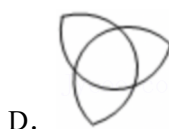
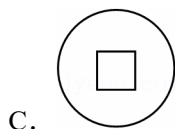
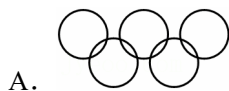


2023-2024 学年江苏省无锡市江阴市华士片八年级（下）期中数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的）

1.（3 分）下列图案中既是中心对称图形，又是轴对称图形的是（ ）



2.（3 分）下列调查中，比较适合使用抽样调查的是（ ）

- A. 检查人造卫星重要零部件的质量
- B. 对某本书中的印刷错误的调查
- C. 调查无锡市市民进行垃圾分类的情况
- D. 了解某校八年级一班学生的视力情况

3.（3 分）下列各式是分式的是（ ）

- A. $\frac{1}{3}x$
- B. $\frac{a}{2}$
- C. $\frac{3xy}{\pi}$
- D. $\frac{x-1}{x+1}$

4.（3 分）某校为了传承中华优秀传统文化，组织了一次全校 1000 名学生参加的“汉字听写”大赛．为了解本次大赛的成绩，学校随机抽取了其中 200 名学生的成绩进行统计分析，下列说法正确的是（ ）

- A. 这 1000 名学生的“汉字听写”大赛成绩的全体是总体
- B. 每个学生是个体
- C. 200 名学生是总体的一个样本
- D. 样本容量是 1000

5.（3 分）下列结论中，矩形具有而菱形不一定具有的性质是（ ）

- A. 内角和为 360°
- B. 对角线互相平分
- C. 对角线相等
- D. 对角线互相垂直

6.（3 分）将分式 $\frac{2m}{m-n}$ 中的 m 、 n 都扩大为原来的 3 倍，则分式的值（ ）

- A. 不变
- B. 扩大 3 倍
- C. 扩大 6 倍
- D. 扩大 9 倍

7.（3 分）某校购买了一批篮球和足球．已知购买足球的数量是篮球的 2 倍，购买足球用了 5000 元，购买

篮球用了 4000 元，篮球单价比足球贵 30 元．根据题意可列方程 $\frac{5000}{2x} = \frac{4000}{x} - 30$ ，则方程中 x 表示

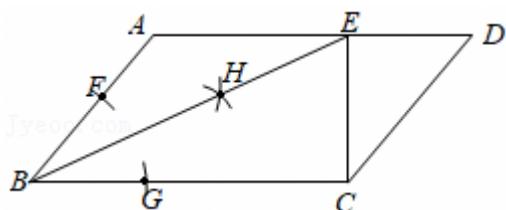
()

- A. 足球的单价
B. 篮球的单价
C. 足球的数量
D. 篮球的数量

8. (3 分) 已知四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 互相垂直，且 $AC=10$ ， $BD=8$ ，那么顺次连接四边形 $ABCD$ 各边中点所得到的四边形面积为 ()

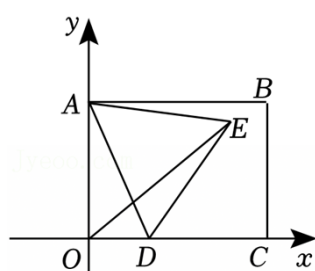
- A. 40
B. 20
C. 16
D. 8

9. (3 分) 如图，在 $\square ABCD$ 中，以点 B 为圆心，适当长度为半径作弧，分别交 AB 、 BC 于点 F 、 G ，再分别以点 F 、 G 为圆心，大于 $\frac{1}{2}FG$ 长为半径作弧，两弧交于点 H ，作射线 BH 交 AD 于点 E ，连接 CE ．若 $CE \perp DE$ ， $AE=10$ ， $DE=6$ ，则 $\square ABCD$ 的面积为 ()



- A. 64
B. 132
C. 128
D. 60

10. (3 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知矩形 $ABCO$ ， $B(4, 3)$ ，点 D 为 x 轴上的一个动点，以 AD 为边在 AD 右侧作等边 $\triangle ADE$ ，连接 OE ，则 OE 的最小值为 ()



- A. 1
B. 1.5
C. 2
D. 2.4

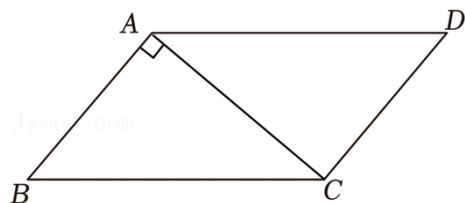
二、填空题 (本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．不需写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卷上相应的位置)

11. (3 分) 若代数式 $\frac{2}{x+1}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是 _____.

