



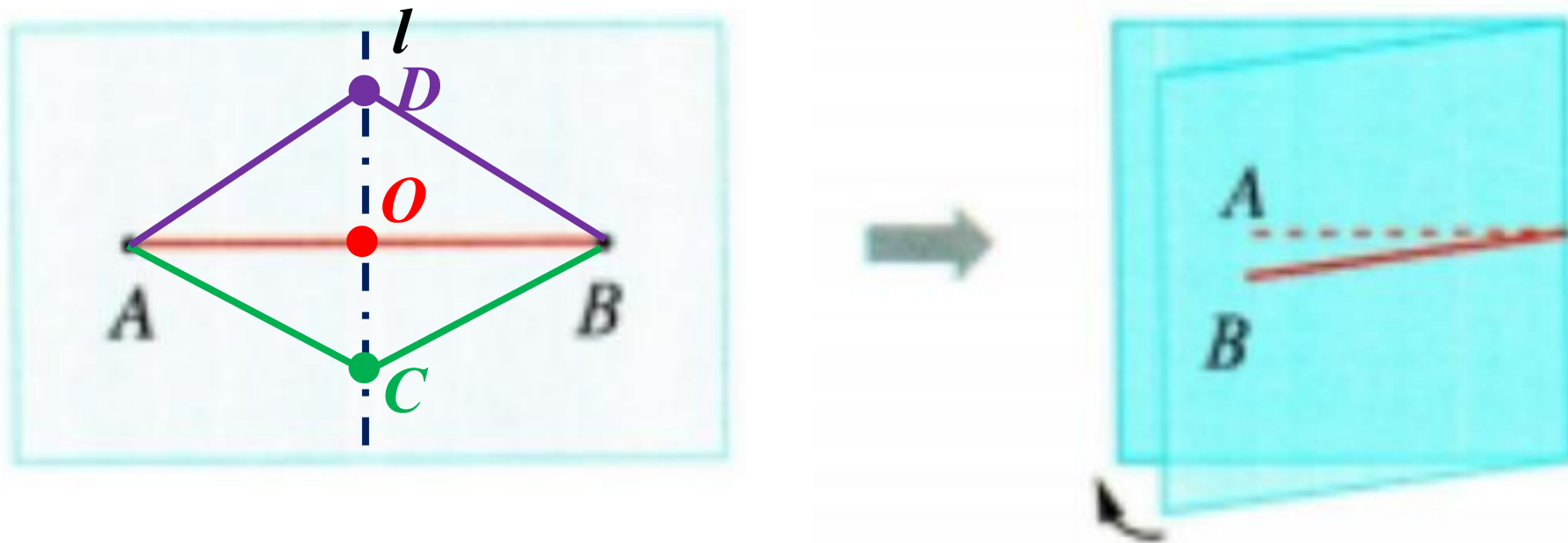
# 9.2 轴对称(2)

## ——垂直平分线及其作法



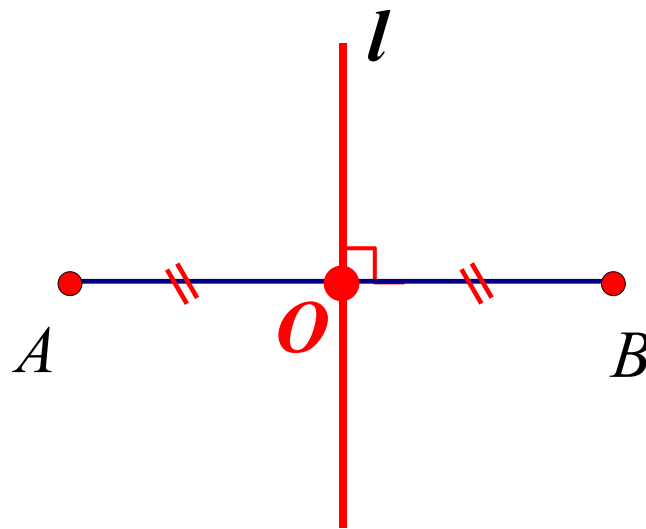
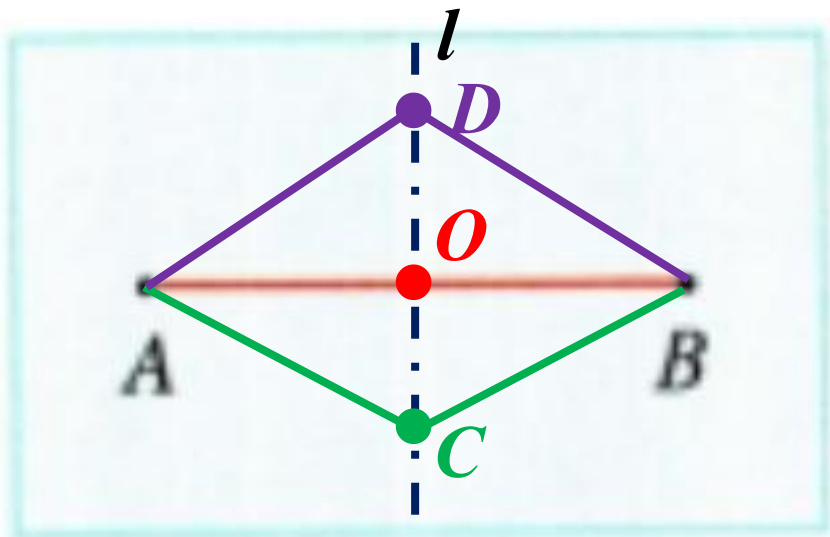
## 做一做

