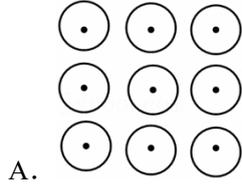


2023-2024 学年江苏省无锡市梁溪区七年级（下）期中数学模拟试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.）

1. (3 分) 下列图案中，可以看作由“基本图案”通过平移得到的是 ()



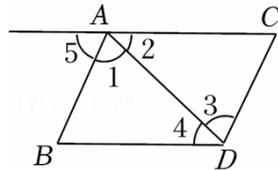
2. (3 分) 中国第 55 颗北斗导航卫星成功发射，顺利完成全球组网. 其中支持北斗三号新信号的 22 纳米工艺射频基带一体化导航定位芯片，已实现规模化应用. 22 纳米 = 0.000000022 米，将 0.000000022 用科学记数法表示为 ()

- A. 2.2×10^{-7} B. 2.2×10^{-8} C. 22×10^{-7} D. 0.22×10^{-9}

3. (3 分) 下列各式正确的是 ()

- A. $a^4 \cdot a^5 = a^{20}$ B. $a^2 + 2a^3 = 2a^5$
 C. $a^4 \div a = a^3$ D. $(-a^2b^3)^2 = a^4b^9$

4. (3 分) 如图，下列结论不成立的是 ()



- A. 如果 $\angle 1 = \angle 3$ ，那么 $AB \parallel CD$
 B. 如果 $\angle 2 = \angle 4$ ，那么 $AC \parallel BD$
 C. 如果 $\angle 1 + \angle 2 + \angle C = 180^\circ$ ，那么 $AB \parallel CD$
 D. 如果 $\angle 4 = \angle 5$ ，那么 $AC \parallel BD$

5. (3 分) 下列各式从左边到右边的变形，是因式分解且分解正确的是 ()

- A. $(a+1)(a-1) = a^2 - 1$ B. $a^2 - 16a + 64 = (a-8)^2$
 C. $a^2 - 2a + 4 = (a-2)^2$ D. $ab + ac + 1 = a(b+c) + 1$

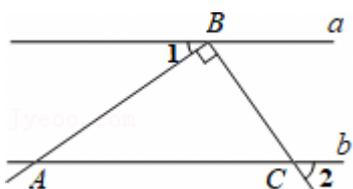
6. (3 分) 下列说法：

- ①在同一平面内，不相交的两条线段叫做平行线；
- ②过一点，有且只有一条直线平行于已知直线；
- ③两条平行直线被第三条直线所截，同位角相等；
- ④同旁内角相等，两直线平行.

正确的个数有 () 个.

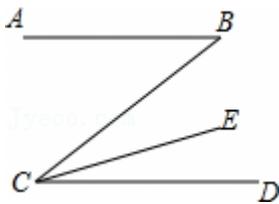
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. (3分) 如图，直线 $a \parallel b$ ，点 B 在 a 上，且 $AB \perp BC$. 若 $\angle 1 = 35^\circ$ ，那么 $\angle 2$ 等于 ()



- A. 45° B. 50° C. 55° D. 60°

8. (3分) 如图， $AB \parallel CD$ ， CE 平分 $\angle BCD$ ， $\angle DCE = 18^\circ$ ，则 $\angle B$ 等于 ()



- A. 18° B. 36° C. 45° D. 54°

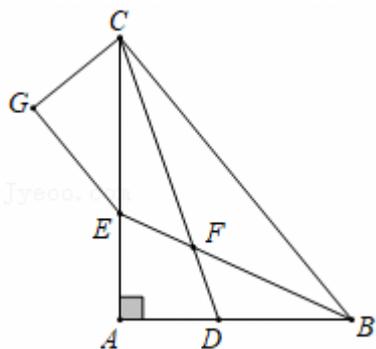
9. (3分) 一个正整数若能表示为两个正整数的平方差，则称这个正整数为“创新数”，例如 $27 = 6^2 - 3^2$ ， $63 = 8^2 - 1^2$ ，故 27, 63 都是“创新数”，下列各数中，不是“创新数”的是 ()

- A. 31 B. 41 C. 16 D. 54

10. (3分) 如图， $\triangle ABC$ 的角平分线 CD 、 BE 相交于 F ， $\angle A = 90^\circ$ ， $EG \parallel BC$ ，且 $CG \perp EG$ 于 G ，下列结论：

- ① $\angle CEG = 2\angle DCB$;
- ② $\angle ADC = \angle GCD$;
- ③ CA 平分 $\angle BCG$;
- ④ $\angle DFB = \frac{1}{2}\angle CGE$.

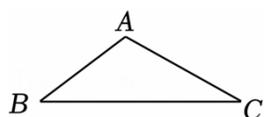
其中正确的结论是 ()



- A. ②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ①②③④

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。）

11. (3 分) 某种流感病毒的直径大约为 0.00000085 米，用科学记数法表示为 _____ 米。
 12. (3 分) 已知 $x+y=2$, $x-y=4$, 则 $x^2-y^2=$ _____。
 13. (3 分) 已知 $a^m=6$, $a^n=2$, 则 $a^{m-n}=$ _____。
 14. (3 分) 一个多边形的内角和是外角和的 2 倍多 180° , 它是 _____ 边形。
 15. (3 分) 若关于 x 的二次三项式 x^2+ax+4 是完全平方式, 则 a 的值是 _____。
 16. (3 分) 若 $(x+m)(x-4)$ 去括号后不含 x 的一次项, 则 m 的值为 _____。
 17. (3 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=45^\circ$, $\angle C=30^\circ$, 点 D 在边 BC 上, 若 $\triangle ACD$ 是直角三角形, 则 $\angle BDA$ 的度数为 _____。



18. (3 分) 一副直角三角尺叠放如图 1 所示, 现将 45° 的三角尺 ADE 固定不动, 将含 30° 的三角尺 ABC 绕顶点 A 顺时针转动. 例: 如图 2, 当 $\angle CAE=15^\circ$ 时, $BC \parallel DE$, 若要使 $AC \parallel DE$. 则 $\angle CAE$ ($0^\circ <$

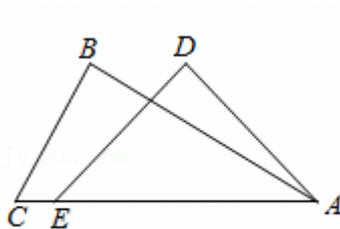


图 1

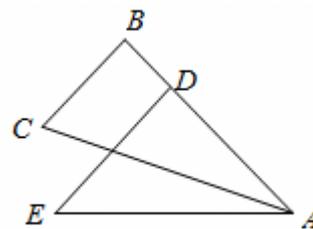


图 2

$\angle CAE < 180^\circ$) 度数为 _____。

三、解答题（本大题共 8 小题，共 66 分。）

19. (8 分) 计算:

- (1) $(-3a^2)^3 + 2a^2 \cdot a^4 - a^8 \div a^2$;
 (2) $(\pi - 3.14)^0 - (\frac{1}{2})^{-3} - 1^{2022}$;
 (3) $(2x - 3)(x + 1) - x(x + 4)$;

(4) $(m+1)^2(m-1)^2$.

