

2023-2024 学年江苏省无锡市江阴市长泾片七年级（下）期中数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.每小题所给出的四个选项中只有一项是正确的，请用 2B 铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑）

1.（3 分）下列现象是数学中的平移的是（ ）

- A. “神舟”十号宇宙飞船绕地球运动
- B. 小朋友荡秋千
- C. 骑自行车时的轮胎滚动
- D. 瓶装饮料在传送带上移动

2.（3 分）下列计算正确的是（ ）

- A. $a^3 \cdot a^2 = a^5$
- B. $(-2a^2)^3 = 8a^6$
- C. $2a^2 + a^2 = 3a^4$
- D. $y^6 \div y^3 = y^2$

3.（3 分）已知一个三角形两边长分别为 $3cm$ 和 $4cm$ ，则第三边长不可能是（ ）

- A. $5cm$
- B. $4cm$
- C. $1cm$
- D. $2cm$

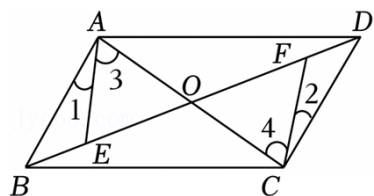
4.（3 分）如果一个多边形的内角和是外角和的 3 倍，那么这个多边形是（ ）

- A. 四边形
- B. 六边形
- C. 八边形
- D. 十边形

5.（3 分）下列各式中计算正确的是（ ）

- A. $(-m-n)^2 = m^2 + 2nm + n^2$
- B. $(a+2b)^2 = a^2 + 2ab + 4b^2$
- C. $(2a+b)(a-b) = 2a^2 - b^2$
- D. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

6.（3 分）如图，四边形 $ABCD$ 中， BD 与 AC 相交于点 O ， $AE \parallel CF$ ， E 、 F 在 BD 上，下列条件中能判断 $AB \parallel CD$ 的是（ ）

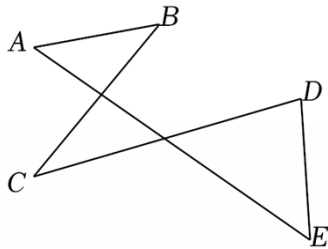


- A. $\angle 1 = \angle 2$
- B. $\angle 3 = \angle 4$
- C. $\angle DAE = \angle BCF$
- D. $\angle BAD = \angle DCB$

7.（3 分）下列说法中正确的是（ ）

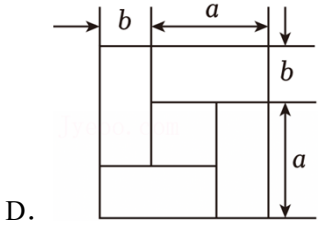
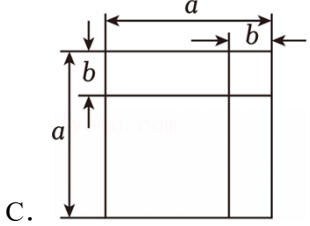
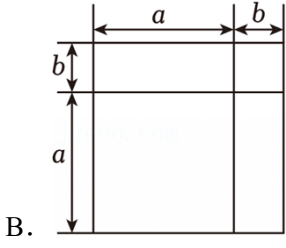
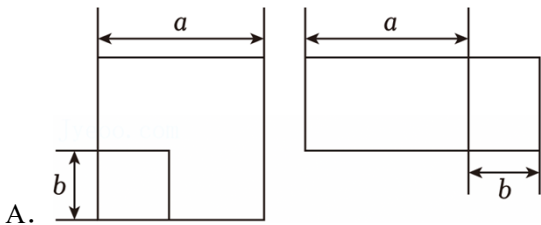
- A. 平分三角形内角的射线是三角形的角平分线
- B. 若一个角的两边与另一个角的两边分别平行，则这两个角相等
- C. 三角形中至少有一个内角不小于 60°
- D. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A = 2\angle B = 3\angle C$ ，则 $\triangle ABC$ 为直角三角形

8. (3分) 如图, 小明一笔画成了如图所示的图形, 若 $\angle A=60^\circ$, $\angle B=40^\circ$, $\angle C=30^\circ$, 则 $\angle D+\angle E$ 等于 ()

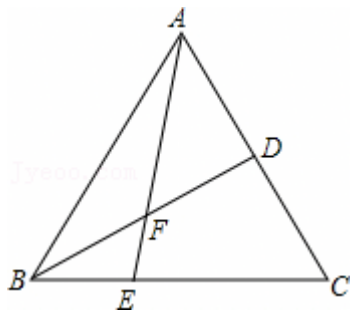


- A. 100° B. 110° C. 75° D. 150°

9. (3分) 数形结合是数学解题中常用的思想方法, 可以使某些抽象的数学问题直观化、简洁化, 能够变抽象思维为形象思维, 有助于把握数学问题的本质. 在学习整式运算乘法公式的过程中, 每个公式的推导教材都安排了运用图形面积加以验证. 如图图形中能验证 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 的是 ()



10. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中 E 是 BC 上的一点, $EC=2BE$, 点 D 是 AC 的中点. 设 $\triangle ABC$, $\triangle ADF$, $\triangle BEF$ 的面积分别为 $S_{\triangle ABC}$, $S_{\triangle ADF}$, $S_{\triangle BEF}$, 且 $S_{\triangle ABC}=24$, 则 $S_{\triangle ADF}-S_{\triangle BEF}=(\quad)$



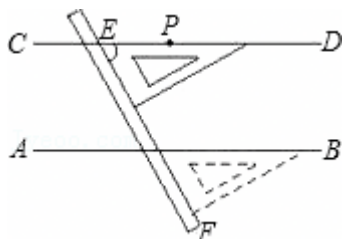
- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.不需写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卡上相应的位置）

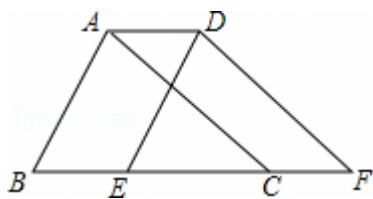
11.（3 分）四月，柳絮如雪花般漫天飞舞，据测定，柳絮纤维的直径约 $0.000011m$ ，该数值用科学记数法表示为 _____ m .

12.（3 分）已知 $a^n=9$ ， $a^m=4$ ，则 $a^{m-n}=_____$.

13.（3 分）同学们用直尺和三角板画平行线的方法如图，其画图原理是_____.



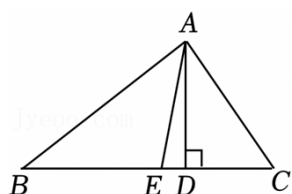
14.（3 分）如图，将周长为 10 的 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移 1 个单位得到 $\triangle DEF$ ，则四边形 $ABFD$ 的周长为 _____.



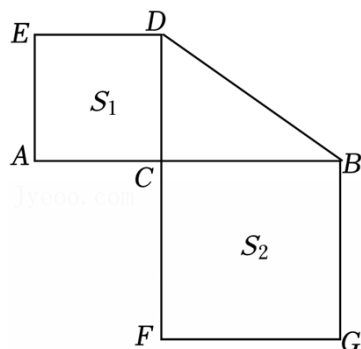
15.（3 分）如果 $x^2 - (m+1)xy + 9y^2$ 是一个完全平方式，则 $m=_____$.

16.（3 分）已知 a 、 b 、 c 是三角形的三边长，那么代数式 $(a-b)^2 - c^2$ 的值 _____ 0（填“大于”或“等于”或“小于”）.

