

2023~2024 年七年级数学下学期期末培优测试

(尖子生专用 A)

考试时间：120 分钟；满分：140 分

学校：_____ 姓名：_____ 班级：_____ 考号：_____

一、单选题（共 18 分）

1. (本题 3 分) 若 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ ，是关于 x 和 y 的二元一次方程 $mx + ny = 3$ 的解，则 $2m - 4n$ 的值等于 ()

- A. 3 B. 6 C. -1 D. -2

2. (本题 3 分) 观察下列式子：

$$4 \times 6 - 2 \times 4 = 4 \times 4;$$

$$6 \times 8 - 4 \times 6 = 6 \times 4;$$

$$8 \times 10 - 6 \times 8 = 8 \times 4;$$

...

若第 n 个等式的右边的值大于 180，则 n 的最小值是 ()

- A. 20 B. 21 C. 22 D. 23

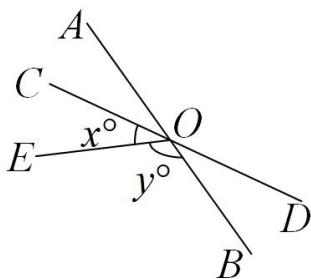
3. (本题 3 分) 给出下列 4 个命题：①四边形的内角和等于外角和；②有两个角互余的三角形是直角三角形；③若 $|x|=2$ ，则 $x=2$ ；④同旁内角的平分线互相垂直．其中真命题的个数为 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. (本题 3 分) 若关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} 3x + y = k + 1 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$ 的解满足 $x + y > 0$ ，则 k 的取值范围是 ()

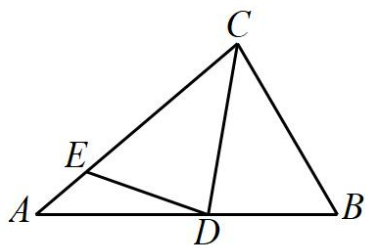
- A. $k < -2$ B. $k > -2$ C. $k < 2$ D. $k > 2$

5. (本题 3 分) 如图，直线 AB 与 CD 相交于点 O ，且 $\angle AOD = 150^\circ$ ， $\angle EOB$ 比 $\angle COE$ 大 90° ，设 $\angle COE = x^\circ$ ， $\angle EOB = y^\circ$ ，则可得到的方程组为 ()



- A. $\begin{cases} x = y - 90 \\ x + y = 150 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = y + 90 \\ x + y = 150 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = y - 90 \\ x + y = 180 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = y + 90 \\ x + y = 180 \end{cases}$

6. (本题 3 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 80^\circ$, 点 D 在 AB 上, 将 $\triangle BCD$ 沿 CD 折叠, 点 B 落在边 AC 的点 E 处. 若 $\angle ADE = 24^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数为 ()



- A. 24° B. 32° C. 38° D. 48°

二、填空题 (共 40 分)

7. (本题 4 分) 已知 $\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} x - 2y = 2m \\ nx + y = -3 \end{cases}$ 的解, 则 $m + n$ 的值是_____.

8. (本题 4 分) 已知 $AB \parallel CD$, P 是平面内一点, 作 $PE \perp AB$, 垂足为 E , F 为 CD 上一点, 且 $\angle PFD = 130^\circ$, 则 $\angle EPF$ 的度数是_____.

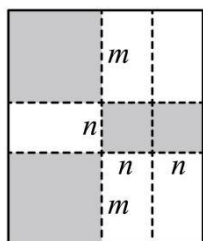
9. (本题 4 分) 已知 $a^m = 4$, $a^n = 2$, 则 a^{2m-n} 的值为_____.

10. (本题 4 分) 已知 $a > 0$, $b > 0$, $(3a + 3b + 1)(3a + 3b - 1) = 899$, 则 $a + b =$ _____.

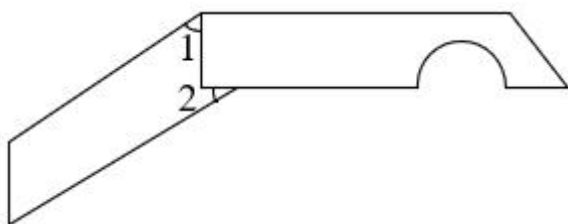
11. (本题 4 分) 计算: $2023^{2023} \times \left(\frac{1}{2023}\right)^{2022} =$ _____.

12. (本题 4 分) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x \leq 2 \\ x > m \end{cases}$ 无解, 则 m 的取值范围是_____.