20. (8分) 先化简, 再求值: $(x+y)^2 - 2x(x+3y) + (x+2y)(x-2y)$, 其中 $x = -1, y = 2$.

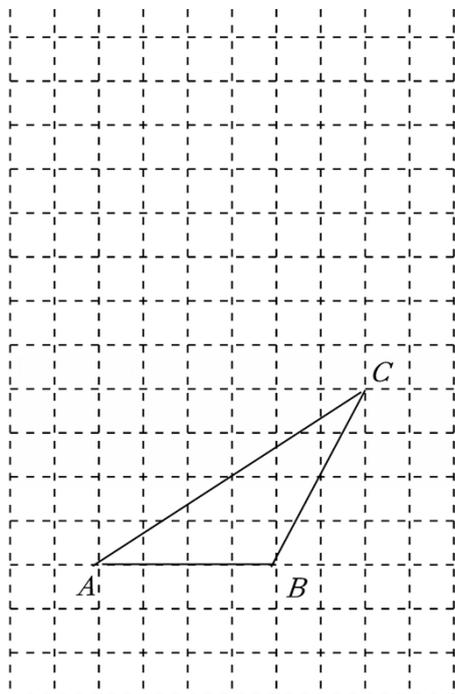
21. (8分) 已知 $4m+n=40, 2m-3n=5$. 求 $(m+2n)^2 - (3m-n)^2$ 的值.

22. (8分) 如图, 网格中每个小正方形边长为 1, $\triangle ABC$ 的顶点都在格点 (网格线的交点) 上. 将 $\triangle ABC$ 向上平移 5 格, 得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 利用网格画图.

(1) 请在图中画出平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 作出 AB 边上的高 CE ;

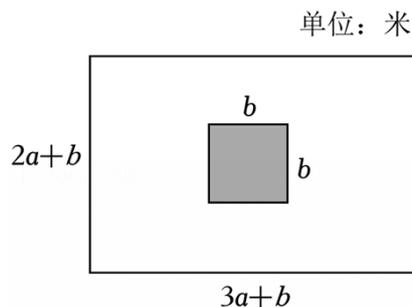
(3) BC 边在平移的过程中扫过的面积等于 _____.



23. (8分) 如图, 有一块长 $(3a+b)$ 米, 宽 $(2a+b)$ 米的长方形广场, 园林部门要对阴影区域进行绿化, 空白区域进行广场硬化, 阴影部分是边长为 b 米的正方形.

(1) 计算广场上需要硬化部分的面积;

(2) 若 $a=30, b=10$, 求硬化部分的面积.



24. (8分) 我们知道, 同底数幂的乘法法则为 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (其中 $a \neq 0, m, n$ 为正整数), 类似地, 我们

规定关于任意正整数 m 、 n 的一种新运算： $f(m) \cdot f(n) = f(m+n)$ （其中 m 、 n 为正整数）；例如，若 $f(3) = 2$ ，则 $f(6) = f(3+3) = f(3) \cdot f(3) = 2 \times 2 = 4$ 。

(3) = 2，则 $f(6) = f(3+3) = f(3) \cdot f(3) = 2 \times 2 = 4$ 。

(1) 若 $f(2) = 5$ ，则：①计算 $f(6)$ ；②当 $f(2n) = 25$ ，求 n 的值；

(2) 若 $f(a) = 3$ ，化简： $f(a) \cdot f(2a) \cdot f(3a) \cdots f(10a)$ 。

25. (8分) 在苏教版七下第九章的学习中，对同一个图形的面积可以从不同的角度思考，用不同的式子表示。

(1) 用不同的方法计算图1的面积得到等式：_____。

(2) 图2是由两个边长分别为 a 、 b 、 c 的直角三角形和一个两条直角边都是 c 的直角三角形拼成，从整体看它又是一个直角梯形，用不同的方法计算这个图形的面积，能得到等式：_____（结果为最简）

(3) 根据上面两个结论，解决下面问题：

①在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，三边长分别为 a 、 b 、 c ，已知 $ab = 12$ ， $c = 5$ ，求 $a+b$ 的值。

②如图3，四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 互相垂直，垂足为 O ， $AC = BD = 2$ ，在直角 $\triangle BOC$ 中， $OB = x$ ， $OC = y$ ，若 $\triangle BOC$ 的周长为 2，则 $\triangle AOD$ 的面积 = _____。

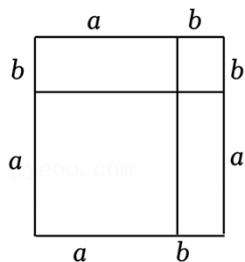


图1

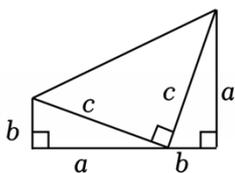


图2

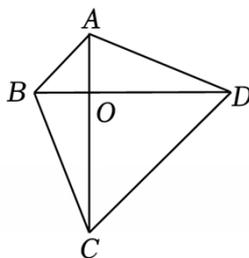


图3

26. (10分) 已知射线 $AB \parallel CD$ ，连接 AC 。

(1) 如图1，若 AE 、 CE 分别平分 $\angle BAC$ 、 $\angle DCA$ ， AE 、 CE 交于点 E ，求 $\angle E$ 的度数，并说明理由。

(2) 如图2，在(1)的条件下，延长 CE 到 F ，若点 G 满足 $\angle GEF = \frac{1}{3} \angle AEF$ ， $\angle GCF = \frac{1}{3} \angle ACF$ ，试探求 $\angle G$ 与 $\angle EAC$ 的数量关系，并说明理由。

(3) 如图3，在(2)的条件下，延长 AC 到 M ，若 $\angle ECH = \frac{1}{3} \angle ECM$ ， CH 交 GE 延长线于点 H 。求 $\angle G$ 与 $\angle H$ 的度数之和。