17.（3 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 是 BC 边上的高， AE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线. 若 $\angle C - \angle B = n^\circ$ ，则 $\angle DAE = _____$.（用含有 n 的代数式表示）



18. (3分) 如图, 点 C 是线段 AB 上的一点, 分别以 AC 、 BC 为边向两侧作正方形. 设 $AB=6$, 两个正方形的面积和 $S_1+S_2=20$, 则图中 $\triangle BCD$ 的面积为 _____.



三、解答题: (本大题共 8 小题, 共 66 分)

19. (9分) 计算:

(1) $(-\frac{1}{2})^{-1} + (-2)^2 + (\pi - 3.14)^0$;

(2) $(-2x^2)^{3+x^2} \cdot x^4 - (-3x^3)^2$;

(3) $(x+2)(x-1) - 3x(x+3)$;

20. (9分) 因式分解:

(1) $8a^3b^2 - 12ab^3c$;

(2) $3x^2 - 12xy + 12y^2$;

(3) $9x^2(a-b) - 16y^2(a-b)$;

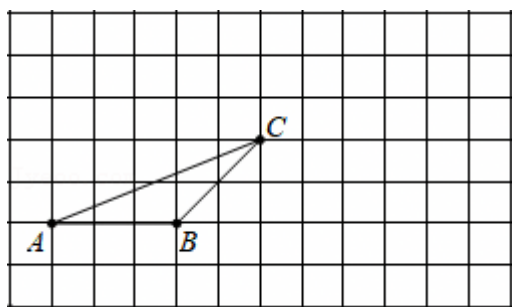
21. (6分) 先化简, 再求值: $(2a-3)^2 - (a+4)(a-4) + 3a(2-a)$, 其中 $a = -\frac{1}{2}$.

22. (8分) 如图: 在正方形网格中有一个 $\triangle ABC$, 按要求进行下列作图 (只能借助于网格)

(1) 画出 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的高 AD ;

(2) 画出先将 $\triangle ABC$ 向右平移 6 格, 再向上平移 3 格后的 $\triangle A_1B_1C_1$;

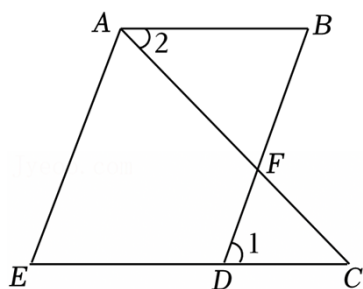
(3) 画一个 $\triangle BCP$ (要求各顶点在格点上, P 不与 A 点重合), 使其面积等于 $\triangle ABC$ 的面积. 并回答满足这样条件的点 P 共 _____ 个.



23. (8分) 已知: 如图, $\angle 2 = \angle C$, $\angle 1 + \angle EAB = 180^\circ$.

(1) 求证: $AE \parallel BD$;

(2) 若 $\angle 1 = 65^\circ$, $\angle 2 = 55^\circ$, 求 $\angle AFD$ 的度数.



24. (8分) 阅读理解: 甲同学在拼图探索活动中发现, 用 4 个形状大小完全相同的直角三角形 (直角边长分别为 a 、 b , 斜边长为 c , 可以拼成像图 1 那样的正方形, 并由此得出了关于 a^2 , b^2 , c^2 的一个等式.

(1) 请你写出这一结论: _____, 并给出验证过程.

(2) 试用上述结论解决问题: 如图 2, P 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边 AB 上的一个动点, 已知 $AC=6$, $AB=10$, 求 PC 的最小值.

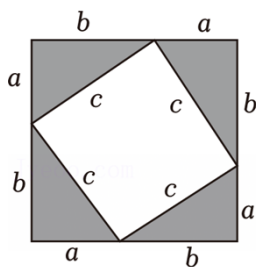


图1

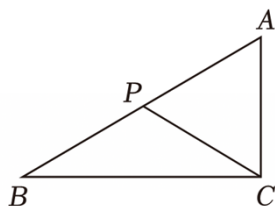


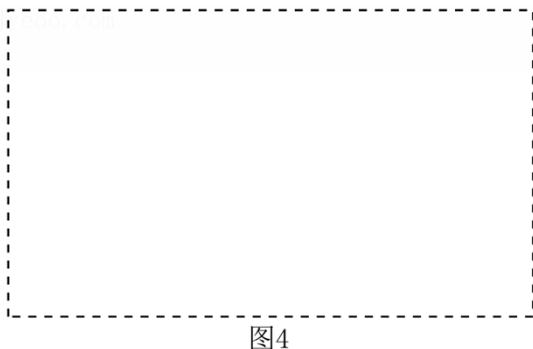
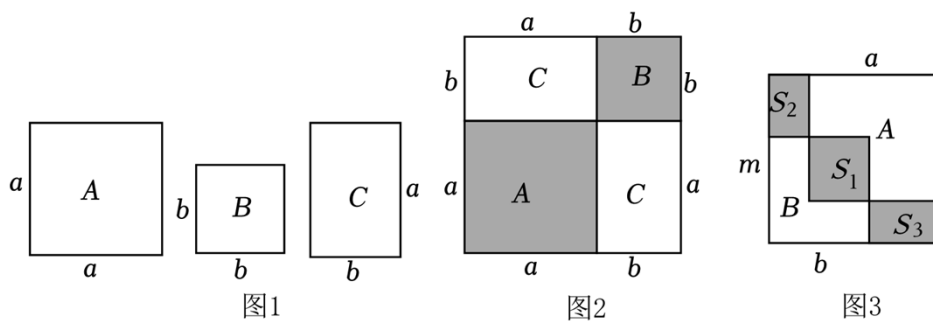
图2

25. (8分) 如图 1, 现有 3 种不同型号的 A 型、B 型、C 型卡片若干张.

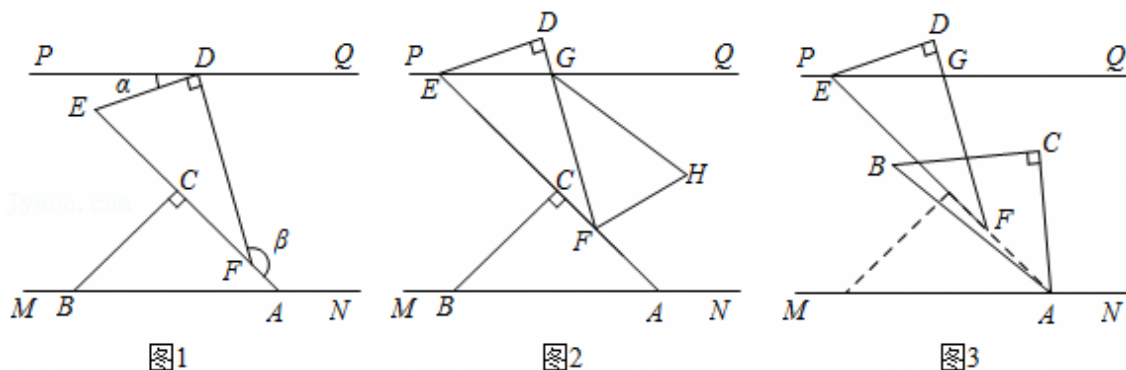
(1) 已知 1 张 A 型卡片, 1 张 B 型卡片, 2 张 C 型卡片可拼成如图 2 所示的正方形, 用不同的方法计算图 2 中阴影部分的面积, 可得到等式: _____;

(2) 请用上述三种型号的卡片若干张拼出一个面积为 $2a^2+5ab+2b^2$ 的长方形 (无空隙, 不重叠), 在图 4 虚线框内画出你的拼接示意图, 并根据拼图直接写出多项式 $2a^2+5ab+2b^2$ 因式分解的结果;

(3) 取出一张 A 型卡片, 一张 B 型卡片, 放入边长为 m ($a < m < a+b$) 的正方形大卡片内, 如图 3 所示, 图中 A, B 型卡片重叠部分面积记为 S_1 , 边长为 m 的正方形未被覆盖部分面积记为 S_2 , S_3 , 若 $S_1 = S_2 + S_3$, $a+b=5$, $ab=3$, 求出大正方形的面积 (即 m^2 的值).