12. (3 分) 在一个不透明的盒子中装有红、白两种除颜色外完全相同的球，其中有 4 个红球，每次将球充分搅匀后，任意摸出 1 个球记下颜色再放回盒子．通过大量重复试验后，发现摸到红球的频率稳定在

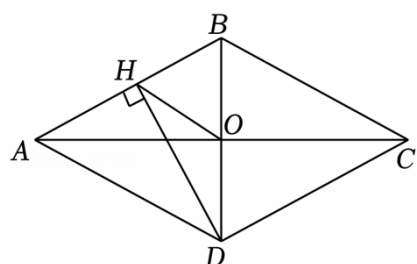
0.25 左右，则白球的个数约为 _____.

13. (3 分) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $CA \perp AB$ ，若 $\angle ABC = 50^\circ$ ，则 $\angle CAD =$ _____.



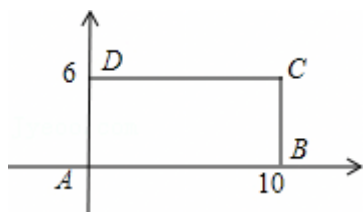
14. (3 分) 若分式 $\frac{x^2-1}{x+1}$ 的值为 0，则 x 的值等于 _____.

15. (3 分) 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，过点 D 作 $DH \perp AB$ 于点 H ，连接 OH 。若菱形 $ABCD$ 的面积为 24， $OA = 4$ ，则 OH 的长为 _____.

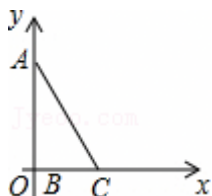


16. (3 分) 已知关于 x 的方程 $\frac{2x+m}{x-2} = 3$ 的解是正数，则 m 的取值范围是 _____.

17. (3 分) 已知平面上四点 $A(0, 0)$ ， $B(10, 0)$ ， $C(10, 6)$ ， $D(0, 6)$ ，直线 $y = mx - 3m + 2$ 将四边形 $ABCD$ 分成面积相等的两部分，则 m 的值为 _____.



18. (3 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = 8$ ， $BC = 4$ 。如图，将直角顶点 B 放在原点，点 A 放在 y 轴正半轴上，当点 B 在 x 轴上向右移动时，点 A 也随之在 y 轴上向下移动，当点 A 到达原点时，点 B 停止移动，在移动过程中， $AC =$ _____，点 C 到原点的最大距离为 _____.



三、解答题 (本大题共 8 小题，共 66 分。请在答题卡指定区域内作答.)

19. (8 分) (1) 计算: $\frac{a^2}{a+1} - \frac{1}{a+1}$;

(2) 解方程: $\frac{x-2}{x+2} - \frac{16}{x^2-4} = 1$.

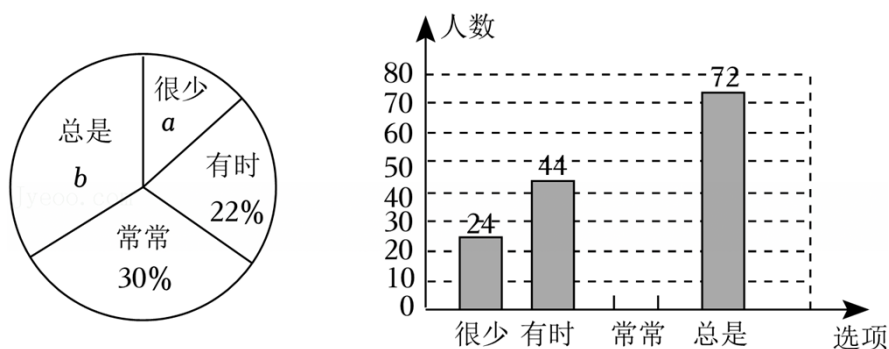
20. (8分) 先化简: $\frac{x^2}{x-1} \div (1 + \frac{1}{x^2-1})$, 然后从 $-2, -1, 0, 1$ 中选一个你喜欢的 x 的值, 代入求代数式的值.

21. (8分) 某中学八年级数学社团随机抽取部分学生, 对“错题整理习惯”进行问卷调查. 他们设计的问题: “你对自己做错的题目进行整理纠错吗?”, 答案选项为: A : 很少, B : 有时, C : 常常, D : 总是. 将调查结果的数据进行了整理、绘制成部分统计图如图. 请根据图中信息, 解答下列问题:

(1) 本次参与调查的共有 _____ 名学生;

(2) 请你补全条形统计图, 并求出“很少”所对的扇形圆心角的度数 _____;

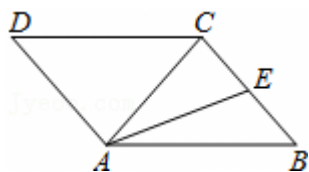
(3) 若该校有 3000 名学生, 请你估计其中“总是”对错题进行整理纠错的学生共有多少名?



