江苏省南通市海安市2025届高三下学期期初学业质量监测数学试题❖

一、单选题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $M=\{-1,0,1,3\}$，集合 $N=\{x\mid x^2\geq 2x\}$，则 $M\cap N=$（　　）

A. $\{3\}$　　B. $\{0,3\}$　　C. $\{-1,0\}$　　D. $\{-1,0,3\}$

2. 已知复数 z 满足 $z-1=\dfrac{1-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$，则 $z=$（　　）

A. $1-\mathrm{i}$　　B. $1+\mathrm{i}$　　C. $-1+\mathrm{i}$　　D. $-1-\mathrm{i}$

3. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列，$a_1=512$，公比 $q=\dfrac{1}{4}$，则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积 T_n 最大时，$n=$（　　）

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

4. 已知钝角 x 满足：$\sin\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)=\sqrt{2}\cos 2x$，则 $\sin 2x=$（　　）

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $-\dfrac{3}{4}$　　D. $\dfrac{3}{4}$

5. 已知非零向量 $\vec{b}$ 在向量 $\vec{a}$ 上的投影向量为 $\dfrac{1}{2}\vec{a}$，$|\vec{\boldsymbol{a}}|=2$，则 $(\vec{b}-\vec{a})\cdot\vec{a}=$（　　）

A. -2　　B. 2　　C. -1　　D. $-\dfrac{1}{2}$

6. 为推广新能源汽车，某地区决定对续航里程达到一定标准的新能源汽车进行补贴.已知某品牌新能源汽车的续航里程 ξ(单位：km)服从正态分布 $N\left(400,50^2\right)$.补贴政策为：续航里程不低于350km的车辆补贴2万元，超过450km的车辆额外再补贴1万元，则该品牌每辆新能源汽车的平均补贴金额约为（　　）附：若 $X\sim N\left(\mu,\ \sigma^2\right)$，则 $P\left(|X-\mu|\leq\sigma\right)\approx 0.6826$).

A. 1.52万元　　B. 1.68万元　　C. 1.84万元　　D. 2.16万元

7. 已知函数 $f(x)=x(x-a)^2$ 的极大值为 $\dfrac{1}{2}$，则 $a=$（　　）

A. $-\dfrac{3}{2}$　　B. $-\dfrac{2}{3}$　　C. $\dfrac{2}{3}$　　D. $\dfrac{3}{2}$

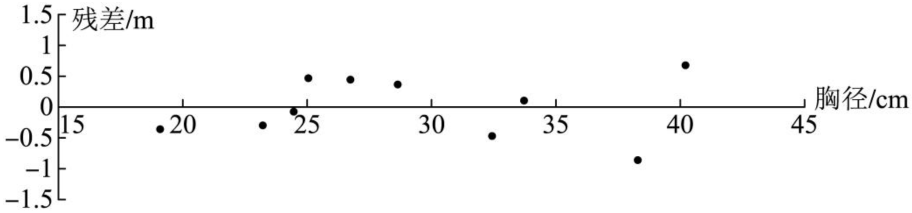
8. 设圆 $O:x^2+y^2=2$ 上两点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 满足 $y_1-y_2=x_1-x_2-4$，则 $|AB|=$（　　）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. 2　　D. $2\sqrt{2}$

二、多选题：本题共3小题，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得2分，有选错的得0分.

9. 为研究某种树的树高和胸径的关系，某人随机测量了10棵该品种树的胸径 x(单位：cm)和树高 y(单位：

m）的数据$(x_i,y_i)(i=1,2,\cdots,10)$，已知其中一组数据为$(38.4,23.7)$，且$\sum_{i=1}^{10}x_i=291.6$，求得回归方程为$\hat{y}=0.25x+15$，并绘制了如下残差图，则（　　）