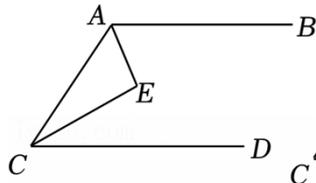


图1

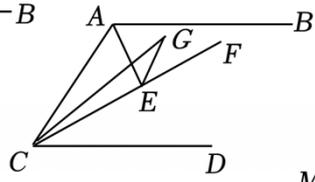


图2

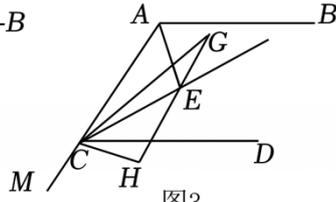


图3

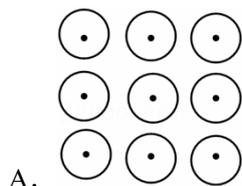
2023-2024 学年江苏省无锡市梁溪区七年级（下）期中数学模拟试卷

参考答案与试题解析

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	C	D	B	A	C	B	D	B

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。）

1.（3 分）下列图案中，可以看作由“基本图案”通过平移得到的是（ ）



【分析】根据平移的定义可得答案.

【解答】解：*A*、能通过基本图形平移得到，故此选项符合题意；

B、可以由一个“基本图案”旋转得到，故本选项不符合题意；

C、可以由一个“基本图案”旋转得到，故本选项不符合题意；

D、不能通过基本图形平移得到，故本选项不符合题意.

故选：*A*.

【点评】本题考查的是利用平移设计图案，熟知图形的平移只改变图形的位置，而不改变图形的形状和大小是解答此题的关键.

2.（3 分）中国第 55 颗北斗导航卫星成功发射，顺利完成全球组网．其中支持北斗三号新信号的 22 纳米工艺射频基带一体化导航定位芯片，已实现规模化应用．22 纳米=0.000000022 米，将 0.000000022 用科学记数法表示为（ ）

A. 2.2×10^{-7}

B. 2.2×10^{-8}

C. 22×10^{-7}

D. 0.22×10^{-9}

【分析】绝对值小于 1 的数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负整数指数幂，指数 n 由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解：0.000000022 = 2.2×10^{-8} .

故选：B.

【点评】此题主要考查了用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

3. (3 分) 下列各式正确的是 ()

A. $a^4 \cdot a^5 = a^{20}$

B. $a^2 + 2a^3 = 2a^5$

C. $a^4 \div a = a^3$

D. $(-a^2b^3)^2 = a^4b^9$

【分析】根据同底数幂的乘法，底数不变指数相加判断 A；

根据合并同类项，系数相加，字母和字母的指数不变判断 B；

根据同底数幂的除法，底数不变指数相减判断 C；

根据积的乘方，把每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘判断 D.

【解答】解：A、 $a^4 \cdot a^5 = a^9$ ，故选项 A 不符合题意；

B、 a^2 与 $2a^3$ 不是同类项，不能合并成一项，故选项 B 不符合题意；

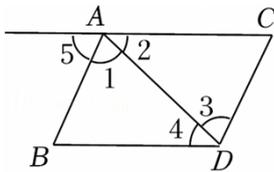
C、 $a^4 \div a = a^3$ ，故选项 C 符合题意；

D、 $(-a^2b^3)^2 = a^4b^6$ ，故选项 D 不符合题意.

故选：C.

【点评】本题考查同底数幂的乘除法，合并同类项，很容易混淆，一定要记准法则才能做题.

4. (3 分) 如图，下列结论不成立的是 ()



A. 如果 $\angle 1 = \angle 3$ ，那么 $AB \parallel CD$

B. 如果 $\angle 2 = \angle 4$ ，那么 $AC \parallel BD$

C. 如果 $\angle 1 + \angle 2 + \angle C = 180^\circ$ ，那么 $AB \parallel CD$

D. 如果 $\angle 4 = \angle 5$ ，那么 $AC \parallel BD$

【分析】根据平行线的判定定理判断求解即可.

【解答】解：A. 如果 $\angle 1 = \angle 3$ ，那么能得到 $AB \parallel CD$ ，故本选项结论成立，不符合题意；

B. 如果 $\angle 2 = \angle 4$ ，那么能得到 $AC \parallel BD$ ，故本选项结论成立，不符合题意；

C. 如果 $\angle 1 + \angle 2 + \angle C = 180^\circ$ ，能得到 $AB \parallel CD$ ，故本选项结论成立，不符合题意；

D. 如果 $\angle 4 = \angle 5$ ，那么不能得到 $AC \parallel BD$ ，故本选项结论不成立，符合题意；

故选：D.

【点评】此题考查了平行线的判定，熟记平行线的判定定理是解题的关键.

5. (3分) 下列各式从左边到右边的变形，是因式分解且分解正确的是 ()

A. $(a+1)(a-1) = a^2 - 1$

B. $a^2 - 16a + 64 = (a - 8)^2$

C. $a^2 - 2a + 4 = (a - 2)^2$

D. $ab + ac + 1 = a(b+c) + 1$

【分析】根据因式分解的定义逐个判断即可.

【解答】解：A. $(a+1)(a-1) = a^2 - 1$ ，从等式的左边到右边的变形属于整式乘法，不属于因式分解，故本选项不符合题意；

B. $a^2 - 16a + 64 = (a - 8)^2$ ，从左边到右边的变形属于因式分解，故本选项符合题意；

C. $a^2 - 2a + 4 \neq (a - 2)^2$ ，故本选项不符合题意；

D. $ab + ac + 1 = a(b+c) + 1$ ，等式的右边不是几个整式的积的形式，不属于因式分解，故本选项不符合题意.

故选：B.

【点评】本题考查了因式分解的定义，能熟记因式分解的定义是解此题的关键，注意：把一个多项式化成几个整式的积的形式，叫因式分解.

6. (3分) 下列说法：

①在同一平面内，不相交的两条线段叫做平行线；

②过一点，有且只有一条直线平行于已知直线；

③两条平行直线被第三条直线所截，同位角相等；

④同旁内角相等，两直线平行.

正确的个数有 () 个.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【分析】分别根据平行线的判定以及平行线定义和平行公理分析得出即可.

【解答】解：①在同一平面内，不相交的两条直线叫做平行线，故原命题错误；

②过直线外一点，有且只有一条直线平行于已知直线，故原命题错误；

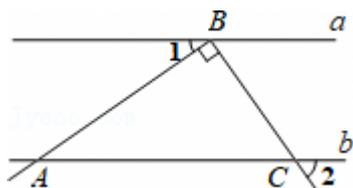
③两条平行直线被第三条直线所截，同位角相等，故原命题正确；

④同旁内角互补，两直线平行，故原命题错误.