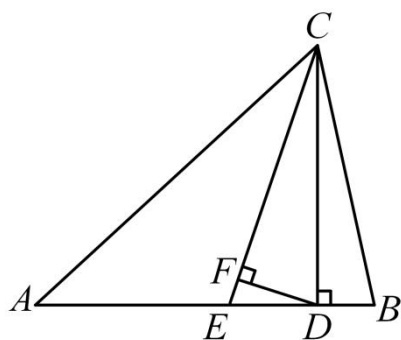
13. (本题 4 分) 如图, 将一张长方形纸板按图中虚线裁剪成九块, 其中有两块是边长都为 m 的大正方形, 两块是边长都为 n 的小正方形, 五块是长为 m , 宽为 n 的全等小长方形, 且 $m > n$ (以上长度单位: cm). 观察图形, 可以发现代数式 $2m^2 + 5mn + 2n^2$ 可以因式分解为_____.



14. (本题 4 分) 如图所示, 是我们生活中经常接触的小刀, 刀柄外形是一个直角梯形 (挖去一小半圆), 刀片上下是平行的, 转动刀片时会形成 $\angle 1$ 、 $\angle 2$, 则 $\angle 1 + \angle 2 =$ _____.



15. (本题 4 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 80^\circ$, CE 平分 $\angle ACB$, $CD \perp AB$ 于 D , $DF \perp CE$, 则 $\angle CDF$ 的度数=_____.

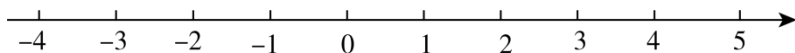


16. (本题 4 分) 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x + 1 > x + a \\ x - 1 \leq \frac{2x + a + 2}{3} \end{cases}$ (a 为整数) 的所有整数解的和 S 满足 $21.6 \leq S < 33.6$, 则所有这样的 a 的和为_____.

三、解答题（共 82 分）

17.（本题 8 分）（1）解方程组： $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$

（2）解不等式组： $\begin{cases} 5x - 1 \geq 3x - 5 \\ \frac{x-1}{2} < 1 \end{cases}$ ，把解集表示在数轴上.



18.（本题 8 分）分解因式：

(1) $3x^2 - 3y^2$

(2) $m^3 + 6m^2 + 9m$

19.（本题 8 分）计算：

(1) $(3 - \pi)^0 + (-1)^{2023} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

(2) $x \cdot x^5 - (2x^3)^2 + x^9 \div x^3$

20.（本题 10 分）已知 $a^2 - 2a + 1 = 0$ ，求代数式 $a(a - 4) + (a + 1)(a - 1) + 1$ 的值.

21.（本题 8 分）某公司有甲、乙两个口罩生产车间，甲车间每天生产普通口罩 6 万个，N95 口罩 2.2 万个. 乙车间每天生产普通口罩和 N95 口罩共 10 万个，且每天生产的普通口罩比 N95 口罩多 6 万个.

（1）求乙车间每天生产普通口罩和 N95 口罩各多少万个？

（2）现接到市防疫指挥部要求：需要该公司提供至少 156 万个普通口罩和尽可能多的 N95 口罩. 因受原料和生产设备的影响，两个车间不能同时生产，且当天只能确保一个车间的生产. 已知该公司恰好用 20 天完成防疫指挥部下达的任务.

问：①该公司至少安排乙车间生产多少天？

②该公司最多能提供多少万个 N95 口罩？

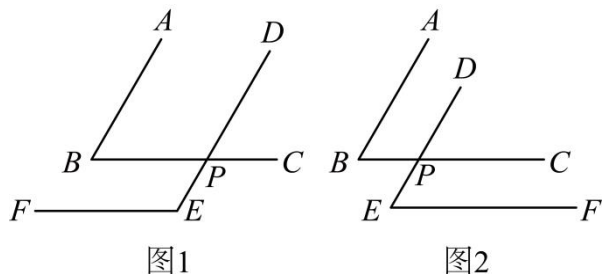
22.（本题 8 分）计算

(1) 已知 $2^x = 5$ ， $2^y = 3$ ，求： 2^{x-2y} 的值.

(2) $x - 2y + 3 = 0$ ，求： $2^x \div 4^y \times 8$ 的值.

23. (本题 10 分) 探究问题: 已知 $\angle ABC$, 画一个角 $\angle DEF$, 使 $DE \parallel AB$, $EF \parallel BC$, 且 DE 交 BC 于点 P . $\angle ABC$ 与 $\angle DEF$ 有怎样的数量关系?