1. 在长方形透明纸上画线段 $AB$ . 折叠纸片, 使点 $A$ ,  $B$ 重合.



2. 展开纸片, 记折痕所在的直线为 $l$ , 将 $l$ 与线段 $AB$ 的交点记为点 $O$ , 在 $l$ 上任取一点 $C$ , 连接 $CA$ ,  $CB$ .

3.  $CA$ 和 $CB$ 相等吗? 若点 $D$ 满足 $DA=DB$ , 点 $D$ 一定在直线 $l$ 上吗?  
 $AB$ 与 $CD$ 有怎样的位置关系?



在上述活动中，直线  $l \perp AB$ ，垂足为  $O$ ，且  $OA = OB$ . 像这样，垂直且平分一条线段的直线叫作这条线段的**垂直平分线**，简称**中垂线**.

如图，如果直线  $l$  是线段  $AB$  的垂直平分线，点  $O$  为垂足，那么**线段  $OA$  与  $OB$  关于  $l$  成轴对称**， **$A, B$  为对称点**，**点  $O$  的对称点是其自身**.

在上述活动得到的图形中， $\triangle COA$  与  $\triangle COB$  关于直线  $l$  成轴对称吗？

还可以找出哪些成轴对称的三角形？

例1、如图，在四边形ABCD中，对角线BD所在的直线是其对称轴，P是直线BD上的点.

(1)图中相等的线段有哪些？请说明理由.

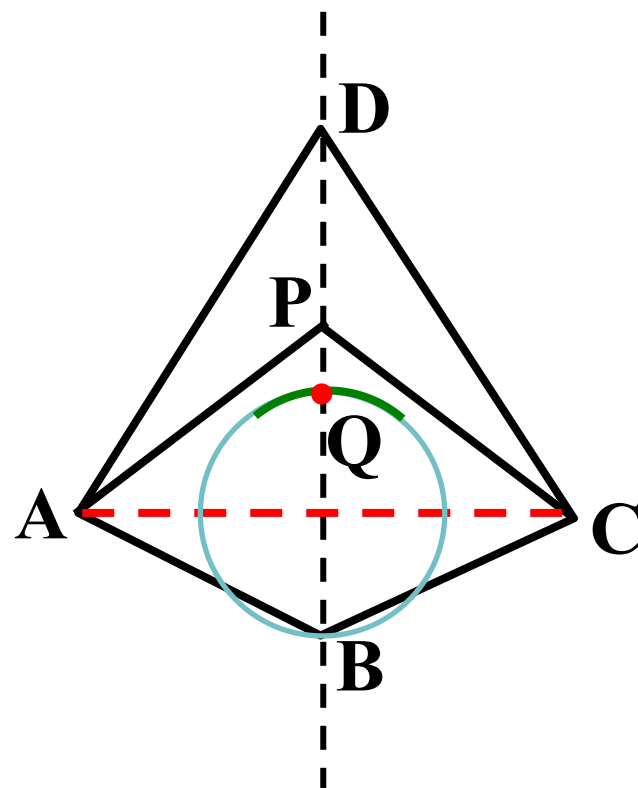
(2)连接AC，直线BD是AC的垂直平分线吗？已知AC是BQ的垂直平分线，请在图中标出点Q的位置.

