江苏省南京六校联合体 2025 届高三下学期 2 月联考数学试题❖

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 复数 z 满足$\frac{1+i}{z}=i$(i为虚数单位)，则复数 z 的共轭复数$\overline{z}=$(   )

A. $1-i$　　B. $-1-i$　　C. $1+i$　　D. $-1+i$

2. 已知向量$\vec{a}=(1,0)$，$\vec{b}=(x,1)$，若$\vec{b}\cdot(\vec{b}-2\vec{a})=0$，则$x=$(   )

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

3. 有 4 辆车停放 5 个并排车位，货车甲车体较宽，停放时需要占两个车位，并且乙车与货车甲相邻停放，则共有多少种停放方法?(   )

A. 8　　B. 12　　C. 16　　D. 10

4. 设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，若$S_{12}=63+S_3$，$a_3+a_{12}=12$，则$\{a_n\}$的公差为(   )

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

5. 已知函数$f(x)=\sin(x+\frac{\pi}{6})-\cos x$在区间$[0,t]$上的最小值为$-\frac{1}{2}$，则 t 的最大值为(   )

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{5\pi}{6}$　　D. $\frac{4\pi}{3}$

6. 已知点 P 为直线$l: x+y-2=0$ 上的一点，过点 P 作圆$C: (x+1)^2+(y+1)^2=1$ 的切线 PA，切点为 A，则 $\cos\angle PCA$的最大值为(   )

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{7}}{4}$

7. 定义在 R 上的奇函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，且$f(1)=0$，则不等式$\frac{f(x)}{4^{x+1}-17\cdot 2^x+4}\geq 0$ 的解集为(   )

A. $(-2,-1]\cup(2,+\infty)$　　B. $(-\infty,-2)\cup[-1,0)\cup[1,2)$

C. $(-2,-1]\cup\{0\}\cup(2,+\infty)$　　D. $(-2,-1]\cup[0,1]\cup(2,+\infty)$

8. 已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(b>a>0)$，$O$ 为坐标原点，直线 l 与双曲线交于 A，B 两点，且$OA\perp OB$，若点 O 到直线 l 的距离不小于 b，则离心率的取值范围是(   )

A. $(1,\sqrt{3}]$　　B. $(\sqrt{2},\frac{1+\sqrt{5}}{2}]$　　C. $(\sqrt{2},\sqrt{3}]$　　D. $[\frac{1+\sqrt{5}}{2},\sqrt{3}]$

二、多选题：本题共 3 小题，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 一个袋中有大小、形状完全相同的 3 个球，颜色分别为红、黄、蓝，从袋中无放回地取出 2 个球，记“第一次取到红球”为事件 A，“第二次取到黄球”为事件 B，则(   )

A. $P(B)=\frac{1}{3}$　　B. $P(\overline{B}|A)=\frac{1}{3}$　　C. $P(A|B)=\frac{1}{2}$　　D. A，B 相互独立

10. 在棱长为 $2\sqrt{3}$的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，点 E，F 分别是棱 BC，CC_1的中点，下列选项中正确的是(　)

A. 直线 EF 与A_1B所成的角为$\frac{\pi}{4}$

B. 平面 AEF 截正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$所得的截面面积为$\frac{27}{2}$

C. 若点 P 满足$\overrightarrow{BP}=\cos^2\theta\overrightarrow{BC}+\sin^2\theta\overrightarrow{BB_1}$，其中$\theta\in R$，则三棱锥$D-A_1C_1P$的体积为定值

D. 以B_1为球心，4 为半径作一个球，则该球面与三棱锥B_1-ABC表面相交的交线长为 3π

11. 定义在$(0,+\infty)$上的函数$f(x)$满足$f(x+1)=f(x)-x$，当 $0<x\leq 1$ 时，$f(x)=\sqrt{x}-x+1$，则(　)

A. 当 $2<x\leq 3$ 时，$f(x)=\sqrt{x-2}-3x+6$

B. 对任意正实数 k，$f(x)$在区间$(k,k+1)$内恰有一个极大值点

C. 当 n 为正整数时，$f(n)=\frac{2+n-n^2}{2}$

D. 若$f(x)$在区间$(0,k]$内有 4 个极大值点，则 k 的取值范围是$[\frac{193}{64},\frac{401}{100})$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 在二项式$(\sqrt{x}-\frac{1}{2x})^n(n\in N^*)$的展开式中，只有第五项的二项式系数最大，则展开式中 x 的系数为_____.(用数字作答)

13. 已知等比数列$\{a_n\}$中，$a_{2024}=1$，$a_{2025}=2$，能使不等式$(a_1-\frac{1}{a_1})+(a_2-\frac{1}{a_2})+\cdots+(a_m-\frac{1}{a_m})>0$ 成立最小正整数$m=$_____.