26. (10 分) 将一副三角板中的两块直角三角板如图 1 放置, $PQ \parallel MN$, $\angle ACB = \angle EDF = 90^\circ$, $\angle ABC = \angle BAC = 45^\circ$, $\angle DFE = 30^\circ$, $\angle DEF = 60^\circ$.



- (1) 若三角板如图 1 摆放时, 则 $\angle \alpha =$ _____, $\angle \beta =$ _____.
- (2) 现固定 $\triangle ABC$ 的位置不变, 将 $\triangle DEF$ 沿 AC 方向平移至点 E 正好落在 PQ 上, 如图 2 所示, DF 与 PQ 交于点 G , 作 $\angle FGQ$ 和 $\angle GFA$ 的角平分线交于点 H , 求 $\angle GHF$ 的度数;
- (3) 现固定 $\triangle DEF$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转至 AC 与直线 AN 首次重合的过程中, 当线段 BC 与 $\triangle DEF$ 的一条边平行时, 请直接写出 $\angle BAM$ 的度数.

2023-2024 学年江苏省无锡市江阴市长泾片七年级（下）期中数学试卷

参考答案与试题解析

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	A	C	C	A	A	C	B	A	B

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.每小题所给出的四个选项中只有一项是正确的，请用 2B 铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑）

1.（3 分）下列现象是数学中的平移的是（ ）

- A. “神舟”十号宇宙飞船绕地球运动
- B. 小朋友荡秋千
- C. 骑自行车时的轮胎滚动
- D. 瓶装饮料在传送带上移动

【分析】根据平移的定义，即可解答.

【解答】解：A、“神舟”十号宇宙飞船绕地球运动，是旋转，不是平移，故 A 不符合题意；

B、小朋友荡秋千，是旋转，不是平移，故 B 不符合题意；

C、骑自行车时的轮胎滚动，不是平移，故 C 不符合题意；

D、瓶装饮料在传送带上移动，是平移，故 D 符合题意；

故选：D.

【点评】本题考查了生活中的平移现象，熟练掌握平移的定义是解题的关键.

2.（3 分）下列计算正确的是（ ）

- A. $a^3 \cdot a^2 = a^5$
- B. $(-2a^2)^3 = 8a^6$
- C. $2a^2 + a^2 = 3a^4$
- D. $y^6 \div y^3 = y^2$

【分析】利用同底数幂的除法的法则，合并同类项的法则，同底数幂的乘法的法则，积的乘方的法则对各项进行运算即可.

【解答】解：A、 $a^3 \cdot a^2 = a^5$ ，故 A 符合题意；

B、 $(-2a^2)^3 = -8a^6$ ，故 B 不符合题意；

C、 $2a^2 + a^2 = 3a^2$ ，故 C 不符合题意；

D、 $y^6 \div y^3 = y^3$ ，故 D 不符合题意；

故选：A.

【点评】本题主要考查同底数幂的除法，合并同类项，积的乘方，同底数幂的乘法，解答的关键是对相应的运算法则的掌握.

3. (3分) 已知一个三角形两边长分别为 3cm 和 4cm ，则第三边长不可能是 ()

A. 5cm B. 4cm C. 1cm D. 2cm

【分析】根据三角形的三边关系，第三边的长应大于已知的两边的差，而小于两边的和.

【解答】解：设第三边的长为 $x\text{cm}$,

由三角形的三边关系可得 $4 - 3 < x < 4 + 3$ ，即 $1 < x < 7$,

所以它的第三边的长不可能是 1cm .

故选：C.

【点评】此题主要考查了三角形的三边关系，关键是掌握三角形两边之和大于第三边；三角形的两边之差小于第三边.

4. (3分) 如果一个多边形的内角和是外角和的3倍，那么这个多边形是 ()

A. 四边形 B. 六边形 C. 八边形 D. 十边形

【分析】根据多边形的内角和公式 $(n - 2) \cdot 180^\circ$ 与外角和定理列出方程，然后求解即可.

【解答】解：设这个多边形是 n 边形，

根据题意得， $(n - 2) \cdot 180^\circ = 3 \times 360^\circ$ ，

解得 $n = 8$.

故选：C.

【点评】本题考查了多边形的内角和公式与外角和定理，多边形的外角和与边数无关，任何多边形的外角和都是 360° .

5. (3分) 下列各式中计算正确的是 ()

A. $(-m - n)^2 = m^2 + 2nm + n^2$ B. $(a + 2b)^2 = a^2 + 2ab + 4b^2$

C. $(2a + b)(a - b) = 2a^2 - b^2$ D. $(a - b)^2 = a^2 - b^2$

【分析】利用完全平方公式，多项式乘多项式法则一一判断即可.

【解答】解：A、 $(-m - n)^2 = (m + n)^2 = m^2 + 2mn + n^2$ ，正确，本选项符合题意；

B、 $(a + 2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2$ ，本选项错误，不符合题意；

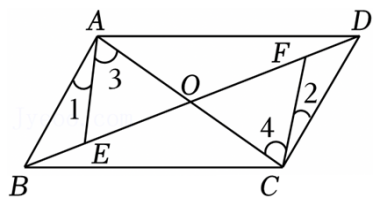
C、 $(2a + b)(a - b) = 2a^2 - 2ab + ab - b^2 = 2a^2 - ab - b^2$ ，本选项错误，不符合题意；

D、 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ，本选项错误，不符合题意.

故选：A.

【点评】本题考查整式的混合运算，解题的关键是掌握整式的混合运算法则.

6. (3分) 如图, 四边形 $ABCD$ 中, BD 与 AC 相交于点 O , $AE \parallel CF$, E 、 F 在 BD 上, 下列条件中能判断 $AB \parallel CD$ 的是 ()



- A. $\angle 1 = \angle 2$ B. $\angle 3 = \angle 4$ C. $\angle DAE = \angle BCF$ D. $\angle BAD = \angle DCB$

【分析】根据平行线的判定与性质, 逐一判断即可解答.

【解答】解: A、 $\because AE \parallel CF$,

$$\therefore \angle 3 = \angle 4,$$

$$\because \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = \angle 4 + \angle 2,$$

$$\therefore \angle BAO = \angle DCO,$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

故 A 符合题意;

$$B、\because \angle 3 = \angle 4,$$

$$\therefore AE \parallel CF,$$

故 B 不符合题意;

$$C、\because AE \parallel CF,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4,$$

$$\because \angle DAE = \angle BCF,$$

$$\therefore \angle DAE - \angle 3 = \angle BCF - \angle 4,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ACB,$$

$$\therefore AD \parallel CB,$$

故 C 不符合题意;

$$D、\because AE \parallel CF,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4,$$

$$\because \angle BAD = \angle DCB,$$

$$\therefore \angle BAD - \angle 3 = \angle DCB - \angle 4,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle CAD = \angle 2 + \angle ACB,$$

$\therefore \angle 1$ 和 $\angle 2$ 不一定相等,

$\therefore \angle BAC$ 和 $\angle ACD$ 不一定相等,

$\therefore AB$ 和 CD 不一定平行,

故选 D 不符合题意;

故选: A .