解：(1)  $BA=BC$ ， $DA=DC$ ， $PA=PC$

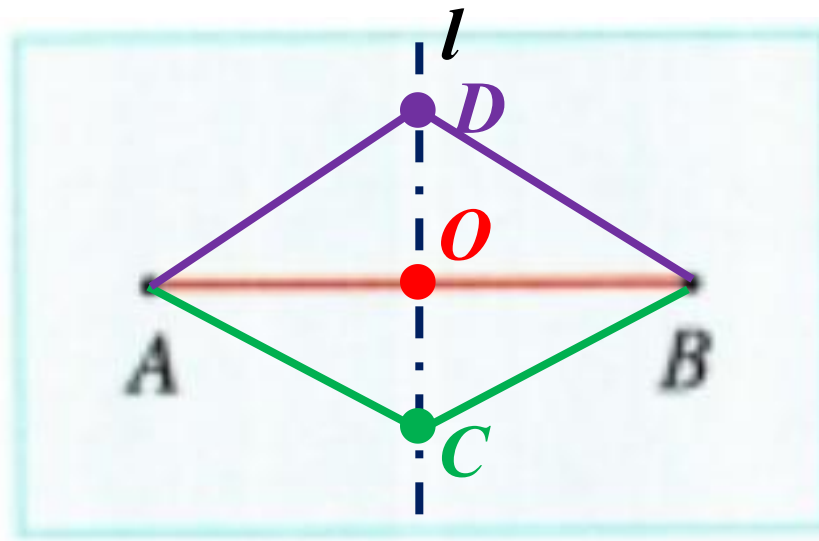
理由：∵在四边形ABCD中，  
对角线BD所在的直线是其对称轴，  
点P在直线BD上

∴  $BA=BC$ ， $DA=DC$ ， $PA=PC$

(2)直线BD是AC的垂直平分线  
如图，点Q即为所求



例2、尺规作图：如图，已知线段 $AB$ ，作线段 $AB$ 的垂直平分线.



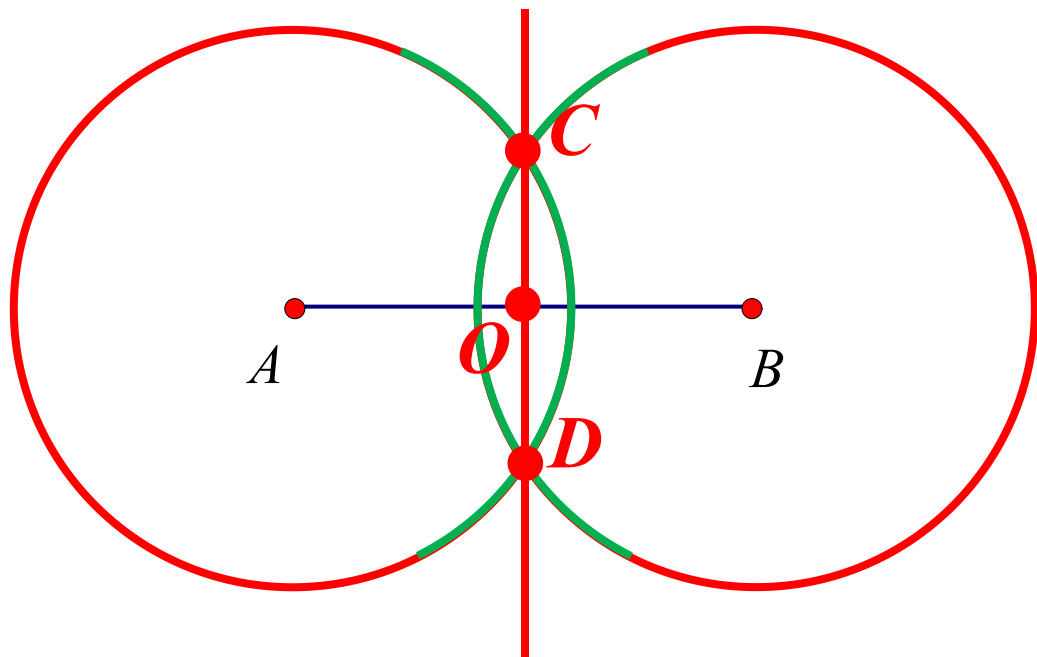
分析：由上述活动得到启发，要作线段 $AB$ 的垂直平分线 $l$ ，关键是确定点 $C$ 和点 $D$ 的位置.