22. (8分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, AC 为对角线, $AC=BC=5$, $AB=6$, AE 是 $\triangle ABC$ 的中线.

(1) 用无刻度的直尺画出 $\triangle ABC$ 的高 CH (保留画图痕迹);

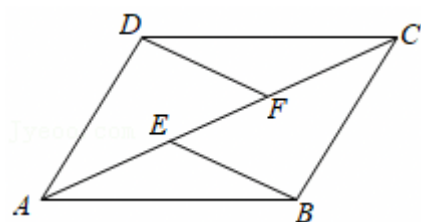
(2) 求 $\triangle ACE$ 的面积.



23. (8分) 如图, E, F 是四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 上两点, $AF=CE$, $DF=BE$, $DF \parallel BE$. 求证:

(1) $\triangle AFD \cong \triangle CEB$;

(2) 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.



24. (8分) 新建某学校的初中部即将投入使用, 为了改善教室空气环境, 该校八年级1班班委会计划到朝阳花卉基地购买绿植, 已知该基地一盆绿萝与一盆吊兰的价格之和是16元. 班委会决定用80元购买绿萝, 用120元购买吊兰, 所购绿萝数量正好是吊兰数量的两倍.

(1) 分别求出每盆绿萝和每盆吊兰的价格;

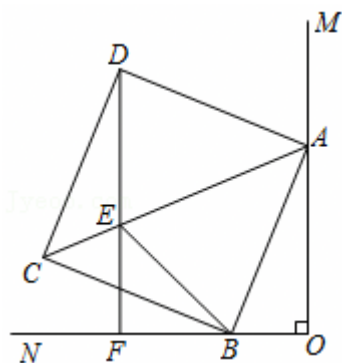
(2) 该校八年级所有班级准备一起到该基地购买绿萝和吊兰共计120盆, 其中绿萝数量不超过吊兰数量的一半, 则八年级购买这两种绿植各多少盆时总费用最少? 最少费用是多少元?

25. (8分) 如图, $\angle MON=90^\circ$, 正方形 $ABCD$ 的顶点 A 、 B 分别在 OM 、 ON 上, $AB=13$, $OB=5$, E 为 AC 上一点, 且 $\angle EBC=\angle CBN$, 直线 DE 与 ON 交于点 F .

(1) 求证: $BE=DE$;

(2) 判断 DF 与 ON 的位置关系, 并说明理由;

(3) $\triangle BEF$ 的周长为_____.

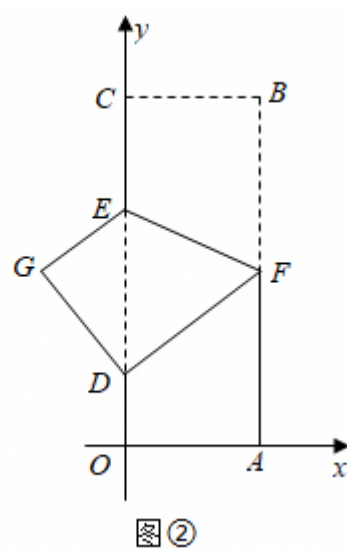
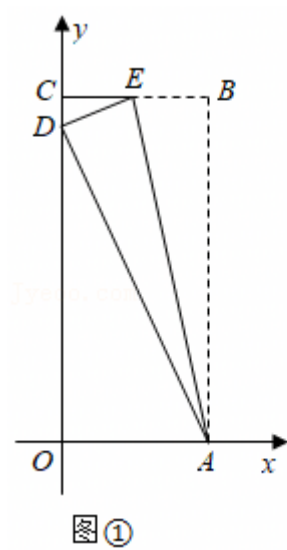


26. (10分) 将一个矩形纸片 $OABC$ 放置在平面直角坐标系中, OA , OC 分别在 x 轴, y 轴的正半轴上, 点 B 坐标为 $(4, 10)$.

(I) 如图①, 将矩形纸片 $OABC$ 折叠, 使点 B 落在 y 轴上的点 D 处, 折痕为线段 AE , 求点 D 坐标;

(II) 如图②, 点 E , F 分别在 OC , AB 边上. 将矩形纸片 $OABC$ 沿线段 EF 折叠, 使得点 B 与点 $D(0, 2)$ 重合, 求点 C 的对应点 G 的坐标;

(III) 在 (II) 的条件下, 若点 P 是坐标系内任意一点, 点 Q 在 y 轴上, 使以点 D , F , P , Q 为顶点的四边形是菱形, 请直接写出满足条件的点 P 的坐标.