【点评】 本题考查了平行线的判定与性质, 熟练掌握平行线的判定与性质是解题的关键.

7. (3 分) 下列说法中正确的是 ()

A. 平分三角形内角的射线是三角形的角平分线

B. 若一个角的两边与另一个角的两边分别平行, 则这两个角相等

C. 三角形中至少有一个内角不小于 60°

D. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A = 2\angle B = 3\angle C$, 则 $\triangle ABC$ 为直角三角形

【分析】 根据三角形角平分线定义可对选项 A 进行判断; 根据若一个角的两边与另一个角的两边分别平行, 则这两个角相等或互补可对选项 B 进行判断; 根据三角形的内角和等于 180° 可对选项 C 进行判断, 先通过计算得出 $\angle A = (\frac{1080}{11})^\circ > 90^\circ$, 进而可对选项 D 进行判断, 综上所述即可得出答案.

【解答】 解: $\therefore$ 平分三角形内角的射线是三角形的角平分线,

$\therefore$ 选项 A 不正确, 不符合题意;

$\therefore$ 若一个角的两边与另一个角的两边分别平行, 则这两个角相等或互补,

$\therefore$ 选项 B 不正确, 不符合题意;

$\therefore$ 三角形的内角和等于 180° ,

$\therefore$ 三角形中至少有一个内角不小于 60°

故选项 C 正确, 符合题意;

$\therefore \angle A = 2\angle B = 3\angle C$,

$\therefore \angle B = \frac{1}{2}\angle A, \angle C = \frac{1}{3}\angle A$,

又 $\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$,

$\therefore \angle A + \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{3}\angle A = 180^\circ$,

解得: $\angle A = (\frac{1080}{11})^\circ > 90^\circ$,

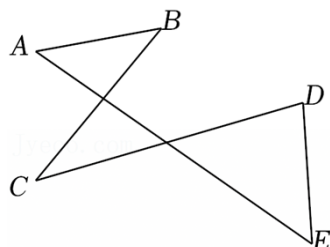
$\therefore \triangle ABC$ 为钝角三角形,

故选项 D 不正确, 不符合题意.

故选：C.

【点评】此题主要考查了三角形的角平分线，三角形的内角和定理，熟练掌握三角形的角平分线，三角形的内角和定理是解决问题的关键.

8. (3 分) 如图，小明一笔画成了如图所示的图形，若 $\angle A=60^\circ$ ， $\angle B=40^\circ$ ， $\angle C=30^\circ$ ，则 $\angle D+\angle E$ 等于 ()



- A. 100° B. 110° C. 75° D. 150°

【分析】先根据三角形的内角和定理求出 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的度数，再次利用据三角形的内角和定理求出 $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 的度数，最后根据 $\angle 4+\angle D+\angle E=180^\circ$ 求出答案即可.

【解答】解：如图所示：

$$\because \angle A+\angle B+\angle 1=180^\circ, \angle A=60^\circ, \angle B=40^\circ,$$

$$\therefore \angle 1=\angle 2=180^\circ-\angle A-\angle B=80^\circ,$$

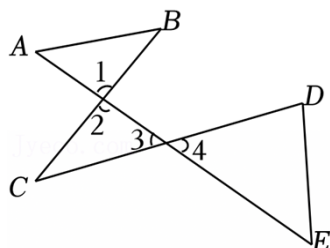
$$\because \angle 2+\angle C+\angle 3=180^\circ, \angle C=30^\circ,$$

$$\therefore \angle 3=\angle 4=180^\circ-\angle 2-\angle C=180^\circ-80^\circ-30^\circ=70^\circ,$$

$$\because \angle 4+\angle D+\angle E=180^\circ,$$

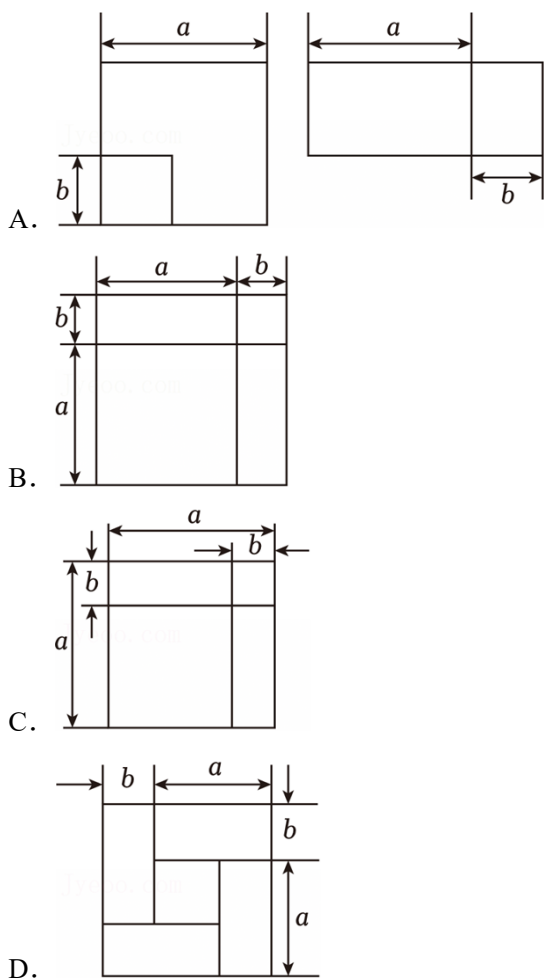
$$\therefore \angle D+\angle E=180^\circ-70^\circ=110^\circ,$$

故选：B.



【点评】本题主要考查了三角形的内角和定理，解题关键是正确识别图形，熟练掌握利用三角形的内角和定理求角的度数.

9. (3 分) 数形结合是数学解题中常用的思想方法，可以使某些抽象的数学问题直观化、简洁化，能够变抽象思维为形象思维，有助于把握数学问题的本质. 在学习整式运算乘法公式的过程中，每个公式的推导教材都安排了运用图形面积加以验证. 如图图形中能验证 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 的是 ()



【分析】 分别用含 a 、 b 的式子表示出对应选项图形中的面积即可得到答案.

【解答】 解: A . 大正方形面积为 a^2 , 小正方形面积为 b^2 , 大正方形减去小正方形的面积为 $a^2 - b^2$, 两个长方形的面积之和为 $(a+b)(a-b)$, 可以验证 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$, 故 A 选项符合题意;

B . 最大的正方形面积为 $(a+b)^2$, 两个较小的正方形面积分别为 a^2 、 b^2 , 两个长方形的面积之和为 $2ab$, 不能验证 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$, 故 B 选项不符合题意;

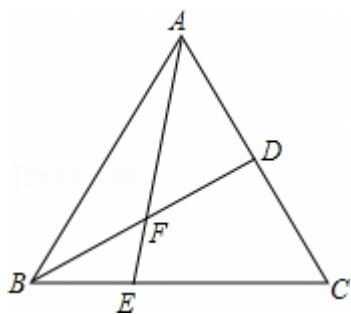
C . 最大的正方形面积为 a^2 , 两个较小的正方形面积分别为 $(a-b)^2$ 、 b^2 , 两个长方形的面积之和为 $2b(a-b)$, 不能验证 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$, 故 C 选项不符合题意;

D . 大正方形的面积为 $(a+b)^2$, 小正方形的面积为 $(a-b)^2$, 四个长方形的面积为 $4ab$, 不能验证 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$, 故 D 选项不符合题意;

故选: A .