$\because CA$ 与 $CB$ ， $DA$ 与 $DB$ 都关于 $l$ 对称，

$\therefore CA=CB$ ， $DA=DB$ ，

为了作图方便，可以取 $CA=DA$

例2、尺规作图：如图，已知线段 $AB$ ，作线段 $AB$ 的垂直平分线。



作法：

①分别以点 $A$ ，点 $B$ 为圆心，  
取大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径，作两条相交的弧，  
交点记为 $C$ ， $D$

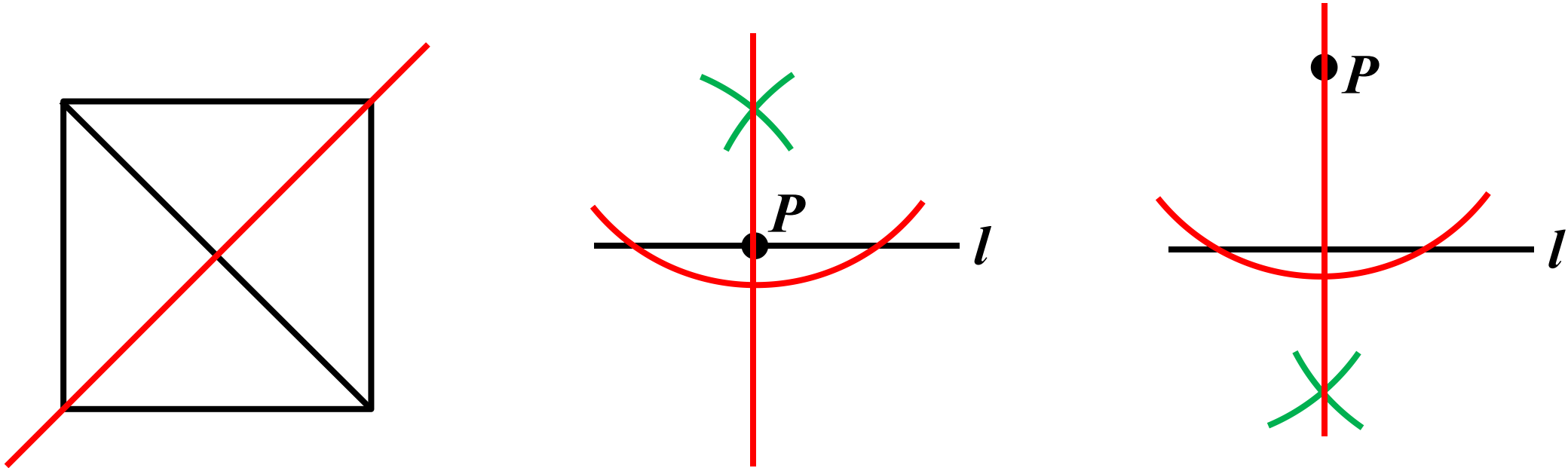
②作直线 $CD$ ，与 $AB$ 交于点 $O$   
 $\therefore$ 直线 $CD$ 即为所求

为什么弧的半径要大于 $\frac{1}{2}AB$ ？

在上面尺规作图得到的图形中，你能画出哪些以 $CD$ 为对称轴的对应线段？

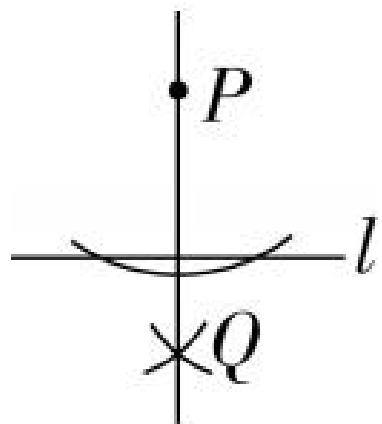
直线 $AB$ 是线段 $CD$ 的垂直平分线吗？

练习1.如图，画正方形一条对角线的中垂线.

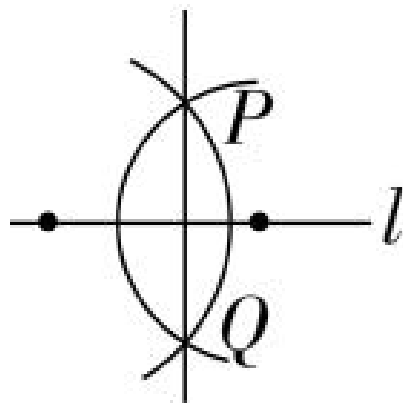


2.如图，用直尺和圆规分别过点  $P$  作直线  $l$  的垂线.