2023-2024 学年江苏省无锡市江阴市华士片八年级（下）期中数学试卷

参考答案与试题解析

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	C	D	A	C	A	D	B	C	B

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的）

1. （3 分）下列图案中既是中心对称图形，又是轴对称图形的是（ ）



【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的概念对各选项分析判断即可得解．

【解答】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

B、不是中心对称图形，是轴对称图形，不符合题意；

C、既是中心对称图形又是轴对称图形，符合题意；

D、不是中心对称图形，是轴对称图形，不符合题意．

故选：C．

【点评】此题考查了轴对称图形和中心对称图形，掌握轴对称图形和中心对称图形的概念是解题关键．

2. （3 分）下列调查中，比较适合使用抽样调查的是（ ）

- A. 检查人造卫星重要零部件的质量
- B. 对某本书中的印刷错误的调查
- C. 调查无锡市市民进行垃圾分类的情况
- D. 了解某校八年级一班学生的视力情况

【分析】根据全面调查与抽样调查的特点，逐一判断即可解答．

【解答】解：A、检查人造卫星重要零部件的质量，适合使用全面调查，故 A 不符合题意；

B、对某本书中的印刷错误的调查，适合使用全面调查，故 B 不符合题意；

C、调查无锡市市民进行垃圾分类的情况，适合使用抽样调查，故 C 符合题意；

D 、了解某校八年级一班学生的视力情况，适合使用全面调查，故 D 不符合题意；

故选： C 。

【点评】 本题考查了全面调查与抽样调查，熟练掌握全面调查与抽样调查的特点是解题的关键。

3. (3 分) 下列各式是分式的是 ()

A. $\frac{1}{3}x$

B. $\frac{a}{2}$

C. $\frac{3xy}{\pi}$

D. $\frac{x-1}{x+1}$

【分析】 根据分式的定义作答，一般地，如果 A ， B 表示两个整式，并且 B 中含有字母，那么式子 $\frac{A}{B}$ 叫做分式。

【解答】 解： A 、是单项式，故本选项不符合题意；

B 、是单项式，故本选项不符合题意；

C 、是单项式，故本选项不符合题意；

D 、是分式，故本选项符合题意。

故选： D 。

【点评】 本题主要考查的是分式的定义，熟练掌握分式的定义是解题的关键。

4. (3 分) 某校为了传承中华优秀传统文化，组织了一次全校 1000 名学生参加的“汉字听写”大赛。为了解本次大赛的成绩，学校随机抽取了其中 200 名学生的成绩进行统计分析，下列说法正确的是 ()

A. 这 1000 名学生的“汉字听写”大赛成绩的全体是总体

B. 每个学生是个体

C. 200 名学生是总体的一个样本

D. 样本容量是 1000

【分析】 在区分总体、个体、样本、样本容量这四个概念时，首先找出考查的对象，考查对象是组织了一次全校 1000 名学生参加的“汉字听写”大赛的成绩，再根据被收集数据的这一部分对象找出样本，最后再根据样本确定出样本容量。

【解答】 解： A 、这 1000 名学生的“汉字听写”大赛成绩的全体是总体，说法正确，故本选项符合题意；

B 、每个学生的“汉字听写”大赛成绩是个体，故本选项不符合题意；

C 、200 名学生的“汉字听写”大赛成绩是总体的一个样本，故本选项不符合题意；

D 、样本容量是 200，故本选项不符合题意；

故选： A 。

【点评】 本题考查统计知识的总体，样本，个体等相关知识点，掌握相关定义是解答本题的关键。

5. (3分) 下列结论中, 矩形具有而菱形不一定具有的性质是 ()

A. 内角和为 360°

B. 对角线互相平分

C. 对角线相等

D. 对角线互相垂直

【分析】分别根据矩形和菱形的性质可得出其对角线性质的不同，可得到答案.

【解答】解：矩形和菱形的内角和都为 360° ，矩形的对角线互相平分且相等，菱形的对角线垂直且平分，

∴矩形具有而菱形不具有的性质为对角线相等,

故选: C.

【点评】 本题考查了矩形的性质，菱形的性质，熟记两图形的性质是解题的关键.

6. (3分) 将分式 $\frac{2m}{m-n}$ 中的 m 、 n 都扩大为原来的 3 倍, 则分式的值 ()

A. 不变

B. 扩大 3 倍

C. 扩大6倍

D. 扩大 9 倍

【分析】根据分式的基本性质进行解答即可.

【解答】解：将分式 $\frac{2m}{m-n}$ 中的 m 、 n 都扩大为原来的3倍可变为 $\frac{6m}{3m-3n} = \frac{6m}{3(m-n)} = \frac{2m}{m-n}$.

故选: A.