故选：A.

【点评】此题主要考查了平行线的判定与性质以及平行公理等知识，正确把握相关定理是解题关键.

7. (3分) 如图，直线 $a \parallel b$ ，点 B 在 a 上，且 $AB \perp BC$. 若 $\angle 1 = 35^\circ$ ，那么 $\angle 2$ 等于 ()



- A. 45° B. 50° C. 55° D. 60°

【分析】先根据 $\angle 1=35^\circ$ ， $a//b$ 求出 $\angle BAC$ 的度数，再由 $AB\perp BC$ 即可得出答案.

【解答】解： $\because a//b$ ， $\angle 1=35^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = \angle 1 = 35^\circ .$$

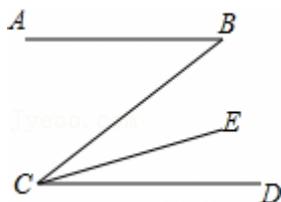
$\because AB\perp BC$,

$$\therefore \angle 2 = \angle BCA = 90^\circ - \angle BAC = 55^\circ .$$

故选：C.

【点评】本题考查的是平行线的性质、垂线的性质，熟练掌握垂线的性质和平行线的性质是解决问题的关键.

8. (3分) 如图， $AB//CD$ ， CE 平分 $\angle BCD$ ， $\angle DCE=18^\circ$ ，则 $\angle B$ 等于 ()



- A. 18° B. 36° C. 45° D. 54°

【分析】根据角平分线的定义求出 $\angle BCD$ ，再根据两直线平行，内错角相等可得 $\angle B = \angle BCD$.

【解答】解： $\because CE$ 平分 $\angle BCD$ ， $\angle DCE=18^\circ$ ，

$$\therefore \angle BCD = 2\angle DCE = 2 \times 18^\circ = 36^\circ ,$$

$\because AB//CD$,

$$\therefore \angle B = \angle BCD = 36^\circ .$$

故选：B.

【点评】本题考查了平行线的性质，角平分线的定义，是基础题，熟记性质是解题的关键.

9. (3分) 一个正整数若能表示为两个正整数的平方差，则称这个正整数为“创新数”，例如 $27=6^2-3^2$ ， $63=8^2-1^2$ ，故27，63都是“创新数”，下列各数中，不是“创新数”的是 ()

- A. 31 B. 41 C. 16 D. 54

【分析】根据数字的特点，分别将31、41和16写成两个正整数的平方差的形式，而54不能写成两个正整数数的平方差的形式，则问题得解.

【解答】解：∵ $31 = (16+15)(16-15) = 16^2 - 15^2$,

$$41 = (21+20)(21-20) = 21^2 - 20^2,$$

$$16 = (5+3)(5-3) = 5^2 - 3^2,$$

54 不能表示成两个正整数的平方差.

∴31、41 和 16 是“创新数”，而 54 不是“创新数”.

故选：D.

【点评】本题考查了平方差公式在新定义类计算中的简单应用，正确将所给的数字拆成平方差的形式是解题的关键.

10. (3分) 如图， $\triangle ABC$ 的角平分线 CD 、 BE 相交于 F ， $\angle A = 90^\circ$ ， $EG \parallel BC$ ，且 $CG \perp EG$ 于 G ，下列结论：

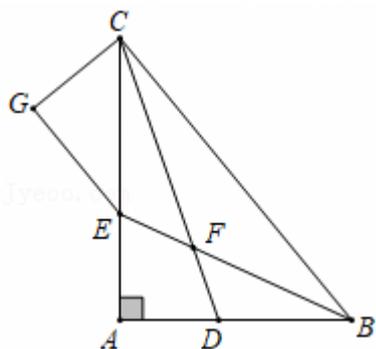
① $\angle CEG = 2\angle DCB$;

② $\angle ADC = \angle GCD$;

③ CA 平分 $\angle BCG$;

④ $\angle DFB = \frac{1}{2}\angle CGE$.

其中正确的结论是 ()



A. ②③

B. ①②④

C. ①③④

D. ①②③④

【分析】①正确. 利用平行线的性质证明即可.

②正确. 首先证明 $\angle ECG = \angle ABC$ ，再利用三角形的外角的性质解决问题即可.

③错误. 假设结论成立，推出不符合题意即可.

④正确. 证明 $\angle DFB = 45^\circ$ 即可解决问题.

【解答】解：∵ $EG \parallel BC$,

$$\therefore \angle CEG = \angle BCA,$$

$$\therefore CD \text{ 平分 } \angle ACB,$$

$$\therefore \angle BCA = 2\angle DCB,$$

$$\therefore \angle CEG = 2\angle DCB, \text{ 故①正确,}$$

$$\because CG \perp EG,$$

$$\therefore \angle G = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GCE + \angle CEG = 90^\circ,$$

$$\because \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCA + \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\because \angle CEG = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle ECG = \angle ABC,$$

$$\because \angle ADC = \angle ABC + \angle DCB, \angle GCD = \angle ECG + \angle ACD, \angle ACD = \angle DCB,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle GCD, \text{ 故②正确,}$$

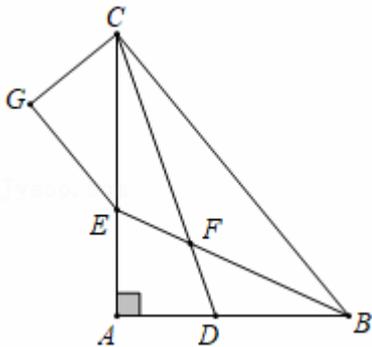
假设 AC 平分 $\angle BCG$, 则 $\angle ECG = \angle ECB = \angle CEG$,

$$\therefore \angle ECG = \angle CEG = 45^\circ, \text{ 显然不符合题意, 故③错误,}$$

$$\because \angle DFB = \angle FCB + \angle FBC = \frac{1}{2}(\angle ACB + \angle ABC) = 45^\circ, \frac{1}{2}\angle CGE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DFB = \frac{1}{2}\angle CGE, \text{ 故④正确,}$$

故选: B .



【点评】 本题考查三角形内角和定理, 三角形外角的性质, 平行线的性质等知识, 解题的关键是熟练掌握基本知识, 属于中考常考题型.

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分.)

