼成三角形，

因此这些小段的长度只可能分别是 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55,

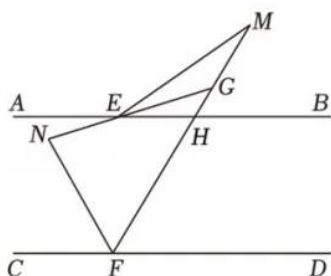
但 $1+1+2+3+5+8+13+21=54 < 60$,

$1+1+2+3+5+8+13+21+34 > 60$,

所以 n 的最大值为 8.

故选：C.

6. 【解答】解：令 AB 与 MF 的交点为 H ,



$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle MHB = \angle HFD$.

$\because FM$ 平分 $\angle DFN$, EG 平分 $\angle MEB$,

$\therefore \angle HFD = \angle NFH$, $\angle MEG = \angle GEH$.

又 $\because \angle MHB = \angle M + \angle MEH$,

$\therefore \angle HFD = \angle M + 2\angle GEH$.

$\because \angle N + \angle NFH + \angle NGF = 180^\circ$, 且 $\angle NGF = \angle M + \angle MFG$,

$\therefore \angle NFH = 180^\circ - \angle N - (\angle M + \angle MEG) = 180^\circ - \angle N - \angle M - \angle MEF = 180^\circ - \angle N - \angle M - \angle GEH$,

$\therefore 180^\circ - \angle N - \angle M - \angle GEH = \angle M + 2\angle GEH$,

即 $2\angle M + \angle N = 180^\circ - 3\angle GEH$.

$\because 2\angle M + \angle N = 105^\circ$,

$\therefore 180^\circ - 3\angle GEH = 105^\circ$,

则 $\angle GEH = 25^\circ$.

$\because \angle AEN = \angle GEH$,

$\therefore \angle AEN = 25^\circ$.

故选: D.

7. 【解答】解: 该方程整理, 得 $(5a+3b-9)x + (-3a+4b+17) = 0$,

由题意得 $\begin{cases} 5a+3b-9=0 \\ -3a+4b+17=0 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} a=3 \\ b=-2 \end{cases}$,

$\therefore a+b = 3 - 2 = 1$,

故选: C.

8. 【解答】解: $\because (2019+1) \div 2 = 1010$,

$\therefore 2019$ 是第 1010 个奇数,

而 $1010 \div 4 = 252 \cdots 2$,

$\therefore$ 第 1010 个奇数在第 253 行,

$\because$ 奇数行的数从第 2 列开始向后面排,

$\therefore$ 第 1010 个奇数在第 3 列,

$\therefore$ 2019 应在第 253 行第 3 列,

故选: D.

二、填空题(本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

9. 【解答】解: $\because 3^{2n} - 9^{n-1}$

$$= 3^{2n} - (3^2)^{n-1}$$

$$= 3^{2n} - 3^{2n-2}$$

$$= 3^{2n-2} (3^2 - 1)$$

$$= 3^{2n-2} \times 8$$

$$= 72,$$

$$\text{可得 } 3^{2n-2} = 9,$$

$$\text{即 } 2n - 2 = 2,$$

$$\text{解得 } n = 2,$$

故答案为: 2.

10. 【解答】解: 直线 AB 、 CD 被 EF 所截有 2 对同旁内角;

直线 AB 、 CD 被 GH 所截有 2 对同旁内角;

直线 CD 、 EF 被 GH 所截有 2 对同旁内角;

直线 CD 、 GH 被 EF 所截有 2 对同旁内角;

直线 GH 、 EF 被 CD 所截有 2 对同旁内角;

直线 AB 、 EF 被 GH 所截有 2 对同旁内角;

直线 AB 、 GH 被 EF 所截有 2 对同旁内角;

直线 EF 、 GH 被 AB 所截有 2 对同旁内角.

共有 16 对同旁内角.

故答案为: 16.

11. 【解答】解: $\because (x+1)^5 = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + fx + g$,

$$\text{令 } x = -1, \text{ 有 } 0 = -a + b - c + d - f + g \text{ ①},$$

$$\text{令 } x = 1, \text{ 有 } 32 = a + b + c + d + f + g \text{ ②},$$

令 $x=0$, 有 $1=g$ ③,

由 ②+① 有: $32=2b+2d+2g$,

即: $16=b+d+g$.