【点评】 本题主要考查了平方差公式与几何图形的应用, 正确表示出对应选项图形中各部分的面积是解题的关键.

10. (3 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中 E 是 BC 上的一点, $EC=2BE$, 点 D 是 AC 的中点. 设 $\triangle ABC$, $\triangle ADF$, $\triangle BEF$ 的面积分别为 $S_{\triangle ABC}$, $S_{\triangle ADF}$, $S_{\triangle BEF}$, 且 $S_{\triangle ABC}=24$, 则 $S_{\triangle ADF} - S_{\triangle BEF} =$ ()



A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

【分析】利用三角形面积公式，等高的三角形的面积比等于底边的比，则 $S_{\triangle AEC} = \frac{2}{3}S_{\triangle ABC} = 16$ ， $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 12$ ，然后利用 $S_{\triangle AEC} - S_{\triangle BCD} = 4$ 即可得到答案.

【解答】解：∵ $EC = 2BE$ ，

$$\therefore S_{\triangle AEC} = \frac{2}{3}S_{\triangle ABC} = \frac{2}{3} \times 24 = 16,$$

∵ 点 D 是 AC 的中点，

$$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 24 = 12,$$

$$\therefore S_{\triangle AEC} - S_{\triangle BCD} = 4,$$

$$\text{即 } S_{\triangle ADF} + S_{\text{四边形 } CEFD} - (S_{\triangle BEF} + S_{\text{四边形 } CEFD}) = 4,$$

$$\therefore S_{\triangle ADF} - S_{\triangle BEF} = 4.$$

故选：B.

【点评】本题考查了三角形面积：三角形的面积等于底边长与高线乘积的一半，即 $S_{\triangle} = \frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$ ；

三角形的中线将三角形分成面积相等的两部分.

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.不需写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卡上相应的位置）

11. (3 分) 四月，柳絮如雪花般漫天飞舞，据测定，柳絮纤维的直径约 $0.000011m$ ，该数值用科学记数法表示为 $1.1 \times 10^{-5}m$.

【分析】绝对值小于 1 的小数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负整数指数幂，指数 n 由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解： $0.000011m = 1.1 \times 10^{-5}m$.

故答案为： 1.1×10^{-5} .

【点评】此题主要考查了用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由

原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

12. (3 分) 已知 $a^n=9$, $a^m=4$, 则 $a^{m-n}=\underline{-\frac{4}{9}}$.

【分析】利用同底数幂的乘法运算法则进行计算.

【解答】解: 原式 $=a^m \div a^n$

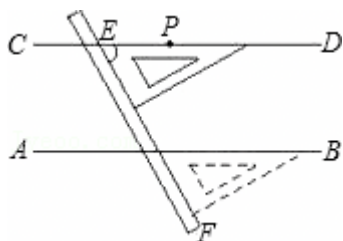
$$=4 \div 9$$

$$=\frac{4}{9}.$$

故答案为: $\frac{4}{9}$.

【点评】本题考查同底数幂的乘法, 掌握同底数幂的除法 (底数不变, 指数相加) 法则是解题的关键.

13. (3 分) 同学们用直尺和三角板画平行线的方法如图, 其画图原理是 同位角相等, 两直线平行.

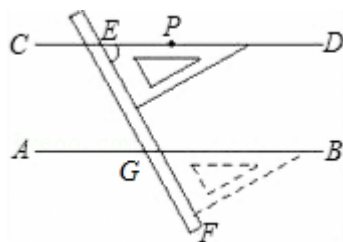


【分析】图中所画的两个同位角相等, 则根据“同位角相等, 两直线平行”可判断过 P 点的直线与 AB 平行.

【解答】解: 由画图得 $\angle GED = \angle FGB$,

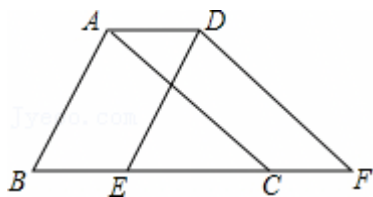
所以根据同位角相等, 两直线平行可判断 $AB \parallel CD$.

故答案为同位角相等, 两直线平行.



【点评】本题考查了作图 - 复杂作图: 解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质, 结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图, 逐步操作. 也考查了平行线的判定.

14. (3 分) 如图, 将周长为 10 的 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移 1 个单位得到 $\triangle DEF$, 则四边形 $ABFD$ 的周长为 12.



【分析】根据平移的基本性质，得出四边形 $ABFD$ 的周长 $= AD + AB + BF + DF = 1 + AB + BC + 1 + AC$ 即可得出答案.

【解答】解：根据题意，将周长为 10 个单位的 $\triangle ABC$ 沿边 BC 向右平移 1 个单位得到 $\triangle DEF$,

$$\therefore AD = 1, BF = BC + CF = BC + 1, DF = AC;$$

$$\text{又} \because AB + BC + AC = 10,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABFD \text{ 的周长} = AD + AB + BF + DF = 1 + AB + BC + 1 + AC = 12.$$

故答案为 12.

【点评】本题考查平移的基本性质：①平移不改变图形的形状和大小；②经过平移，对应点所连的线段平行且相等，对应线段平行且相等，对应角相等. 得到 $CF = AD$, $DF = AC$ 是解题的关键.

15. (3 分) 如果 $x^2 - (m+1)xy + 9y^2$ 是一个完全平方式，则 $m = \underline{5 \text{ 或 } -7}$.

【分析】利用完全平方公式的结构特征判断即可得到 m 的值.

【解答】解： $\because x^2 - (m+1)xy + 9y^2$ 是一个完全平方式，

$$\therefore -(m+1) = \pm 6,$$

$$\therefore m = 5 \text{ 或 } -7,$$

故答案为：5 或 -7.

【点评】此题考查了完全平方式，熟练掌握完全平方公式是解本题的关键.

16. (3 分) 已知 a 、 b 、 c 是三角形的三边长，那么代数式 $(a-b)^2 - c^2$ 的值 小于 0 (填“大于”或“等于”或“小于”).

【分析】根据题意可得 $(a-b)^2 - c^2 = (a-b+c)(a-b-c)$ ，根据三角形三边关系定理可得 $a-b+c > 0$, $a-b-c < 0$ ，因此 $(a-b+c)(a-b-c) < 0$ ，即 $(a-b)^2 - c^2 < 0$.

【解答】解： $(a-b)^2 - c^2 = (a-b+c)(a-b-c)$,

$\because a$ 、 b 、 c 是三角形的三边长，

$$\therefore a-b+c > 0, a-b-c < 0,$$

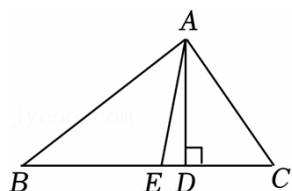
$$\therefore (a-b+c)(a-b-c) < 0,$$

$$\therefore (a-b)^2 - c^2 < 0,$$

故答案为：小于.