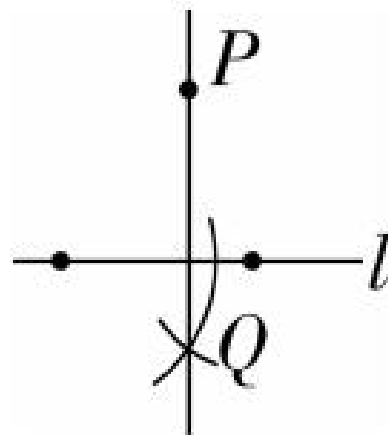
**变式.** 过直线  $l$  外一点  $P$  作直线  $l$  的垂线  $PQ$ . 下列尺规作图错误的是 ( **C** )



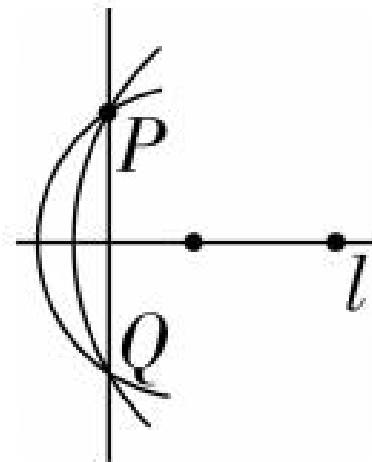
A



B



C



D

**解：**A. 弧与  $l$  的两个交点关于  $PQ$  对称， $\therefore PQ \perp l$

B.  $P, Q$  两点关于  $l$  对称， $\therefore PQ \perp l$

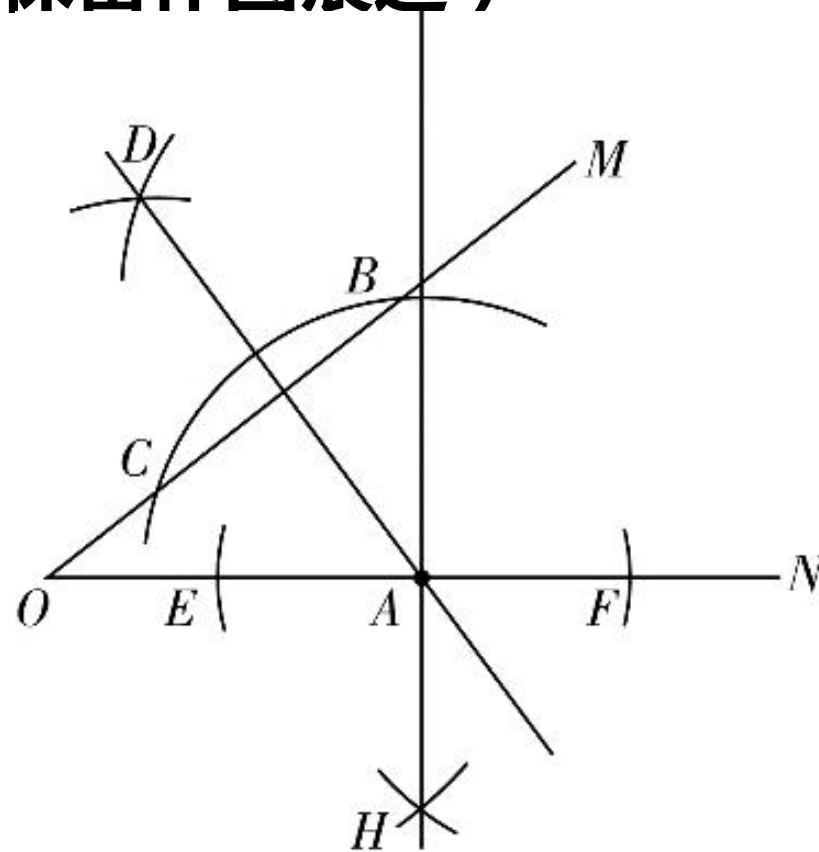
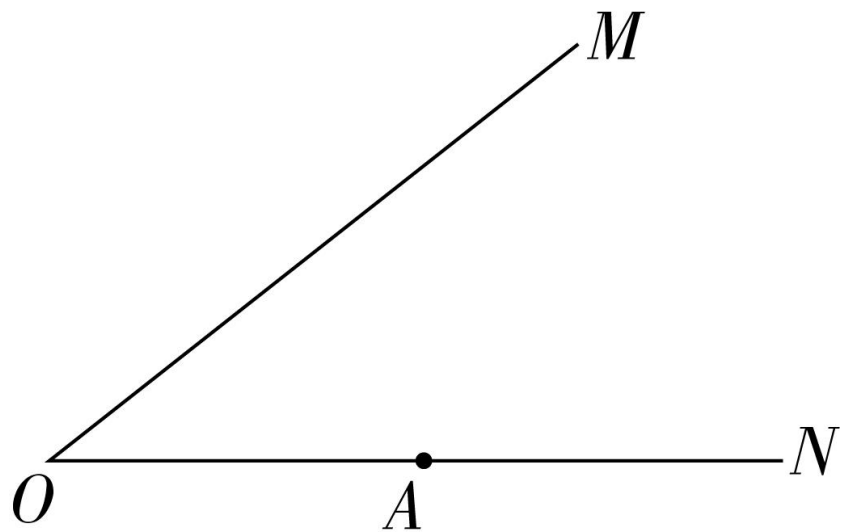
C. 无法说明  $PQ \perp l$ ；