$\therefore g=1$,

$\therefore b+d=15$,

故答案为: 15.

12. 【解答】解: 设长方形 $ABCD$ 面积为 S , 则

$$S_{\triangle ADE} = S_{\triangle ABF} = \frac{1}{2}S,$$

由图形可知 $\triangle ADE$ 面积 + $\triangle ABF$ 面积 + $(S_1 + S_4 + S_2) - S_3 =$ 四边形 $ABCD$ 的面积,

$$\therefore S = S_{\triangle ADE} + S_{\triangle ABF} + 6 + 2 + 3 - S_3,$$

$$\text{即 } S = \frac{1}{2}S + \frac{1}{2}S + 6 + 2 + 3 - S_3,$$

解得 $S_3 = 11$,

故答案为: 11.

13. 【解答】解: 设小花为奶奶贺喜寿时年龄为 x 岁, 此时妈妈的年龄为 y 岁, 奶奶的年龄为 77 岁,

$$\text{根据题意得: } \begin{cases} x = \frac{1}{3}y \\ x + 88 - 77 = \frac{1}{2}(y + 88 - 77) \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 11 \\ y = 33 \end{cases},$$

$\therefore$ 当奶奶 99 岁时, 小花的年龄为 $11 + 11 + 11 = 33$,

$\therefore$ 小花 33 岁时将为奶奶贺白寿,

故答案为: 33.

14. 【解答】解: 分别过点 E 、 G 、 M 作 $EF \parallel AB \parallel GH \parallel MN$,

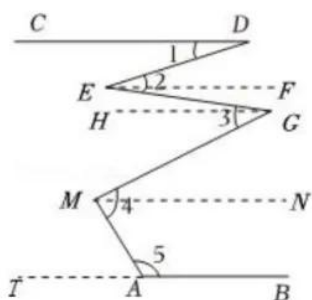
$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore EF \parallel AB \parallel GH \parallel MN$,

$\therefore \angle 1 = \angle DEF$, $\angle EGH = \angle GEF$, $\angle HGM = \angle GMN$, $\angle 5 = \angle MAT$,

$\therefore \angle 1 + \angle EGH + \angle HGM + 180^\circ - \angle 5 = \angle DEF + \angle GEF + \angle GMN + \angle MAT$, 即 $\angle 1 + \angle 3 + 180^\circ - \angle 5 = \angle 2 + \angle 4$.

故答案为: $\angle 1 + \angle 3 + 180^\circ - \angle 5 = \angle 2 + \angle 4$.



15. 【解答】解：∵时针 1 小时走 30° ，分针 1 小时走 360° ，

∴时针每分钟走 0.5° ，分针每分钟走 6° ，

设小澄外出了 x 分钟，由题意得：

$$6x = 110 + 110 + 0.5x,$$

$$6x - 0.5x = 220,$$

$$5.5x = 220,$$

$$x = 40,$$

∴小澄外出的时间总计有 40 分钟，

故答案为：40.

16. 【解答】解：一盏灯的开关被拉动奇数次后，改变原来的状态，而一盏灯的开关被拉动偶数次后，不改变原来的状态，

$$\because 1999 = 7 \times 285 + 4,$$

又∵ A, B, C, D 四盏灯的开关各被拉动了 286 次，而 E, F, G 四盏灯的开关各拉动了 285 次，

∴小明拉动了 1999 次开关后， A, B, C, D 四盏灯不改变状态， E, F, G 四盏灯改变原来的状态，

故 A, C, F 最后是开着的.

故答案为： A, C, F .

三、解答题（本大题共有 8 小题，共 78 分.解答时应写出文字说明，推理过程或演算步骤）

17. 【解答】解：(1) $\frac{x-8}{2023} + \frac{x-9}{2024} + \frac{x-10}{2025} + \frac{x-11}{2026} + 4 = 0,$

$$\frac{x+2015}{2023} + \frac{x+2015}{2024} + \frac{x+2015}{2025} + \frac{x+2015}{2026} = 0,$$

$$(x+2015) \left(\frac{1}{2023} + \frac{1}{2024} + \frac{1}{2025} + \frac{1}{2026} \right) = 0,$$

解得 $x = -2015$;

$$(2) 5 - 3x = x - 3 \text{ 或 } 5 - 3x = 3 - x,$$

解得 $x=2$ 或 $x=1$.