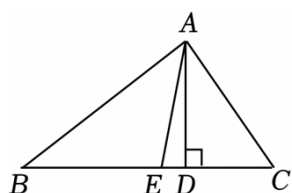
【点评】本题考查的是因式分解的应用和三角形三边关系，熟练掌握因式分解的方法和三角形三边关系定理是解题的关键。

17. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 是 BC 边上的高， AE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线．若 $\angle C - \angle B = n^\circ$ ，则 $\angle DAE = \frac{1}{2}n^\circ$ ．（用含有 n 的代数式表示）



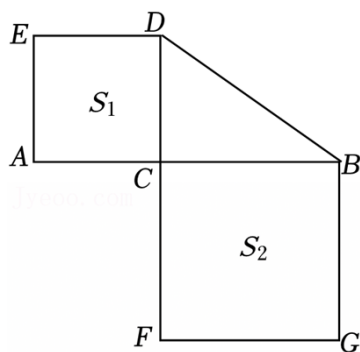
【分析】设 $\angle B = x$ ，则 $\angle C = n^\circ + x$ ，利用三角形内角和定理及角平分线的定义，可用含 x 的代数式表示出 $\angle CAE$ 的度数，在 $\text{Rt}\triangle ADC$ ，用含 x 的代数式表示出 $\angle CAD$ 的度数，再结合 $\angle DAE = \angle BAD - \angle BAE$ 可求出 $\angle DAE$ 的度数．

【解答】解： $\because \angle C - \angle B = n^\circ$ ，设 $\angle B = x$ ，则 $\angle C = n^\circ + x$ ，
 $\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - x - n^\circ - x = 180^\circ - n^\circ - 2x$ ．
 $\because AE$ 平分 $\angle BAC$ ，
 $\therefore \angle CAE = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2}(180^\circ - n^\circ - 2x) = 90^\circ - \frac{1}{2}n^\circ - x$ ，
 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ ， $\angle CAD = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - (n^\circ + x) = 90^\circ - n^\circ - x$ ，
 $\therefore \angle DAE = \angle BAD - \angle BAE = (90^\circ - \frac{1}{2}n^\circ - x) - (90^\circ - n^\circ - x) = \frac{n^\circ}{2}$ ．
 故答案为： $\frac{1}{2}n^\circ$ ．



【点评】本题考查了三角形内角和定理、三角形的外角性质，解题的关键是熟练掌握三角形内角和定理和角平分线的定义．

18. (3分) 如图，点 C 是线段 AB 上的一点，分别以 AC 、 BC 为边向两侧作正方形．设 $AB = 6$ ，两个正方形的面积和 $S_1 + S_2 = 20$ ，则图中 $\triangle BCD$ 的面积为 4．



【分析】设 $AC=a$, $BC=b$, 由题意得: $a+b=6$, $a^2+b^2=20$, 再根据完全平方公式的变式 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$, 即可求出 ab 的值, 根据直角三角形的面积计算方法即可得出答案.

【解答】解: 设 $AC=a$, $BC=b$,

由题意得: $a+b=6$, $a^2+b^2=20$,

$$\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab,$$

$$\therefore 20=6^2-2ab,$$

$$\therefore ab=8,$$

$$\therefore \triangle BCD \text{ 的面积} = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \times 8 = 4.$$

图中 $\triangle BCD$ 的面积为 4.

故答案为: 4.

【点评】本题考查的是勾股定理, 如果直角三角形的两条直角边长分别是 a , b , 斜边长为 c , 那么 $a^2+b^2=c^2$.

三、解答题: (本大题共 8 小题, 共 66 分)

19. (9 分) 计算:

$$(1) \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} + (-2)^2 + (\pi - 3.14)^0;$$

$$(2) (-2x^2)^{3+x^2} \cdot x^4 - (-3x^3)^2;$$

$$(3) (x+2)(x-1) - 3x(x+3);$$

【分析】(1) 先算零指数幂, 负整数指数幂和乘方, 再算加减;

(2) 先算乘方和同底数的幂相乘, 再合并同类项;

(3) 先展开, 再合并同类项.

【解答】解: (1) 原式 $= -2 + 4 + 1$

$$= 3;$$

$$(2) \text{原式} = -8x^{6+x^6} - 9x^6$$

$$= -16x^6;$$

$$(3) \text{ 原式} = x^2 + x - 2 - 3x^2 - 9x$$

$$= -2x^2 - 8x - 2.$$

【点评】 本题考查整式的混合运算，解题的关键是掌握整式相关的运算法则.

20. (9 分) 因式分解:

$$(1) 8a^3b^2 - 12ab^3c;$$

$$(2) 3x^2 - 12xy + 12y^2;$$

$$(3) 9x^2(a-b) - 16y^2(a-b);$$

【分析】 (1) 利用提公因式法分解;

(2) 先提取公因式，再利用完全平方公式;

(3) 先提取公因式，再利用平方差公式.

【解答】 解: (1) $8a^3b^2 - 12ab^3c$

$$= 4ab^2 \cdot 2a^2 - 4ab^2 \cdot 3bc$$

$$= 4ab^2(2a^2 - 3bc);$$

$$(2) 3x^2 - 12xy + 12y^2$$

$$= 3(x^2 - 4xy + 4y^2)$$

$$= 3(x - 2y)^2;$$

$$(3) 9x^2(a-b) - 16y^2(a-b)$$

$$= (a-b)(9x^2 - 16y^2)$$

$$= (a-b)(3x+4y)(3x-4y).$$

【点评】 本题考查了整式的因式分解，掌握因式分解的提公因式法、公式法是解决本题的关键.

21. (6 分) 先化简，再求值: $(2a-3)^2 - (a+4)(a-4) + 3a(2-a)$ ，其中 $a = -\frac{1}{2}$.

【分析】 根据完全平方公式、平方差公式、单项式乘多项式的运算法则以及合并同类项把原式化简，把 a 的值代入计算即可.

【解答】 解: 原式 $= 4a^2 - 12a + 9 - (a^2 - 16) + 6a - 3a^2$

$$= 4a^2 - 12a + 9 - a^2 + 16 + 6a - 3a^2$$

$$= -6a + 25,$$

$$\text{当 } a = -\frac{1}{2} \text{ 时, 原式} = -6 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 25 = 3 + 25 = 28.$$

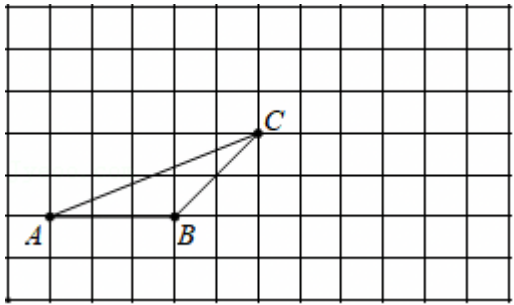
【点评】 本题考查的是整式的化简求值，掌握整式的混合运算法则是解题的关键.