D.  $P, Q$  两点关于  $l$  对称， $\therefore PQ \perp l$

$\therefore$  选C



3. 如图，点 $A$ 是 $\angle MON$ 的边 $ON$ 上一点，过点 $A$ 分别作 $OM$ ， $ON$ 的垂线.  
(利用直尺和圆规作图，不写作法，保留作图痕迹)

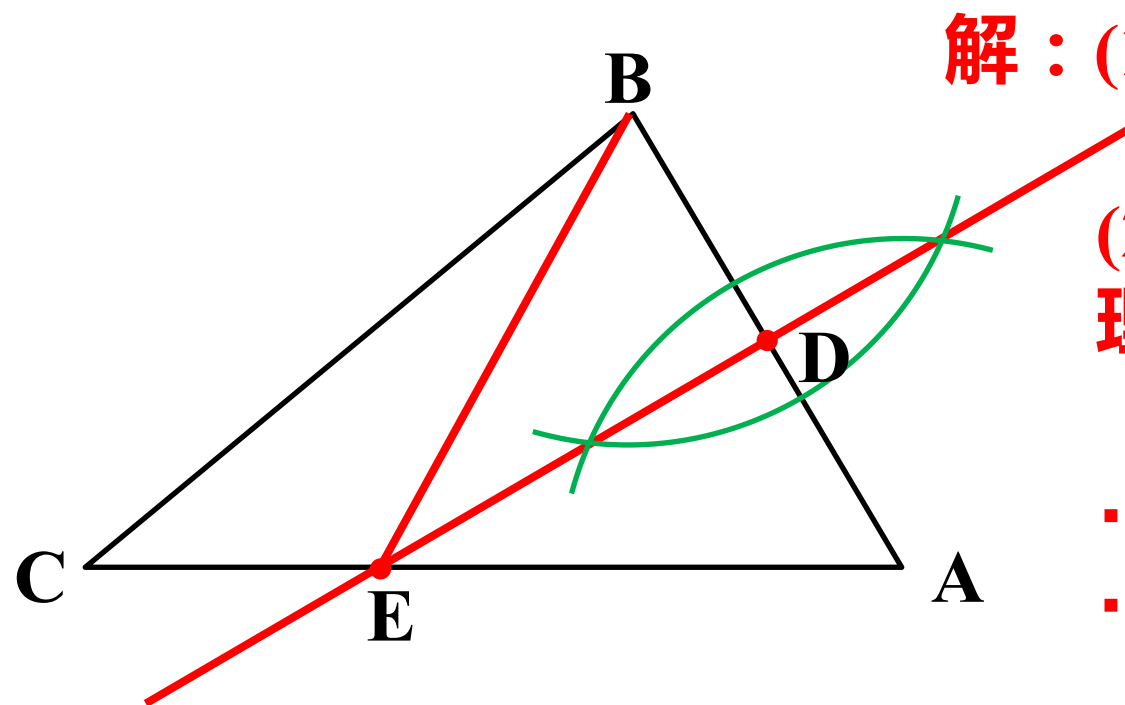


如图即为所作.

4、如图，在 $\triangle ABC$ 中，将 $\triangle ABC$ 折叠，使点A落在点B处，折痕为DE，点D在AB上，点E在AC上.

(1)用直尺和圆规作出折痕DE；(不写作法，保留作图痕迹)

(2)连接BE，请写出图中相等的线段并说明理由.