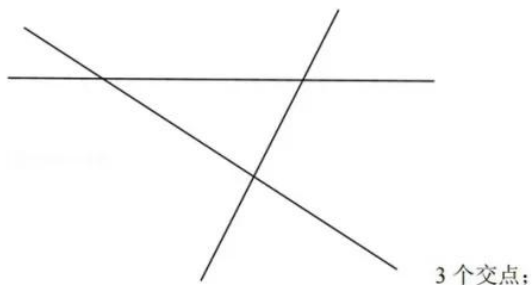
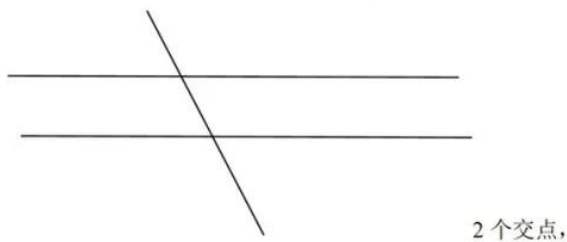
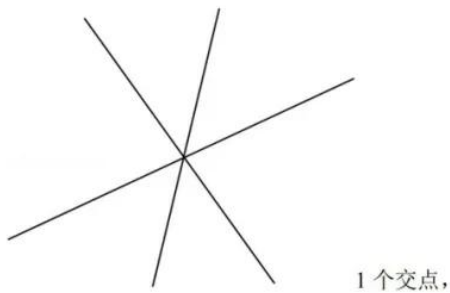
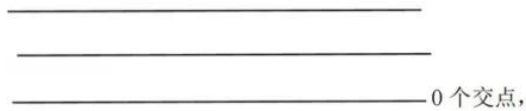
18. 【解答】解：（1）第一种情况为：动点从原点一直向正方向跳动直至 A 点，即路径为 $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ ，此时 $t=3$ 。第二种情况为：动点从原点向负方向跳动一次，其余为向正方向跳动直至 A 点，其中一条路径为 $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ ，此时 $t=5$ 。

故答案为：3，5。

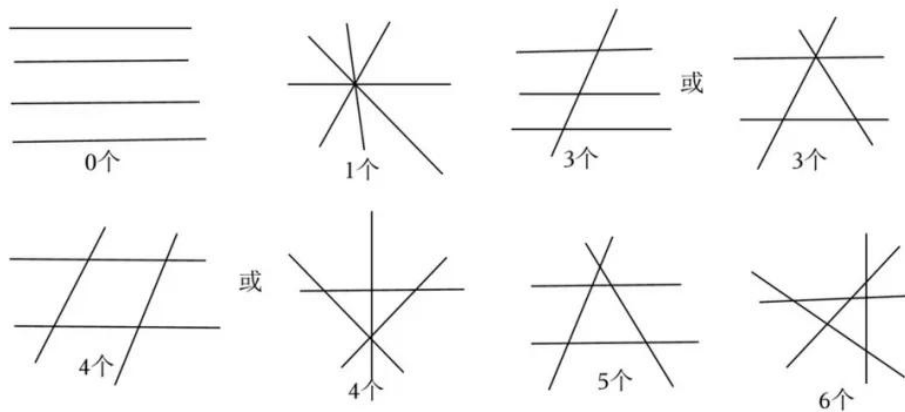
（2）（1）中的第一种情况只有一种路径： $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ 。第二种情况有五种路径，分别为：① $0 \rightarrow -1 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ ；② $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ ；③ $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ ；④ $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ ；⑤ $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 3$ 。故不同的运动路径共有 $5+1=6$ 种。

故答案为：6。

19. 【解答】解：（1）平面上 3 条直线可能的位置关系与交点个数为：



(2) 平面上有 4 条直线，它们的交点个数可能是：



故答案为：0 或 1 或 3 或 4 或 5 或 6.