22. (8分) 如图：在正方形网格中有一个 $\triangle ABC$ ，按要求进行下列作图（只能借助于网格）

(1) 画出 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的高 AD ；

(2) 画出先将 $\triangle ABC$ 向右平移6格，再向上平移3格后的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

(3) 画一个 $\triangle BCP$ （要求各顶点在格点上， P 不与 A 点重合），使其面积等于 $\triangle ABC$ 的面积．并回答满足这样条件的点 P 共 14 个．



【分析】 (1) 利用网格特点和正方形的性质画 $AD \perp BC$ 于 D ；

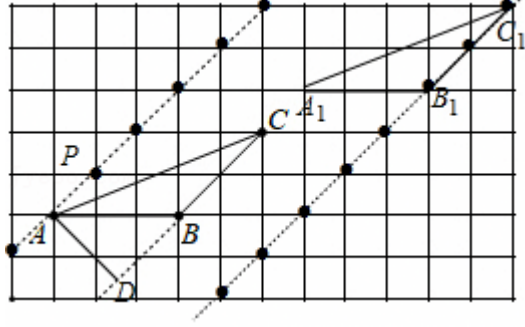
(2) 利用网格特点和平移的性质画出 A 、 B 、 C 的对应点 A_1 、 B_1 、 C_1 即可；

(3) 根据三角形面积公式，过 A 点作 BC 的平行线，或把 BC 向右平移3个单位，找出两直线上的格点即可．

【解答】 解：(1) 如图， AD 为所作；

(2) 如图， $\triangle A_1B_1C_1$ 为所作；

(3) 过 A 点作 BC 的平行线，在此直线上的格点即为 P 点，如图，满足这样条件的点 P 共14个．



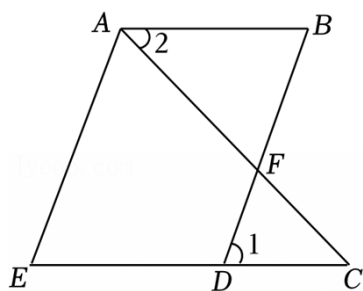
故答案为14.

【点评】 本题考查了作图 - 平移变换：确定平移后图形的基本要素有两个：平移方向、平移距离．作图时要先找到图形的关键点，分别把这几个关键点按照平移的方向和距离确定对应点后，再顺次连接对应点即可得到平移后的图形．

23. (8分) 已知：如图， $\angle 2 = \angle C$ ， $\angle 1 + \angle EAB = 180^\circ$ ．

(1) 求证： $AE \parallel BD$ ；

(2) 若 $\angle 1 = 65^\circ$ ， $\angle 2 = 55^\circ$ ，求 $\angle AFD$ 的度数．



【分析】(1) 根据平行线的判断与性质解答即可；

(2) 根据三角形的外角性质解答即可．

【解答】(1) 证明： $\because \angle 2 = \angle C$ ，

$\therefore AB \parallel CE$ ，

$\therefore \angle E + \angle EAB = 180^\circ$ ，

$\because \angle 1 + \angle EAB = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle E = \angle 1$ ，

$\therefore AE \parallel BD$ ；

(2) 解：由题可知： $\angle C = \angle 2 = 55^\circ$ ，

$\because \angle AFD$ 是 $\triangle DFC$ 的外角且 $\angle 1 = 65^\circ$ ，

$\therefore \angle AFD = \angle 1 + \angle C = 120^\circ$ ．

【点评】本题主要考查了利用平行线的性质和平行线的判定解答，命题意图在于训练学生的证明书写过程，难度适中．

24. (8分) 阅读理解：甲同学在拼图探索活动中发现，用4个形状大小完全相同的直角三角形（直角边长分别为 a 、 b ，斜边长为 c ，可以拼成如图1那样的正方形，并由此得出了关于 a^2 ， b^2 ， c^2 的一个等式．

(1) 请你写出这一结论： $a^2 + b^2 = c^2$ ，并给出验证过程．

(2) 试用上述结论解决问题：如图2， P 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边 AB 上的一个动点，已知 $AC=6$ ， $AB=10$ ，求 PC 的最小值．

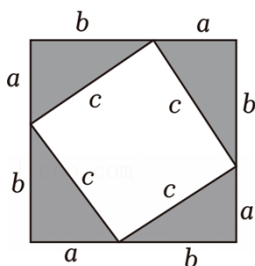


图1

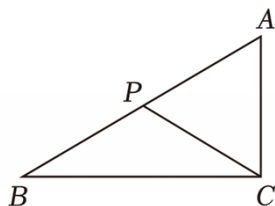


图2

【分析】(1) 用不同的方法表示阴影部分的面积，即可得到关于 a^2 ， b^2 ， c^2 的一个等式．

(2) 先求得 BC 的长, 进而运用面积法即可得出 CP 的最小值.

【解答】解: (1) 结论: $a^2+b^2=c^2$.

验证: $\because$ 阴影部分的面积 $= 4 \times \frac{1}{2}ab = 2ab$,

阴影部分的面积 $= (a+b)^2 - c^2$,

$\therefore (a+b)^2 - c^2 = 2ab$,

即 $a^2+b^2=c^2$.

故答案为: $a^2+b^2=c^2$;

(2) $\because$ $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC=6$, $AB=10$,

$\therefore 6^2+BC^2=10^2$,

解得 $BC=8$,

当 $CP \perp AB$ 时, PC 最短,

此时, $\frac{1}{2}BC \times AC = \frac{1}{2}AB \times PC$,

即 $PC=4.8$,

$\therefore PC$ 的最小值为 4.8.

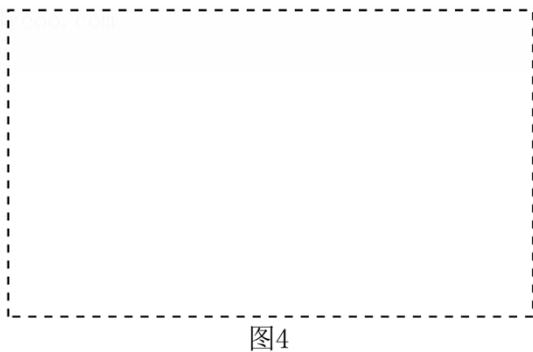
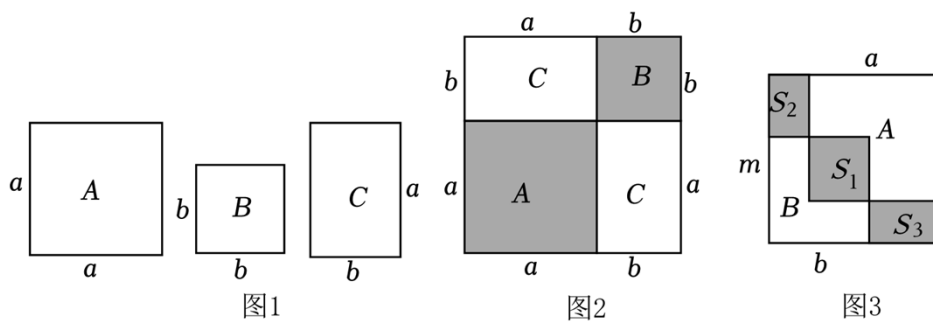
【点评】本题主要考查了勾股定理以及面积法的运用, 在任何一个直角三角形中, 两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方.

25. (8 分) 如图 1, 现有 3 种不同型号的 A 型、 B 型、 C 型卡片若干张.

(1) 已知 1 张 A 型卡片, 1 张 B 型卡片, 2 张 C 型卡片可拼成如图 2 所示的正方形, 用不同的方法计算图 2 中阴影部分的面积, 可得到等式: $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$;

(2) 请用上述三种型号的卡片若干张拼出一个面积为 $2a^2+5ab+2b^2$ 的长方形 (无空隙, 不重叠), 在图 4 虚线框内画出你的拼接示意图, 并根据拼图直接写出多项式 $2a^2+5ab+2b^2$ 因式分解的结果;

(3) 取出一张 A 型卡片, 一张 B 型卡片, 放入边长为 m ($a < m < a+b$) 的正方形大卡片内, 如图 3 所示, 图中 A , B 型卡片重叠部分面积记为 S_1 , 边长为 m 的正方形未被覆盖部分面积记为 S_2 , S_3 , 若 $S_1 = S_2 + S_3$, $a+b=5$, $ab=3$, 求出大正方形的面积 (即 m^2 的值).