11. (3 分) 某种流感病毒的直径大约为 0.00000085 米, 用科学记数法表示为 8.5×10^{-7} 米.

【分析】 确定所有零的个数 n , 省略所有的零, 把小数点点在第一个非零数字的右边, 得到 a , 把小数写成 $a \times 10^{-n}$ 即可.

【解答】 解: $0.00000085 = 8.5 \times 10^{-7}$.

故答案为： 8.5×10^{-7} .

【点评】 本题考查了小于 1 的数的科学记数法，熟练掌握 a ，指数的确定方法是解题的关键.

12. (3 分) 已知 $x+y=2$, $x-y=4$, 则 $x^2-y^2=$ 8 .

【分析】 把 x^2-y^2 分解因式, 然后把已知条件代入计算.

【解答】 解: $\because x+y=2, x-y=4,$

$$\therefore x^2-y^2=(x+y)(x-y)$$

$$=2 \times 4$$

$$=8,$$

故答案为: 8.

【点评】 本题主要考查了平方差公式, 熟练应用平方差公式是解题关键.

13. (3 分) 已知 $a^m=6$, $a^n=2$, 则 $a^{m-n}=$ 3 .

【分析】 根据同底数幂的除法法则的逆用计算即可, 同底数幂的除法法则: 同底数幂相除, 底数不变, 指数相减.

【解答】 解: $\because a^m=6, a^n=2,$

$$\therefore a^{m-n}=a^m \div a^n=6 \div 2=3.$$

故答案为: 3.

【点评】 本题主要考查了同底数幂的除法, 熟练掌握幂的运算法则是解答本题的关键.

14. (3 分) 一个多边形的内角和是外角和的 2 倍多 180° , 它是 七 边形.

【分析】 多边形的内角和是外角和的 2 倍多 180° , 而多边形的外角和是 360° , 则内角和是 900° , n 边形的内角和可以表示成 $(n-2) \cdot 180^\circ$, 设这个多边形的边数是 n , 就得到方程, 从而求出边数.

【解答】 解: 设这个多边形的边数是 n , 根据题意, 得

$$(n-2) \cdot 180^\circ = 900^\circ,$$

解得: $n=7$.

则这个多边形的是七边形,

故答案为: 七.

【点评】 此题主要考查了多边形内角和定理和外角和定理, 只要结合多边形的内角和公式寻求等量关系, 构建方程即可求解.

15. (3 分) 若关于 x 的二次三项式 x^2+ax+4 是完全平方式, 则 a 的值是 ± 4 .

【分析】 根据完全平方式的特征 $a^2 \pm 2ab + b^2$ 解答即可.

【解答】 解: \because 二次三项式 $x^2 \pm 4x + 4$ 是完全平方式,

$$\therefore a = \pm 4,$$

故答案为：±4.

【点评】 本题考查了完全平方式，熟练掌握完全平方式的结构特点是解题的关键.

16. (3分) 若 $(x+m)(x-4)$ 去括号后不含 x 的一次项，则 m 的值为 4.

【分析】 先利用多项式乘多项式法则算乘法，再根据去括号后不含 x 的一次项得关于 m 的方程，求解即可.

【解答】 解： $(x+m)(x-4) = x^2 + (m-4)x - 4m$.

\therefore 积去括号后不含 x 的一次项，

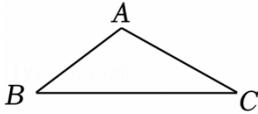
$$\therefore m - 4 = 0.$$

$$\therefore m = 4.$$

故答案为：4.

【点评】 本题主要考查了整式的乘法，掌握多项式乘多项式法则是解决本题的关键.

17. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 45^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ，点 D 在边 BC 上，若 $\triangle ACD$ 是直角三角形，则 $\angle BDA$ 的度数为 120° 或 90°.

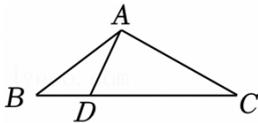


【分析】 分 $\angle DAC = 90^\circ$ 、 $\angle ADC = 90^\circ$ 两种情况，根据三角形的外角性质、邻补角的概念计算即可.

【解答】 解：当 $\angle DAC = 90^\circ$ 时，如图， $\angle BDA = \angle DAC + \angle C = 120^\circ$ ，

当 $\angle ADC = 90^\circ$ 时， $\angle BDA = 180^\circ - \angle ADC = 90^\circ$ ，

故答案为：120° 或 90°.



【点评】 本题考查的是三角形的外角性质，掌握三角形的外角性质、灵活运用分情况讨论思想是解题的关键.

18. (3分) 一副直角三角尺叠放如图 1 所示，现将 45° 的三角尺 ADE 固定不动，将含 30° 的三角尺 ABC 绕顶点 A 顺时针转动. 例：如图 2，当 $\angle CAE = 15^\circ$ 时， $BC \parallel DE$ ，若要使 $AC \parallel DE$ ，则 $\angle CAE$ ($0^\circ <$

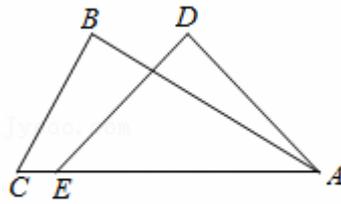


图1

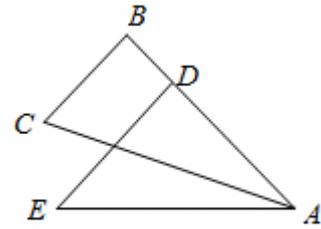
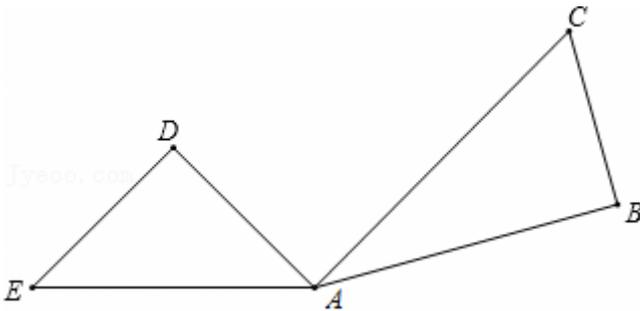


图2

$\angle CAE < 180^\circ$) 度数为 135° .

【分析】 根据题意画出图形，利用平行线的性质进行计算即可得到 $\angle CAE$ 的度数.

【解答】 解：如图：



当 $DE \parallel AC$ 时， $\angle D = \angle DAC = 90^\circ$

$\therefore \angle CAE = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$.

故答案为： 135° .