【点评】 本题考查的是分式的基本性质，熟知分式的基本性质 3 是解答此题的关键.

7. (3 分) 某校购买了一批篮球和足球. 已知购买足球的数量是篮球的 2 倍, 购买足球用了 5000 元, 购买篮球用了 4000 元, 篮球单价比足球贵 30 元. 根据题意可列方程 $\frac{5000}{2x} = \frac{4000}{x} - 30$, 则方程中 x 表示 ()

A. 足球的单价

B. 篮球的单价

C. 足球的数量

D. 篮球的数量

【分析】 设篮球的数量为 x 个，足球的数量是 $2x$ 个，列出分式方程解答即可.

【解答】解：设篮球的数量为 x 个，足球的数量是 $2x$ 个。

根据题意可得： $\frac{5000}{2x} = \frac{4000}{x} - 30$,

故选: D .

【点评】此题主要考查了由实际问题抽象出分式方程，得到相应的关系式是解决本题的关键.

8. (3分) 已知四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 互相垂直, 且 $AC=10$, $BD=8$, 那么顺次连接四边形 $ABCD$ 各边中点所得到的四边形面积为 ()

A. 40

B. 20

C. 16

D. 8

【分析】根据四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 互相垂直， K 、 L 、 M 、 N 分别为四边形各边的中点，求证四边形 $KLMN$ 为矩形和 KN 、 KL 的长，然后即可求出四边形 $KLMN$ 的面积。

【解答】解：如图， $\because$ 四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 互相垂直，

K 、 L 、 M 、 N 分别为四边形各边的中点，

$\therefore$ 四边形 $KLMN$ 为矩形，

$\therefore KN \parallel AC$ ，且 $KN = \frac{1}{2}AC$ ，

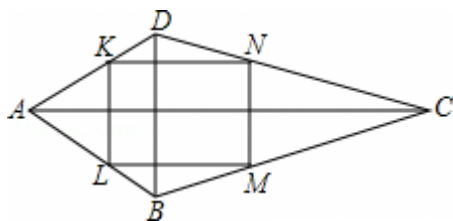
$\because AC = 10$ ，

$\therefore KN = \frac{1}{2} \times 10 = 5$ ，

同理 $KL = 4$ ，

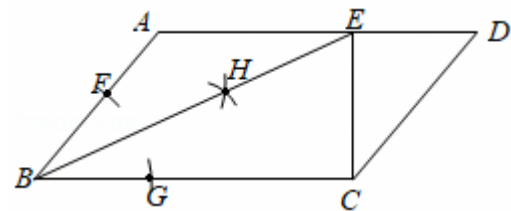
则四边形 $KLMN$ 的面积为 $4 \times 5 = 20$ 。

故选：B。



【点评】此题主要考查中点四边形和三角形的面积，注意三角形中位线定理这一知识点的灵活运用，此题难易程度适中，是一道典型的题目。

9. (3分) 如图，在 $\square ABCD$ 中，以点 B 为圆心，适当长度为半径作弧，分别交 AB 、 BC 于点 F 、 G ，再分别以点 F 、 G 为圆心，大于 $\frac{1}{2}FG$ 长为半径作弧，两弧交于点 H ，作射线 BH 交 AD 于点 E ，连接 CE 。若 $CE \perp DE$ ， $AE = 10$ ， $DE = 6$ ，则 $\square ABCD$ 的面积为 ()



- A. 64 B. 132 C. 128 D. 60

【分析】利用基本作图得到 $\angle ABE = \angle CBE$ ，再根据平行四边形的性质得到 $AD \parallel BC$ ， $BC = AD = 16$ ， $AB = CD$ ，再证明 $AB = AE = 10$ ，则 $CD = 10$ ，接着利用勾股定理求得 $CE = 8$ ，然后根据平行四边形的性质求面积即可求解。

【解答】解：由作法得 BE 平分 $\angle ABC$ ，

$$\therefore \angle ABE = \angle CBE,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, BC = AD = AE + DE = 10 + 6 = 16, AB = CD,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle AEB,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle AEB,$$

$$\therefore AB = AE = 10,$$

$$\therefore CD = 10,$$

$$\because CE \perp DE, AD \parallel BC,$$

$$\therefore CE \perp AD,$$

$$\therefore \angle CED = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, $DE = 6, CD = 10$,

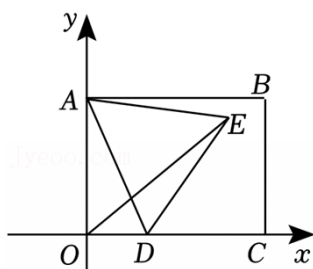
$$\therefore CE = \sqrt{CD^2 - DE^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8,$$

$$\therefore \square ABCD \text{ 的面积为 } BC \times CE = 16 \times 8 = 128.$$

故选: C.