解：(1)如图，直线DE即为所求折痕；

(2) $DA=DB$ ， $EA=EB$

理由： $\because$ 折叠 $\triangle ABC$ ，使点A落在点B处，  
折痕为DE，

$\therefore \triangle ADE$ 与 $\triangle BDE$ 关于直线DE成轴对称

$\therefore DA=DB$ ， $EA=EB$

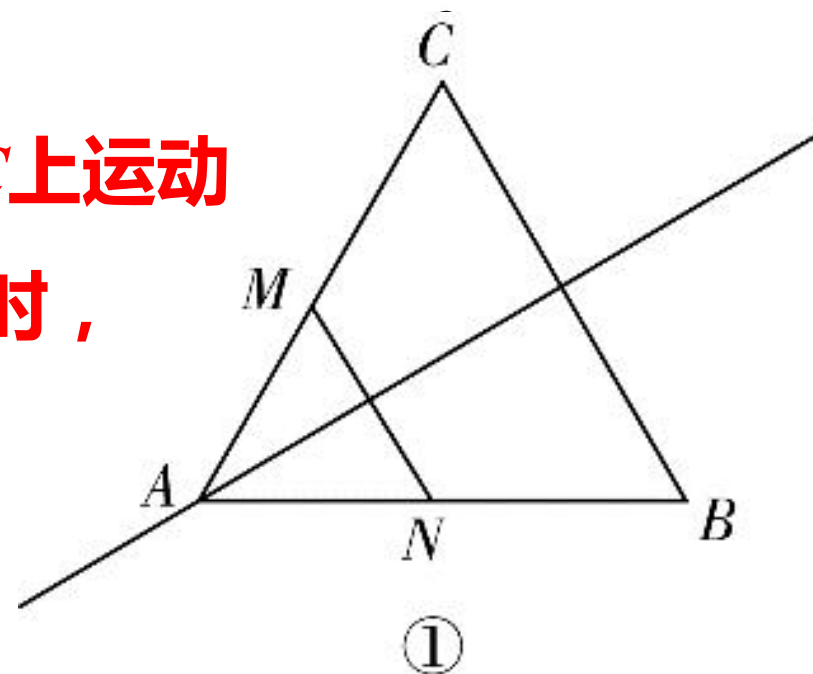
**拓展.** 如图,  $\triangle ABC$  是等边三角形, 边长为 6 cm, 点  $M$ ,  $N$  分别从点  $A$ 、点  $B$  同时出发, 沿三角形的边顺时针运动, 点  $M$  的速度为 2 cm/s, 点  $N$  的速度为 3 cm/s, 当点  $M$  与点  $N$  第一次相遇时, 两点停止运动, 设两点的运动时间为  $t$  ( $t > 0$ ) 秒. 连接  $MN$ , 已知等边三角形任意一边的垂直平分线均经过三角形的顶点, 则在两点运动过程中, 当线段  $MN$  的垂直平分线经过  $\triangle ABC$  的某一顶点时, 求  $t$  的值.