(1) 我们发现 $\angle ABC$ 与 $\angle DEF$ 有两种位置关系: 如图 1 与图 2 所示.



①图 1 中 $\angle ABC$ 与 $\angle DEF$ 数量关系为_____；图 2 中 $\angle ABC$ 与 $\angle DEF$ 数量关系为_____；

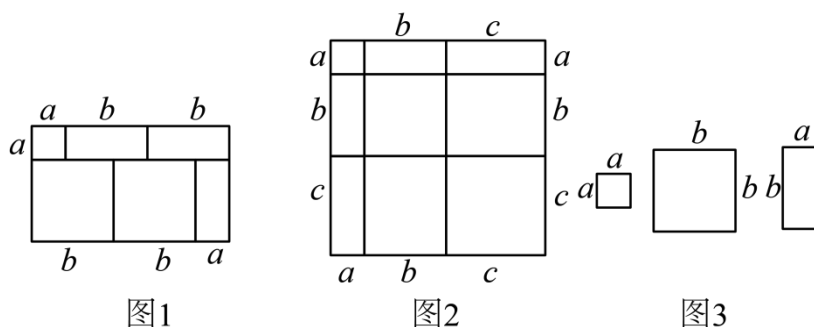
②由①得出一个真命题 (用文字叙述): _____.

(2) 应用②中的真命题, 解决以下问题:

若两个角的两边互相平行, 且一个角比另一个角的 2 倍少 30° , 请直接写出这两个角的度数.

24. (本题 10 分) 当我们利用两种不同的方法计算同一图形的面积时, 可以得到一个等式, 由图 1, 可得等式:

$$(a + 2b)(a + b) = a^2 + 3ab + 2b^2.$$



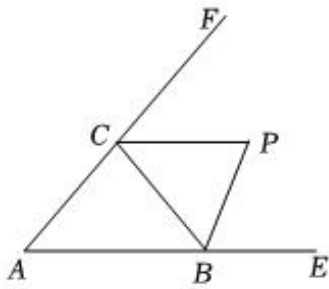
(1) 由图 2 可得等式: _____.

(2) 利用 (1) 中所得到的结论, 解决下面的问题:

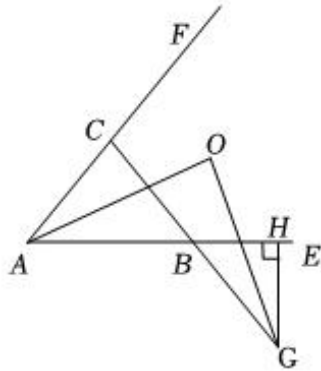
已知 $a + b + c = 11$, $ab + bc + ac = 38$, 求 $a^2 + b^2 + c^2$ 的值;

(3) 利用图 3 中的纸片 (足够多), 画一种拼图, 使该拼图可用来验证等式: $2a^2 + 5ab + 2b^2 = (2a + b)(a + 2b)$.

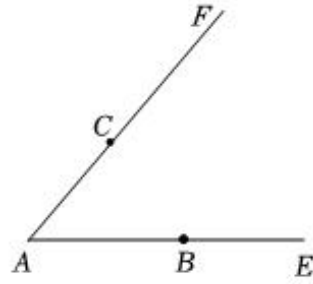
25. (本题 12 分) 如图, 锐角 $\angle EAF$, 点 B , C 分别在 AE , AF 上.



(图1)



(图2)



(备用图)

- (1) 如图 1, 若 $\angle EAF = 56^\circ$, 连接 BC , $\angle ABC = \alpha$, $\angle ACB = \beta$, $\angle CBE$ 的平分线与 $\angle BCF$ 的平分线交于点 P , 则 $\alpha + \beta =$ _____ $^\circ$, $\angle P =$ _____ $^\circ$;
- (2) 若点 Q 在 $\angle EAF$ 内部 (点 Q 不在线段 BC 上), 连接 BQ , QC , $\angle EAF = 56^\circ$, $\angle CQB = 104^\circ$, BM , CN 分别平分 $\angle QBE$ 和 $\angle QCF$, 且 BM 与 CN 交于点 D , 求 $\angle BDC$ 的度数;
- (3) 如图 2, 点 G 是线段 CB 延长线上一点, 过点 G 作 $GH \perp AE$ 于点 H , $\angle EAF$ 与 $\angle CGH$ 的平分线交于点 O , 请直接写出 $\angle ACG$ 与 $\angle AOG$ 的数量关系.