(3) 当有两条直线平行时，共有 12 个不同的交点，如图 1：

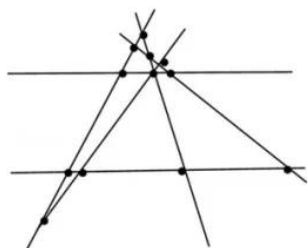


图 1

当六条直线两两平行时，共有 12 个交点，如图 2：

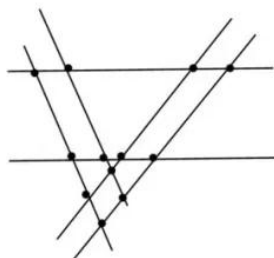


图 2

当有三条直线平行时，共有 12 个交点，如图 3：

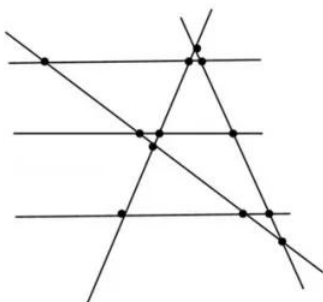


图 3

20. 【解答】解： $20\text{min} = \frac{1}{3}h$.

设水流的速度为 $x \text{ km/h}$ ，船在静水中的速度为 $a \text{ km/h}$ ，

$$\text{根据题意得：} \frac{2}{x} - \frac{2 + \frac{1}{3}(a-x)}{a+x} = \frac{1}{3},$$

解得： $x=3$ ，

经检验， $x=3$ 是所列方程的解，且符合题意.

答：水流的速度为 3 km/h .

21. 【解答】解：（1）因为 $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 = \frac{1}{3} \times 3 \times 4 \times 5$ ，

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 = \frac{1}{3} \times 4 \times 5 \times 6,$$

.....,

$$\text{所以 } 1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + n(n+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2),$$

$$\text{故答案为：} \frac{1}{3}n(n+1)(n+2);$$

$$(2) 2 \times 4 + 4 \times 6 + \dots + 100 \times 102$$

$$= 4 \times (1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + 50 \times 51)$$

$$= 4 \times \frac{1}{3} \times 50 \times 51 \times 52$$

$$= 176800;$$

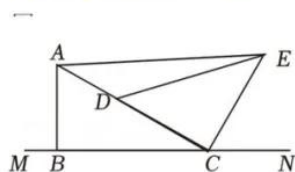
$$(3) 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + \dots + n(n+1)(n+2)$$

$$= \frac{1}{4} \times (1 \times 2 \times 3 \times 4 - 0 \times 1 \times 2 \times 3) + \frac{1}{4} \times (2 \times 3 \times 4 \times 5 - 1 \times 2 \times 3 \times 4) + \frac{1}{4} \times (3 \times 4 \times 5 \times 6 - 2 \times 3 \times 4 \times 5) + \dots + \frac{1}{4} \times [n(n+1)(n+2)(n+3) - (n-1)n(n+1)(n+2)]$$

$$= \frac{1}{4} \times [1 \times 2 \times 3 \times 4 - 0 \times 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 \times 5 - 1 \times 2 \times 3 \times 4 + 3 \times 4 \times 5 \times 6 - 2 \times 3 \times 4 \times 5 + \dots + n(n+1)(n+2)(n+3) - (n-1)n(n+1)(n+2)]$$

$$\begin{aligned}
 & (n+2)(n+3) - (n-1)n(n+1)(n+2)] \\
 & = \frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3).
 \end{aligned}$$

22. 【解答】解：（1）如图①，



图①

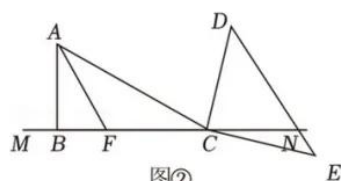
当 $\triangle DCE$ 绕点 C 顺时针旋转 30° 时， $CE \perp AC$ ，此时 $\triangle ACE$ 的边 AC 上的高为最大值 CE ，

$\therefore$ 此时 $\triangle ACE$ 面积最大，

$\because 30 \div 3 = 10$ （秒），

$\therefore$ 当 $\triangle ACE$ 面积最大时， $t = 10$ 秒；

（2）如图②，



图②

$\because$ Rt $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 60^\circ$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， AF 平分 $\angle BAC$ ，

$\therefore \angle BAF = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle AFB = 60^\circ$ ，

当 $DE \parallel AF$ 时，设 DE 交直线 MN 于点 N ，

$\therefore \angle DNC = \angle AFB = 60^\circ$ ，

又 $\because \angle D = 45^\circ$ ，

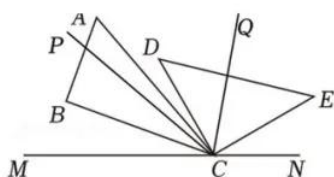
$\therefore \angle DCN = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ$ ，