**解:** 1° 当  $0 < t < 2$  时, 点  $N$  在  $AB$  上运动, 点  $M$  在  $AC$  上运动

如图①, 当线段  $MN$  的垂直平分线经过点  $A$  时,

$$2t = 6 - 3t,$$

解得  $t = \frac{6}{5}$ , 符合题意

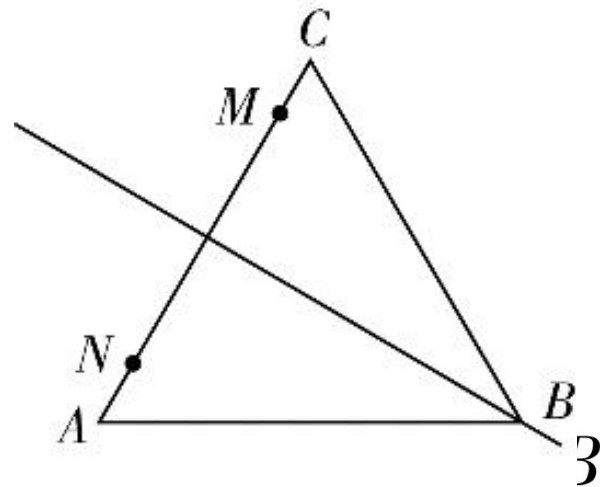


2° 当 $2 \leq t < 3$ 时，点 $N$ 在 $AC$ 上运动，点 $M$ 在 $AC$ 上运动

如图②，当线段 $MN$ 的垂直平分线经过点 $B$ 时，

$$6 - 2t = 3t - 6 ,$$

解得  $t = \frac{12}{5}$ ，符合条件



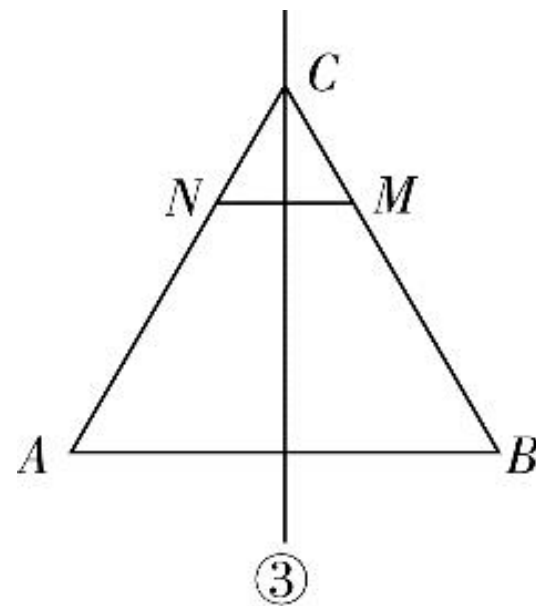
②

3° 当 $3 \leq t < 4$ 时，点 $N$ 在 $AC$ 上运动，点 $M$ 在 $BC$ 上运动

如图③，当线段 $MN$ 的垂直平分线经过点 $C$ 时，

$$2t - 6 = 12 - 3t ,$$

解得  $t = \frac{18}{5}$ ，符合条件



③

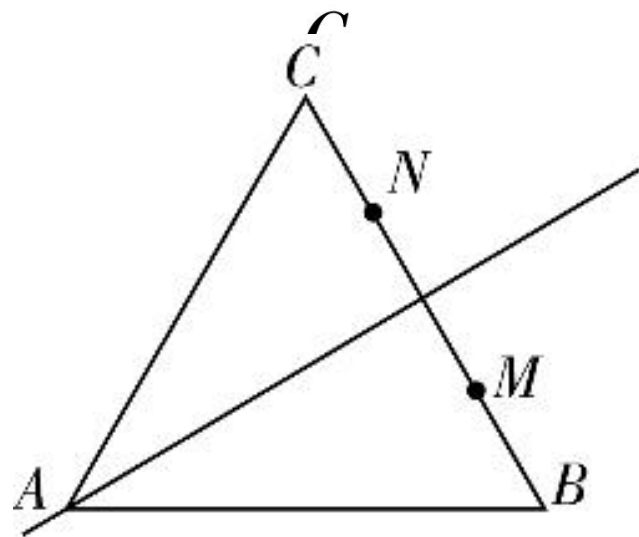
4° 当 $4 \leq t < 6$ 时，点 $N$ 在 $BC$ 上运动，点 $M$ 在 $BC$ 上运动，  
当 $t = 6$ 时点 $M$ 与点 $N$ 第一次相遇，停止运动.

如图④中，当线段 $MN$ 的垂直平分线经过点 $A$ 时，

$$12 - 2t = 3t - 12,$$

解得  $t = \frac{24}{5}$ ，符合条件

综上所述，满足条件的 $t$ 的值为 $\frac{6}{5}$ 或 $\frac{12}{5}$ 或 $\frac{18}{5}$ 或 $\frac{24}{5}$ .



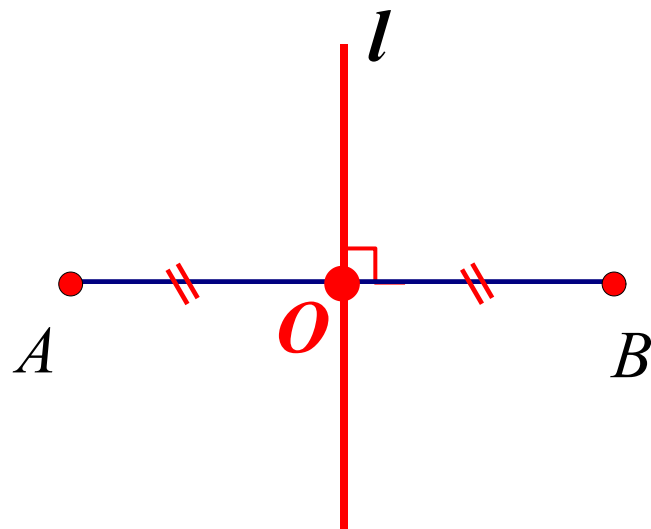
④

## 小结

### 1、垂直平分线的概念：

直线  $l \perp AB$ ，垂足为  $O$ ，且  $OA=OB$ 。

像这样，垂直且平分一条线段的直线叫作这条线段的**垂直平分线**，简称**中垂线**。



### 2、尺规作图：

作一条线段的垂直平分线；

过一点作已知直线的垂线；