A. 由残差图可判定树高与胸径的关系符合上述回归模型

B. 该种树的平均树高约为22.29m

C. 数据$(38.4,23.7)$对应的残差为-0.9

D. 删除一组数据$(38.4,23.7)$后，重新求得的回归直线的斜率变小

10. 已知函数$f(x)=\sin x(1-\cos x)$，则（　　）

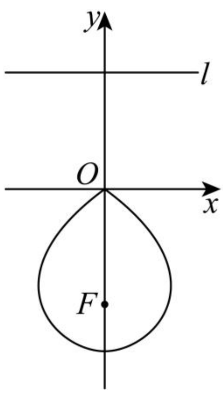
A. $f(x)$的零点为$2k\pi(k\in\mathrm{Z})$

B. $f(x)$在$[-\pi，\pi]$上的最大值与最小值之和为0

C. 直线$x=\pi$是$f(x)$的图象的一条对称轴

D. 0是函数$y=xf(x)$的极小值点

11. 如图所示的曲线C过原点O，且C上的任意一点到定点$F(0,t)$的距离与到直线$l:y=2$的距离之积为4，则（　　）



A. $t=-2$

B. C恰好经过3个整点（即横、纵坐标均为整数的点）

C. C上存在两点关于直线$y=x-2$对称

D. C 与圆 $x^2+(y+2)^2=1$ 交点的个数为 2

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 今有 2 只红球、3 只黄球，同色球不加以区分，将这 5 只球排成一列，有______种不同的方法（用数字作答）.

13. 已知 $f\left(x\right)$ 是 $\{x\,|\,x\neq 0\}$ 上的奇函数，当 $x>0$ 时，$f\left(x\right)=\ln x$，过原点 O 作两条互相垂直的直线，其中一条与 $f\left(x\right)$ 的图象相切于点 A，C，另一条与 $f\left(x\right)$ 的图象相交于点 B，D，则四边形 $ABCD$ 的面积为__________.

14. 将棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 沿对角面 A_1BCD_1，B_1BDD_1，A_1B_1CD 同时切开后，共得到__________个多面体，其中一个多面体的体积为__________（只需写出一种结果）.

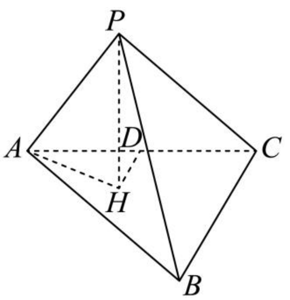
四、解答题：本题共 5 小题，共 60 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

15. 在 $\triangle ABC$ 中，记 a，b，c 分别为角 A，B，C 的对边.已知 $\dfrac{a}{2\cos A}=\dfrac{b}{3\cos B}$.

（1）若 $C=\dfrac{\pi}{4}$，求 $\tan A$;

（2）若 $b=\sqrt{2}a$，求 C.

16. 如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，$PA=PC$，$AC\perp BC$，$PH\perp$ 平面 ABC，H 为垂足，D 为 AC 的中点.



（1）证明：$DH//$ 平面 PBC;

（2）若 $AC=2$，$\angle PAH=\angle CAH=45^\circ$，求二面角 $P-BC-A$ 的正弦值.

17. 一批产品共 16 件，有 2 件不合格品，随机分装到两只箱中，每箱 8 件.收货方不放回地随机抽取产品进行检验，并按以下规则判断是否接收这批产品：如果抽检的第 1 件产品不合格，则拒收整批产品;如果抽检的第 1 件产品合格，则从另一箱中再抽检 1 件，若合格，则接收整批产品，否则拒收整批产品.

（1）求 2 件不合格品包装在同一只箱中的概率;

（2）求这批产品被拒收的概率.

18. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知双曲线 $\Gamma:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 2，左、右顶点分别为 A，B，且 $\left|AB\right|=2$.

（1）求 Γ 的方程;

（2）直线 l 与 Γ 的左、右两支分别交于点 C，D，记直线 BC，BD 的斜率分别为 k_1，k_2，且 $\dfrac{1}{k_1}+\dfrac{1}{k_2}=-1$.

（i）求证：直线 l 过定点;

（ii）$P\left(-1,2\right)$，直线 OP 与 BD 交于点 Q，判断并证明直线 AQ 与 BC 的位置关系.

19. 已知曲线 $C_1:y=\ln x+a$，$C_2:y^2=2px(y\geq 0,p>0)$.

（1）若 $a=2$，C_1 与 C_2 在公共点处的切线重合，求 p;

（2）若 C_1 与 C_2 相交于 A，$B(A$ 在 B 的左侧$)$ 两点，记直线 AB 的斜率为 k.

（i）求证：$0<k<\dfrac{p}{2}$;

（ii）若 $p=2$，设 $C\left(c,0\right)\left(c\leq 3\right)$，证明：$\left|AC\right|<\left|BC\right|$.