$\because 75 \div 3 = 25$ （秒），

$\therefore t = 25$ 秒．

故答案为：25秒；

（3） $\angle PCQ$ 的度数为定值．如图3，



图③

由题意可知：旋转后 $\angle BCM = t^\circ$ ， $\angle DCM = 3t^\circ$ ， $\angle ACE = 60^\circ + 2t^\circ$ ，
 $\therefore \angle BCD = 3t^\circ - t^\circ = 2t^\circ$ ，
 $\because CP$ 平分 $\angle BCD$ ， CQ 平分 $\angle ACE$ ，
 $\therefore \angle BCP = \angle DCP = t^\circ$ ， $\angle ACQ = \angle ECQ = 30^\circ + t^\circ$ ，
 $\therefore \angle PCM = 2t^\circ$ ，
 $\because \angle MCE = 90^\circ + 3t^\circ$ ，
 $\therefore \angle PCQ = \angle MCE - \angle PCM - \angle ECQ = 90^\circ + 3t^\circ - 2t^\circ - (30^\circ + t^\circ) = 60^\circ$ ，
 即 $\angle PCQ$ 的度数为 60° 。

23. 【解答】解：根据题意可得： a ， b ， c ， d 是小于 10 的自然数，

$$\because a^3 + b^3 + c^3 + d^3 + 1 = 10c + d,$$

$\therefore$ 可得 $a^3 + b^3 + c^3 + d^3 + 1$ 是两位数，

$\therefore a$ ， b ， c ， d 均为小于 5 的自然数，

$\therefore$ 如果 $c=1$ ， $d=0$ ，则 $a=2$ ， $b=0$ ，此时这个四位数为 2010，

如果 $c=1$ ， $d=1$ ，则 $a=2$ ， $b=0$ ，此时这个四位数为 2011，

如果 $c=1$ ， $d=2$ ，则 $a=1$ ， $b=1$ ，此时这个四位数为 1112，

如果 $c=2$ ，找不到符合要求的数，

如果 $c=3$ ， $d=0$ ，则 $a=1$ ， $b=1$ ，此时这个四位数为 1130，

如果 $c=3$ ， $d=1$ ，则 $a=1$ ， $b=1$ ，此时这个四位数为 1131，

如果 $c=4$ ，则 $c^3=64$ ，不符合题意，

故此四位数可能为：2010 或 2011 或 1112 或 1130 或 1131。

24. 【解答】解：(1) $1 \xrightarrow{\times 2} 2 \xrightarrow{+2} 4 \xrightarrow{\times 2} 8 \xrightarrow{+2} 10 \xrightarrow{\times 2} 20 \xrightarrow{+2} 22$ 。

也可以倒过来考虑：

$$22 \xrightarrow{-2} 20 \xrightarrow{\div 2} 10 \xrightarrow{-2} 8 \xrightarrow{\div 2} 4 \xrightarrow{-2} 2 \xrightarrow{\div 2} 1.$$

$$(\text{或者 } 1 \xrightarrow{\times 2} 2 \xrightarrow{+2} 4 \xrightarrow{\times 2} 8 \xrightarrow{+3} 11 \xrightarrow{\times 2} 22).$$

(2) 证明: $1 \xrightarrow{\times 2} 3 \times 2 - 4 \xrightarrow{+2} 3 \times 2 - 2 \xrightarrow{\times 2} 3 \times 2^2 - 4 \xrightarrow{+2} 3 \times 2^2 - 2 \xrightarrow{\times 2} 3 \times 2^3 - 4 \xrightarrow{+2} 3 \times 2^3 - 2 \dots$

(不 断 乘 以 2 , 再 加 2) $\xrightarrow{\times 2} 3 \times 2^{96} - 4 \xrightarrow{+3} 3 \times 2^{96} - 1 \xrightarrow{\times 3} 2^{99} + 2^{96} - 3$

$\xrightarrow{+2} 2^{99} + 2^{96} - 1 \xrightarrow{\times 2} 2^{100} + 2^{97} - 2;$

注意: 加法与乘法必须是交错的.