【点评】 本题考查了作角平分线、平行四边形的性质和勾股定理, 熟练掌握平行四边形的性质是解题的关键.

10. (3 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知矩形 $ABCO$, $B(4, 3)$, 点 D 为 x 轴上的一个动点, 以 AD 为边在 AD 右侧作等边 $\triangle ADE$, 连接 OE , 则 OE 的最小值为 ()



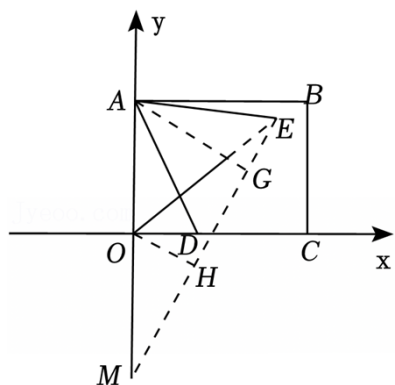
- A. 1 B. 1.5 C. 2 D. 2.4

【分析】 以 OA 为边在 OA 右侧作等边三角形 AGO , 连接 EG 并延长交 y 轴于点 M , 过点 O 作 $OH \perp GM$ 于点 H , 利用全等三角形的性质证明 $\angle AOD = \angle AGE = 90^\circ$, 所以 $\angle AGM = 90^\circ$, 推出点 E 在过定点 G 且与 AG 垂直的直线上运动, 即点 E 在直线 MG 上运动, 求出 OH 的长即可解决问题.

【解答】 解: 如图, 以 OA 为边在 OA 右侧作等边三角形 AGO ,

$$\therefore \angle OAG = 60^\circ,$$

连接 EG 并延长交 y 轴于点 M ，过点 O 作 $OH \perp GM$ 于点 H ，



在矩形 $ABCO$ 中，

$$\because B(4, 3),$$

$$\therefore OA = BC = 3, AB = OC = 4,$$

$$\therefore OA = OG = AG = 3,$$

$\because \triangle ADE$ 是等边三角形，

$$\therefore AD = AE, \angle DAE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle OAG = \angle DAE = 60^\circ,$$

$$\because \angle OAD = \angle OAG - \angle DAG, \angle GAE = \angle DAE - \angle DAG,$$

$$\therefore \angle OAD = \angle GAE,$$

在 $\triangle ADO$ 和 $\triangle AEG$ 中，

$$\begin{cases} OA = GA \\ \angle OAD = \angle GAE, \\ AD = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADO \cong \triangle AEG \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle AOD = \angle AGE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AGM = 90^\circ,$$

$\therefore$ 点 E 在过定点 G 且与 AG 垂直的直线上运动，即点 E 在直线 MG 上运动，

$\because \triangle OAG$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle AGO = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle OGH = 30^\circ,$$

$$\because OH \perp GM,$$

$$\therefore OH = \frac{1}{2}OG = \frac{3}{2},$$

当点 E 与 H 不重合时， $OE > OH$ ，

当点 E 与 H 重合时, $OE=OH$,

综上所述: $OE \geq OH$,

$\therefore OE$ 的最小值为 $\frac{3}{2}$,

故选: B .

【点评】 本题考查矩形的性质, 全等三角形的判定和性质, 等边三角形的性质, 垂线段最短等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造全等三角形解决问题, 学会用转化的思想思考问题.

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 不需写出解答过程, 只需把答案直接填写在答题卷上相应的位置)

11. (3 分) 若代数式 $\frac{2}{x+1}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是 $x \neq -1$.

【分析】 根据分式的分母不等于 0 即可得出答案.

【解答】 解: $\because x+1 \neq 0$,

$\therefore x \neq -1$.

故答案为: $x \neq -1$.

【点评】 本题考查了分式有意义的条件, 掌握分式的分母不等于 0 是解题的关键.

12. (3 分) 在一个不透明的盒子中装有红、白两种除颜色外完全相同的球, 其中有 4 个红球, 每次将球充分搅匀后, 任意摸出 1 个球记下颜色再放回盒子. 通过大量重复试验后, 发现摸到红球的频率稳定在 0.25 左右, 则白球的个数约为 12 个.

【分析】 先根据红球的个数及其对应频率求出球的总个数, 继而可得答案.

【解答】 解: $\because$ 通过大量重复试验后, 发现摸到红球的频率稳定在 0.25 左右,

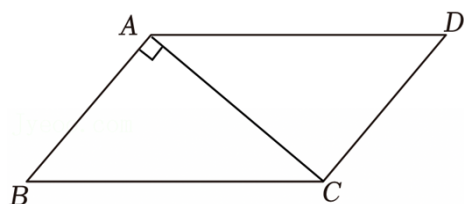
$\therefore$ 袋中球的总个数约为 $4 \div 0.25 = 16$ (个),

$\therefore$ 白球的个数为 $16 - 4 = 12$ (个),

故答案为: 12 个.