14. 已知抛物线$x^2=4y$的焦点为 F，过点 F 的直线 l 交抛物线于 A，B 两点，且$|AF|=3|FB|$.直线l_1，l_2分别过点 A，B，且与 y 轴平行，在直线l_1，l_2上分别取点 M，$N(M,N$均在点 A，B 的上方)，若$\angle ABN$和$\angle BAM$的角平分线相交于 P 点，则$\triangle PAB$的周长为_____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

15. (本小题 13 分)

在$\triangle ABC$中，$BC=3\sqrt{2}$，$\angle BAC=\frac{\pi}{3}$.

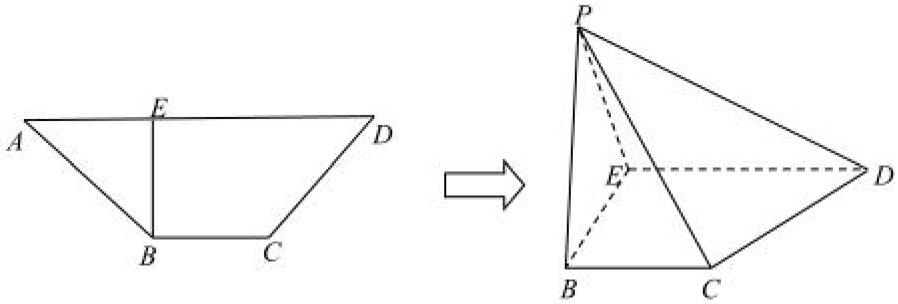
(1)若$AC=2\sqrt{3}$，求 $\sin C$;

(2)若 D 为边 BC 上的点且 AD 平分$\angle BAC$，$AD=\sqrt{3}$，求$\triangle ABC$的面积.

16. (本小题 15 分)

梯形 $ABCD$ 中，$AD//BC$，E 为 AD 上的一点且有$BE\perp AD$，$AE=BE=1$，$BC=\frac{1}{2}ED$，将$\triangle ABE$沿 BE 翻折

到△ PEB使得二面角$P-BE-C$的平面角为θ，连接 PC，PD，F 为棱 PD 的中点.



(1)求证：$FC//$面PBE;

(2)当$\theta=\frac{2\pi}{3}$，$PD=\sqrt{7}$时，求直线 PC 与平面 BCF 所成角的正弦值.

17. (本小题 15 分)

某运动会有两种不同价格的开幕式门票，某人花 a 元预定该运动会开幕式门票一张，另外还花若干元预定乒乓球、羽毛球比赛门票各一张.根据相关规定，从所有预定者中随机抽取相应数量的人，这些人称为预定成功者，他们可以直接购买门票.另外，对于开幕式门票，有自动降级规定，即当这个人预定的 a 元门票未成功时，系统自动使他进入 b 元开幕式门票的预定.假设获得 a 元开幕式门票的概率是 0.2，若未成功，仍有 0.3 的概率获得 b 元开幕式门票的机会，获得乒乓球、羽毛球门票概率均是 0.5，且获得每张门票之间互不影响.

(1)求这个人可以获得该运动会开幕式门票的概率;

(2)假设这个人获得门票总张数是 X，求 X 的分布列及数学期望$E(X)$.

18. (本小题 17 分)

已知$f(x)=3x-2\sin x-k\cdot\ln x$.

(1)当$k=0$ 时，求曲线$f(x)$在$x=\frac{\pi}{2}$处的切线方程;

(2)当$k=1$ 时，讨论函数$f(x)$的极值点个数;

(3)若存在t_1，$t_2\in R(t_1<t_2)$，$f(e^{t_1})=f(e^{t_2})$，证明：$t_1+t_2<2\ln k$.

19. (本小题 17 分)

已知 P 为圆$O:x^2+y^2=4$ 上一动点，过点 P 分别作 x 轴，y 轴的垂线，垂足分别为 M，N，连接 NM 并延长至点 Q，使得$|MQ|=2$，点 Q 的轨迹记为曲线C.

(1)求曲线 C 的方程;

(2)设曲线 C 的左顶点为 T，当直线 l 与曲线 C 交于不同的 A，B 两点，连结 AT，BT，$k_{AT}+k_{BT}=-\frac{1}{2}$，证明：直线 l 过定点;

(3)若过右焦点F_2的直线 l 与曲线 C 交于不同的 A，B 两点，且$\overrightarrow{F_2B}=\lambda\overrightarrow{AF_2}$，当$\lambda\in[2,3]$时，求直线 l 在 y 轴上的截距的取值范围.