【点评】 本题考查的是平行线的判定与性质，根据题意画出图形，利用平行线的性质及直角三角板的性质求解是解答此题的关键.

三、解答题（本大题共 8 小题，共 66 分.）

19.（8 分）计算：

(1) $(-3a^2)^3 + 2a^2 \cdot a^4 - a^8 \div a^2$;

(2) $(\pi - 3.14)^0 - (\frac{1}{2})^{-3} - 1^{2022}$;

(3) $(2x - 3)(x + 1) - x(x + 4)$;

(4) $(m + 1)^2 (m - 1)^2$.

【分析】 (1) 先算积的乘方，幂的乘方，单项式的乘除，再合并同类项；

(2) 先算零指数幂，负整数指数幂和乘方运算，再算加减即可；

(3) 先展开，再合并同类项；

(4) 先把底数相乘，再算完全平方.

【解答】 解：(1) 原式 = $-27a^6 + 2a^6 - a^6$
 $= -26a^6$;

$$(2) \text{ 原式} = 1 - 8 - 1$$

$$= -8;$$

$$(3) \text{ 原式} = 2x^2 + 2x - 3x - 3 - x^2 - 4x$$

$$= x^2 - 5x - 3;$$

$$(4) \text{ 原式} = (m^2 - 1)^2$$

$$= m^4 - 2m^2 + 1.$$

【点评】 本题考查整式的混合运算，解题的关键是掌握整式相关运算的法则。

20. (8分) 先化简，再求值： $(x+y)^2 - 2x(x+3y) + (x+2y)(x-2y)$ ，其中 $x = -1$ ， $y = 2$ 。

【分析】 先利用完全平方公式，平方差公式和整式的乘法计算方法计算，再进一步合并化简后代入求得数值即可。

$$\text{【解答】解：} (x+y)^2 - 2x(x+3y) + (x+2y)(x-2y)$$

$$= x^2 + 2xy + y^2 - 2x^2 - 6xy + x^2 - 4y^2$$

$$= -4xy - 3y^2;$$

当 $x = -1$ ， $y = 2$ 时，

$$\text{原式} = -4 \times (-1) \times 2 - 3 \times 2^2 = -4.$$

【点评】 此题考查整式的混合运算与化简求值，正确利用公式计算合并化简，再代入计算。

21. (8分) 已知 $4m+n=40$ ， $2m-3n=5$ 。求 $(m+2n)^2 - (3m-n)^2$ 的值。

【分析】 首先利用平方差公式把 $(m+2n)^2 - (3m-n)^2$ 分解因式，然后把 $4m+n=40$ ， $2m-3n=5$ 代入即可求解。

$$\text{【解答】解：} (m+2n)^2 - (3m-n)^2$$

$$= (m+2n+3m-n)(m+2n-3m+n)$$

$$= (4m+n)(3n-2m)$$

$$= -(4m+n)(2m-3n),$$

当 $4m+n=40$ ， $2m-3n=5$ 时，原式 $= -40 \times 5 = -200$ 。

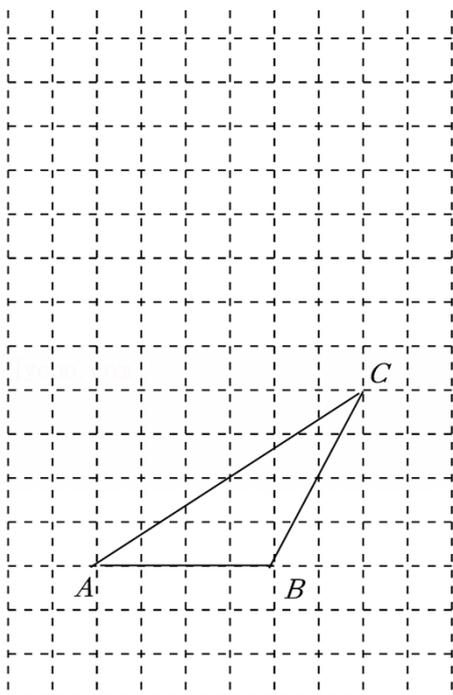
【点评】 本题考查了多项式的化简求值，公式法分解因式，熟练掌握运算法则和平方差公式的结构特点是解题的关键。

22. (8分) 如图，网格中每个小正方形边长为 1， $\triangle ABC$ 的顶点都在格点（网格线的交点）上。将 $\triangle ABC$ 向上平移 5 格，得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，利用网格画图。

(1) 请在图中画出平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

(2) 作出 AB 边上的高 CE ；

(3) BC 边在平移的过程中扫过的面积等于 10.



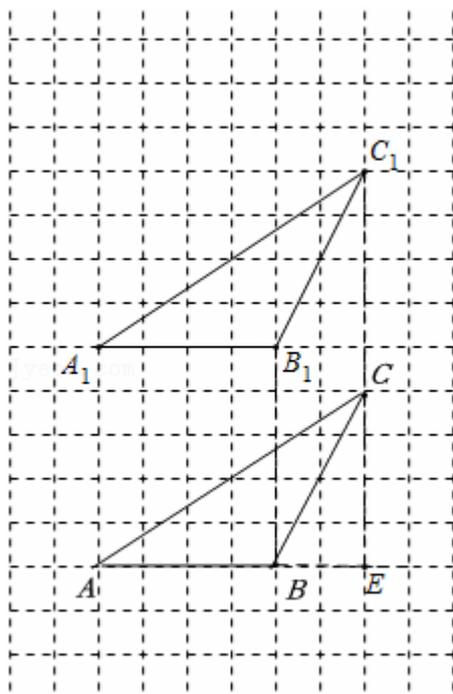
【分析】(1) 将三个顶点向上平移 5 个单位，再连接三个顶点即可.

(2) 过点 C 作 $CE \perp AB$ ，交 AB 的延长线于点 E ，即可得高 CE .

(3) 连接 BB_1 ， CC_1 ，由题意可知， BC 边在平移的过程中扫过的图形为平行四边形 BB_1C_1C ，利用平行四边形的面积公式求解即可.

【解答】解：(1) 如图， $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.

(2) 如图， CE 即为所求.



(3) 连接 BB_1 , CC_1 ,

根据题意可知, BC 边在平移的过程中扫过的图形为平行四边形 BB_1C_1C ,

平行四边形 BB_1C_1C 的面积为 $5 \times 2 = 10$.