【点评】 本题主要考查利用频率估计概率, 大量重复实验时, 事件发生的频率在某个固定位置左右摆动, 并且摆动的幅度越来越小, 根据这个频率稳定性定理, 可以用频率的集中趋势来估计概率, 这个固定的近似值就是这个事件的概率.

13. (3 分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $CA \perp AB$, 若 $\angle ABC = 50^\circ$, 则 $\angle CAD =$ 40° .



【分析】根据平行四边形的性质得出 $AD \parallel BC$ ，根据平行线的性质得出 $\angle CAD = \angle ACB$ ，根据直角三角形的性质求出 $\angle ACB = 40^\circ$ ，据此即可得解．

【解答】解：在平行四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle CAD = \angle ACB,$$

$$\because CA \perp AB,$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\because \angle ABC = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = 40^\circ,$$

故答案为： 40° ．

【点评】此题考查了平行四边形的性质，熟记“平行四边形的对边平行”是解题的关键．

14. (3分) 若分式 $\frac{x^2-1}{x+1}$ 的值为 0，则 x 的值等于 1．

【分析】根据分式的值为零的条件可以求出 x 的值．

【解答】解：由分式的值为零的条件得 $x^2 - 1 = 0$ ， $x + 1 \neq 0$ ，

$$\text{由 } x^2 - 1 = 0, \text{ 得 } x = -1 \text{ 或 } x = 1,$$

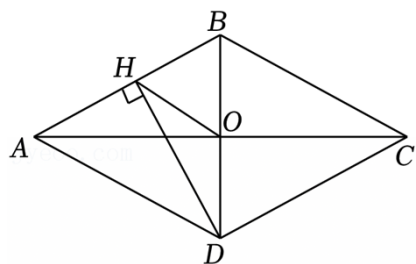
$$\text{由 } x + 1 \neq 0, \text{ 得 } x \neq -1,$$

$$\therefore x = 1,$$

故答案为 1．

【点评】若分式的值为零，需同时具备两个条件：（1）分子为 0；（2）分母不为 0．这两个条件缺一不可．

15. (3分) 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，过点 D 作 $DH \perp AB$ 于点 H ，连接 OH ．若菱形 $ABCD$ 的面积为 24， $OA = 4$ ，则 OH 的长为 3．



【分析】根据菱形的面积公式：对角线乘积的一半，求出菱形的对角线的长，再利用菱形的性质和勾股定理求出菱形的边长，直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，即可求解．

【解答】解：∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore AC \perp BD, DO = BO, AO = OC,$$

$$\therefore OA = 4,$$

$$\therefore AC = 2OA = 8,$$

$$\therefore S_{\text{菱形} ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = 24,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 8BD = 24,$$

$$\therefore BD = 6,$$

$$\therefore DH \perp BC,$$

$$\therefore \angle DHB = 90^\circ,$$

$$\therefore DO = BO,$$

$$\therefore OH = \frac{1}{2} BD = 3,$$

故答案为：3.

【点评】本题考查菱形的性质．熟练掌握菱形的性质以及直角三角形斜边上中线是斜边的一半是解题的关键．

16. (3分) 已知关于 x 的方程 $\frac{2x+m}{x-2} = 3$ 的解是正数，则 m 的取值范围是 $m > -6$ 且 $m \neq -4$.

【分析】首先求出关于 x 的方程 $\frac{2x+m}{x-2} = 3$ 的解，然后根据解是正数，再解不等式组求出 m 的取值范围．

【解答】解：解关于 x 的方程 $\frac{2x+m}{x-2} = 3$ 得 $x = m+6$,

$$\therefore x - 2 \neq 0, \text{ 解得 } x \neq 2,$$

$$\therefore \text{方程的解是正数},$$

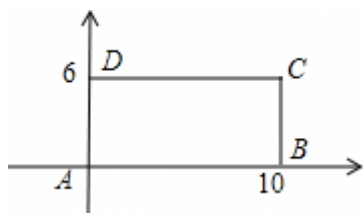
$$\therefore m+6 > 0 \text{ 且 } m+6 \neq 2,$$

解这个不等式得 $m > -6$ 且 $m \neq -4$.

故答案为： $m > -6$ 且 $m \neq -4$.