【分析】（1）根据阴影部分的面积的两种表示方法求解；

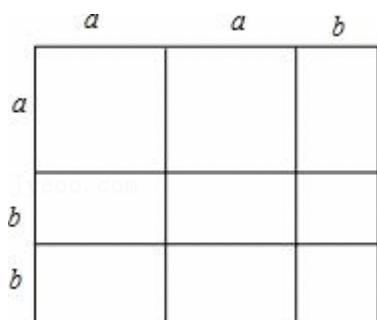
（2）先因式分解，再画图；

（3）根据割补法表示面积，再整体代入求解．

【解答】解：（1）阴影部分的面积为： a^2+b^2 ，或 $(a+b)^2 - 2ab$ ，

故答案为： $a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$ ；

（2）如图所示：



$$2a^2+5ab+2b^2 = (2a+b)(a+2b);$$

（3）由图得：

$$m^2 = a^2 + b^2 - S_1 + S_2 + S_3$$

$$= a^2 + b^2$$

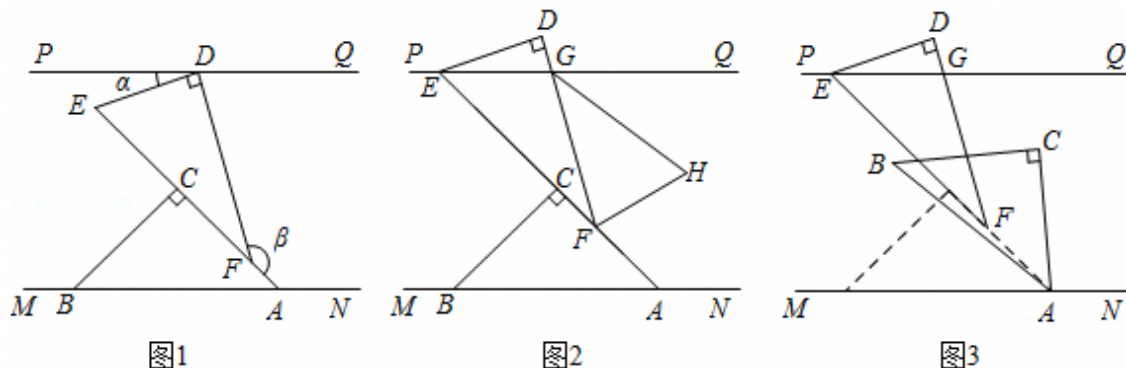
$$= (a+b)^2 - 2ab$$

$$= 25 - 6$$

$$= 19;$$

【点评】 本题考查了因式分解的应用，掌握割补法求面积是解题的关键.

26. (10 分) 将一副三角板中的两块直角三角板如图 1 放置, $PQ \parallel MN$, $\angle ACB = \angle EDF = 90^\circ$, $\angle ABC = \angle BAC = 45^\circ$, $\angle DFE = 30^\circ$, $\angle DEF = 60^\circ$.



(1) 若三角板如图 1 摆放时, 则 $\angle \alpha = 15^\circ$, $\angle \beta = 150^\circ$.

(2) 现固定 $\triangle ABC$ 的位置不变, 将 $\triangle DEF$ 沿 AC 方向平移至点 E 正好落在 PQ 上, 如图 2 所示, DF 与 PQ 交于点 G , 作 $\angle FGQ$ 和 $\angle GFA$ 的角平分线交于点 H , 求 $\angle GHF$ 的度数;

(3) 现固定 $\triangle DEF$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转至 AC 与直线 AN 首次重合的过程中, 当线段 BC 与 $\triangle DEF$ 的一条边平行时, 请直接写出 $\angle BAM$ 的度数.

【分析】 (1) 根据平行线的性质和三角板的角的度数解答即可;

(2) 根据平行线的性质和角平分线的定义解答即可;

(3) 分当 $BC \parallel DE$ 时, 当 $BC \parallel EF$ 时, 当 $BC \parallel DF$ 时, 三种情况进行解答即可.

【解答】 解: (1) $\because PQ \parallel MN$,

$$\therefore \angle E = \angle \alpha + \angle BAC,$$

$$\therefore \alpha = \angle E - \angle BAC = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ,$$

$\because E, C, A$ 三点共线,

$$\therefore \angle \beta = 180^\circ - \angle DFE = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ;$$

故答案为: 15° ; 150° ;

(2) $\because PQ \parallel MN$,

$$\therefore \angle GEF = \angle CAB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle FGQ = 75^\circ,$$

$\because GH, FH$ 分别平分 $\angle FGQ$ 和 $\angle GFA$,

$$\therefore \angle FGH = 37.5^\circ, \angle GFH = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle FHG = 67.5^\circ;$$

(3) 当 $BC \parallel DE$ 时, 如图 1,

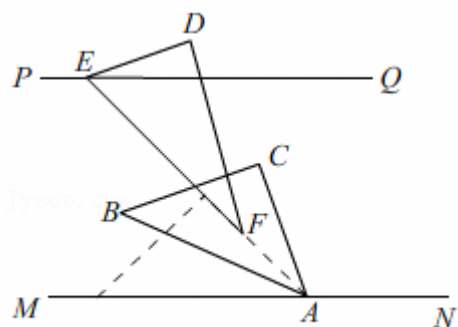


图1

此时 $\angle CAE = \angle DFE = 30^\circ$,

$$\therefore \angle BAM + \angle BAC = \angle MAE + \angle CAE, \quad \angle BAM = \angle MAE + \angle CAE - \angle BAC = 45^\circ + 30^\circ - 45^\circ = 30^\circ ,$$

当 $BC \parallel EF$ 时, 如图 2,

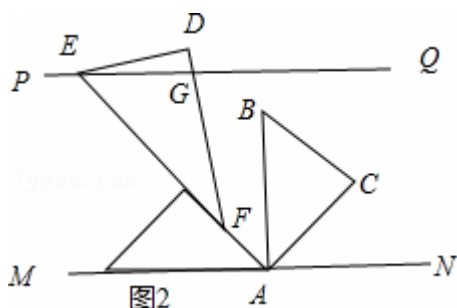


图2

此时 $\angle BAE = \angle ABC = 45^\circ$,

$$\therefore \angle BAM = \angle BAE + \angle EAM = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ ,$$

当 $BC \parallel DF$ 时, 如图 3,

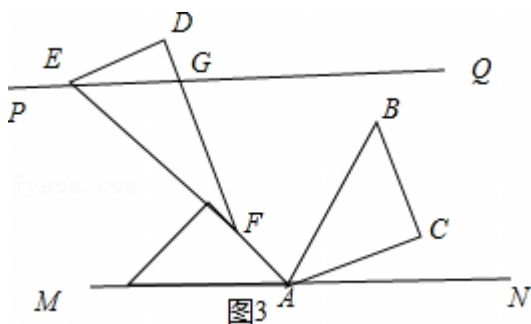


图3

此时, $AC \parallel DE$, $\angle CAN = \angle DEG = 15^\circ$,

$$\therefore \angle BAM = \angle MAN - \angle CAN - \angle BAC = 180^\circ - 15^\circ - 45^\circ = 120^\circ .$$

综上所述, $\angle BAM$ 的度数为 30° 或 90° 或 120° .

【点评】 本题考查了角平分线的定义, 平行线性质的判定: 两直线平行, 同位角相等; 两直线平行, 同旁内角互补; 两直线平行, 内错角相等. 此题难度适中, 注意掌握辅助线的作法, 注意掌握数形结合思想与方程思想的应用, 理清各角度之间的关系是解题的关键, 也是本题的难点.