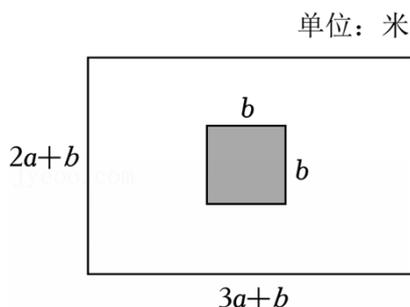
故答案为: 10.

【点评】 本题考查作图 - 平移变换、三角形的高, 熟练掌握平移的性质是解答本题的关键.

23. (8分) 如图, 有一块长 $(3a+b)$ 米, 宽 $(2a+b)$ 米的长方形广场, 园林部门要对阴影区域进行绿化, 空白区域进行广场硬化, 阴影部分是边长为 b 米的正方形.

(1) 计算广场上需要硬化部分的面积;

(2) 若 $a=30$, $b=10$, 求硬化部分的面积.



【分析】 (1) 由题意可知空白部分的面积 = 长方形的面积 - 阴影部分的面积. 长方形的面积是长 \times 宽, 即 $(3a+b)(2a+b)$; 阴影部分是正方形, 其面积是 b^2 , 所以空白部分的面积是 $(2a+b)(3a+b) - b^2$;

(2) 将 a, b 的数值代入 (1) 题中的代数式求值即可.

【解答】 解: (1) 根据题意, 广场上需要硬化部分的面积是:

$$\begin{aligned} & (2a+b)(3a+b) - b^2 \\ &= 6a^2 + 2ab + 3ab + b^2 - b^2 \\ &= 6a^2 + 5ab, \end{aligned}$$

答: 广场上需要硬化部分的面积是 $(6a^2+5ab) m^2$.

(2) 把 $a=30$, $b=10$ 代入,

$$6a^2 + 5ab = 6 \times 30^2 + 5 \times 30 \times 10 = 6900 \quad (m^2).$$

答: 广场上需要硬化部分的面积是 $6900m^2$.

【点评】 本题考查多项式乘多项式在几何图形中的应用. 图中空白部分的面积不方便直接求出, 可通过间接求面积法获得, 这种方法在很多几何图形求面积的题目中应用广泛, 需重点把握.

24. (8分) 我们知道, 同底数幂的乘法法则为 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (其中 $a \neq 0$, m, n 为正整数), 类似地, 我们规定关于任意正整数 m, n 的一种新运算: $f(m) \cdot f(n) = f(m+n)$ (其中 m, n 为正整数); 例如, 若 f

(3) = 2, 则 $f(6) = f(3+3) = f(3) \cdot f(3) = 2 \times 2 = 4$.

(1) 若 $f(2) = 5$, 则: ① 计算 $f(6)$; ② 当 $f(2n) = 25$, 求 n 的值;

(2) 若 $f(a) = 3$, 化简: $f(a) \cdot f(2a) \cdot f(3a) \cdot \dots \cdot f(10a)$.

【分析】 (1) ① 利用新运算的规定进行运算即可;

② 将 25 变换为 $5 \times 5 = f(2) \cdot f(2)$, 再利用新运算的规定解答即可;

(2) 将算式中的每个因式利用新运算的规定表示出 3 的幂的形式, 再按照同底数幂的运算性质解答即可.

【解答】 解: (1) ① $\because f(2) = 5$,

$$\therefore f(6) = f(2+2+2)$$

$$= f(2) \cdot f(2) \cdot f(2)$$

$$= 5 \times 5 \times 5$$

$$= 125;$$

$$\textcircled{2} \because 25 = 5 \times 5 = f(2) \cdot f(2) = f(2+2),$$

$$\text{又} \because f(2n) = 25,$$

$$\therefore f(2n) = f(2+2).$$

$$\therefore 2n = 4.$$

$$\therefore n = 2.$$

$$(2) \because f(2a) = f(a+a) = f(a) \cdot f(a) = 3 \times 3 = 3^2,$$

$$f(3a) = f(a+a+a) = f(a) \cdot f(a) \cdot f(a) = 3 \times 3 \times 3 = 3^3,$$

;

$$f(10a) = 3^{10},$$

$$\therefore f(a) \cdot f(2a) \cdot f(3a) \cdot \dots \cdot f(10a)$$

$$= 3 \times 3^2 \times 3^3 \times \dots \times 3^{10}$$

$$= 3^{1+2+3+\dots+10}$$

$$= 3^{55}.$$

【点评】 本题主要考查了有理数的混合运算, 同底数幂乘法, 数字的变化规律, 本题是新定义型题目, 连接并熟练应用新运算的规定是解题的关键.

25. (8分) 在苏教版七下第九章的学习中, 对同一个图形的面积可以从不同的角度思考, 用不同的式子表示.

(1) 用不同的方法计算图 1 的面积得到等式： $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ 。

(2) 图 2 是由两个边长分别为 a 、 b 、 c 的直角三角形和一个两条直角边都是 c 的直角三角形拼成，从整体看它又是一个直角梯形，用不同的方法计算这个图形的面积，能得到等式： $a^2 + b^2 = c^2$ （结果最为简）

(3) 根据上面两个结论，解决下面问题：

① 在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，三边长分别为 a 、 b 、 c ，已知 $ab = 12$ ， $c = 5$ ，求 $a + b$ 的值。

② 如图 3，四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 互相垂直，垂足为 O ， $AC = BD = 2$ ，在直角 $\triangle BOC$ 中， $OB = x$ ， $OC = y$ ，若 $\triangle BOC$ 的周长为 2，则 $\triangle AOD$ 的面积 = 1。

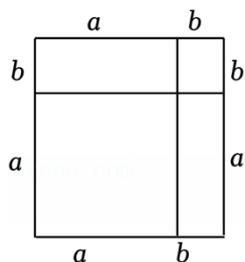


图1

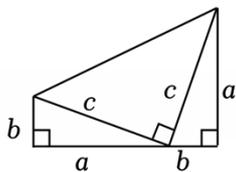


图2

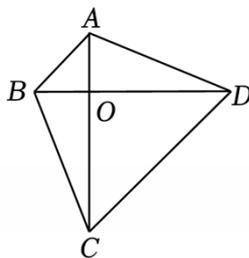


图3

【分析】(1) 根据图 1 的面积为大正方形的面积，也可以看作是 2 个不同的正方形的面积加上 2 个相同的长方形的面积，分别列出代数式即可得到答案；

(2) 图 2 的面积为直角梯形的面积，也可以看作是 3 个直角三角形的面积和，分别列出代数式即可得到答案；

(3) ① 利用 (2) 中的结论，代入数据直接计算即可；

② 根据 $\triangle BOC$ 的周长先求出 $BC = 2 - x - y$ ，然后利用勾股定理列式整理得到 $xy = 2x + 2y - 2$ ，求出 $OA = 2 - y$ ， $OD = 2 - x$ ，根据三角形的面积公式列式计算即可。

【解答】解：图 1 的面积为大正方形的面积，即 $(a+b)^2$ ，

图 1 的面积也可以看作是 2 个不同的正方形的面积加上 2 个相同的长方形的面积，即 $a^2 + b^2 + 2ab$ ，

故可得等式： $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ ，

故答案为： $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ ；

(2) 图 2 的面积为直角梯形的面积，即 $\frac{1}{2}(a+b)(a+b) = \frac{1}{2}(a+b)^2$ ，

图 2 的面积也可以看作是 3 个直角三角形的面积和，即 $\frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}ab = ab + \frac{1}{2}c^2$ ，

故可得等式： $\frac{1}{2}(a+b)^2 = ab + \frac{1}{2}c^2$ ，

$\therefore (a+b)^2 = 2ab + c^2$ ，

$$\therefore a^2+b^2=c^2,$$

故答案为: $a^2+b^2=c^2$;

(3) ① \because 在直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 三边长分别为 a 、 b 、 c , $ab=12$, $c=5$,

由(2)可得 $(a+b)^2=2ab+c^2$, 即 $(a+b)^2=2\times 12+5^2=49$,

$$\therefore a+b=7;$$

② \because 在直角 $\triangle BOC$ 中, $OB=x$, $OC=y$, $\triangle BOC$ 的周长为2,

$$\therefore BC=2-x-y,$$

\because 在直角 $\triangle BOC$ 中, $BC^2=OB^2+OC^2$,

$$\therefore (2-x-y)^2=x^2+y^2,$$

$$\therefore xy=2x+2y-2,$$

$$\therefore AC=BD=2,$$

$$\therefore OA=2-y, OD=2-x,$$

$$\therefore S_{\triangle AOD}=\frac{1}{2}OD\cdot OA$$

$$=\frac{1}{2}(2-x)(2-y)$$

$$=\frac{1}{2}(4-2x-2y+xy)$$

$$=2-x-y+\frac{1}{2}xy$$

$$=2-x-y+\frac{1}{2}(2x+2y-2)$$

$$=2-x-y+x+y-1$$

$$=1.$$

故答案为: 1.

【点评】本题考查了列代数式, 整式的混合运算, 勾股定理等知识, 掌握常见几何图形的面积公式及整式的运算法则是解题的关键.

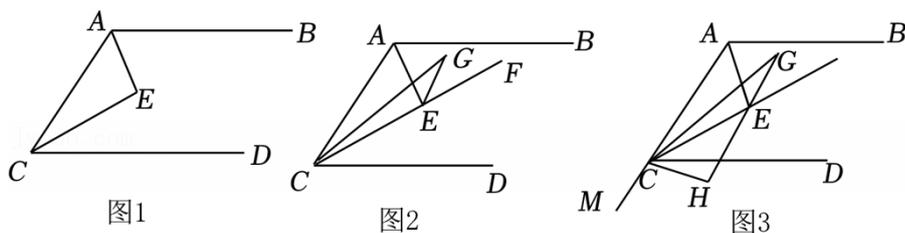
26. (10分) 已知射线 $AB\parallel CD$, 连接 AC .

(1) 如图1, 若 AE 、 CE 分别平分 $\angle BAC$ 、 $\angle DCA$, AE 、 CE 交于点 E , 求 $\angle E$ 的度数, 并说明理由.

(2) 如图2, 在(1)的条件下, 延长 CE 到 F 、若点 G 满足 $\angle GEF=\frac{1}{3}\angle AEF$, $\angle GCF=\frac{1}{3}\angle ACF$, 试探求 $\angle G$ 与 $\angle EAC$ 的数量关系, 并说明理由.

(3) 如图3, 在(2)的条件下, 延长 AC 到 M , 若 $\angle ECH=\frac{1}{3}\angle ECM$, CH 交 GE 延长线于点 H . 求 $\angle G$

与 $\angle H$ 的度数之和.



【分析】 (1) 根据平行线的性质得到 $\angle CAB + \angle ACD = 180^\circ$ ，再根据角平分线的定义得到 $\angle CAE = \frac{1}{2}\angle CAB$ ， $\angle ACE = \frac{1}{2}\angle ACD$ ，最后 $\angle E = 180 - (\angle CAE + \angle ACE)$ 求出结果；

(2) 首先得到 $\angle GEF = \angle G + \angle GCE$ ，再根据外角的性质推出 $\angle G = \angle GEF - \angle GCE = \frac{1}{3}\angle AEF - \frac{1}{3}\angle ACF = \frac{1}{3}\angle CAE$ 即可；

(3) 由(2)得到 $\angle GCE = \frac{1}{3}\angle ACE$ ，求出 $\angle GCE + \angle ECH = \frac{1}{3}(\angle ACE + \angle ECM) = 60^\circ$ ，从而计算可得.

【解答】解：(1) $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle CAB + \angle ACD = 180^\circ,$$

$\because AE, CE$ 分别平分 $\angle CAB$ 和 $\angle ACD$,

$$\therefore \angle CAE = \frac{1}{2}\angle CAB, \quad \angle ACE = \frac{1}{2}\angle ACD,$$

$$\therefore \angle E = 180 - (\angle CAE + \angle ACE) = 180 - \frac{1}{2} \times 180 = 90^\circ;$$

(2) 在 $\triangle GEC$ 中, $\angle GEF = \angle G + \angle GCE$,

$$\therefore \angle G = \angle GEF - \angle GCE = \frac{1}{3}\angle AEF - \frac{1}{3}\angle ACF = \frac{1}{3}\angle CAE,$$

$$\therefore \angle EAC = 3\angle G;$$

(3) 由(2)可得: $\angle GCE = \frac{1}{3}\angle ACE$,

$$\therefore \angle ECH = \frac{1}{3}\angle ECM,$$

$$\therefore \angle GCE + \angle ECH = \frac{1}{3}(\angle ACE + \angle ECM) = \frac{1}{3} \times 180^\circ = 60^\circ,$$

在 $\triangle GCE$ 中, $\angle G + \angle H = 180^\circ - (\angle GCE + \angle ECH) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

【点评】 本题考查了平行线的性质, 外角的性质, 三角形内角和, 角平分线, 灵活运用三角形外角的性质是解题的关键.