【点评】本题考查了分式方程的解，是一个方程与不等式组的综合题目，解关于 x 的方程是关键，解关于 m 的不等式组是本题的一个难点．

17. (3分) 已知平面上四点 $A(0, 0)$, $B(10, 0)$, $C(10, 6)$, $D(0, 6)$ ，直线 $y = mx - 3m + 2$ 将四边形 $ABCD$ 分成面积相等的两部分，则 m 的值为 $-\frac{1}{2}$.



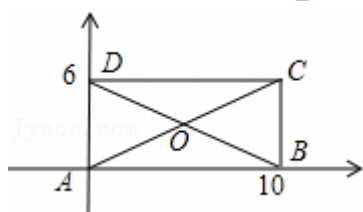
【分析】根据矩形中心对称的性质，也就是过对角线交点的直线把矩形分成的两个部分的面积相等几何知识可求得矩形中心的坐标为 $(5, 3)$ ，把它代入直线解析式，可得 $m = \frac{1}{2}$ 。

【解答】解：∵ 直线 $y = mx - 3m + 2$ 将四边形 $ABCD$ 分成面积相等的两部分

∴ 直线必经过矩形的中心对称点 O

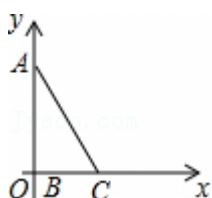
∴ 根据矩形中心对称，可知 $O(5, 3)$ ，将它代入 $y = mx - 3m + 2$ 中得：

$$3 = 5m - 3m + 2, \text{ 即 } m = \frac{1}{2}.$$



【点评】本题考查矩形中心对称的性质，也就是过对角线交点的直线把矩形分成的两个部分的面积相等。

18. (3 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = 8$ ， $BC = 4$ 。如图，将直角顶点 B 放在原点，点 A 放在 y 轴正半轴上，当点 B 在 x 轴上向右移动时，点 A 也随之在 y 轴上向下移动，当点 A 到达原点时，点 B 停止移动，在移动过程中， $AC = \underline{4\sqrt{5}}$ ，点 C 到原点的最大距离为 $\underline{4+4\sqrt{2}}$ 。



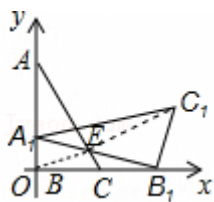
【分析】根据题意首先取 A_1B_1 的中点 E ，连接 OE ， C_1E ，当 O ， E ， C_1 在一条直线上时，点 C 到原点的距离最大，进而求出答案。

【解答】解：∵ $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = 8$ ， $BC = 4$ ，并且在移动过程中， $\triangle ABC$ 的大小、形状没变，

$$\therefore AC = \sqrt{8^2 + 4^2},$$

$$= 4\sqrt{5}.$$

如图所示：



取 A_1B_1 的中点 E ，连接 OE ， C_1E ，当 O ， E ， C_1 在一条直线上时，点 C 到原点的距离最大，

$\text{Rt}\triangle A_1OB_1$ 中， $\because A_1B_1=AB=8$ ，点 OE 为斜边中线，

$$\therefore OE=B_1E=\frac{1}{2}A_1B_1=4,$$

又 $\because B_1C_1=BC=4$ ，

$$\therefore C_1E=\sqrt{B_1C_1^2+B_1E^2},$$

$$=4\sqrt{2},$$

$\therefore$ 点 C 到原点的最大距离为： $OE+C_1E=4+4\sqrt{2}$.

故答案为： $4\sqrt{5}$ ； $4+4\sqrt{2}$ ，

【点评】 此题主要考查了轨迹以及勾股定理等知识，正确得出 C 点位置是解题关键.

三、解答题（本大题共 8 小题，共 66 分．请在答题卡指定区域内作答．）

19. (8 分) (1) 计算： $\frac{a^2}{a+1} - \frac{1}{a+1}$;

(2) 解方程： $\frac{x-2}{x+2} - \frac{16}{x^2-4} = 1$.

【分析】 (1) 根据分式的加法法则进行计算即可；

(2) 方程两边都乘 $(x+2)(x-2)$ 得出 $(x-2)^2 - 16 = (x+2)(x-2)$ ，求出方程的解，再进行检验即可.

【解答】 解：(1) $\frac{a^2}{a+1} - \frac{1}{a+1}$

$$= \frac{a^2-1}{a+1}$$

$$= \frac{(a+1)(a-1)}{a+1}$$

$$= a-1;$$

(2) $\frac{x-2}{x+2} - \frac{16}{x^2-4} = 1$,

$$\frac{x-2}{x+2} - \frac{16}{(x+2)(x-2)} = 1,$$

方程两边都乘 $(x+2)(x-2)$ ，得 $(x-2)^2 - 16 = (x+2)(x-2)$ ，

$$x^2 - 4x + 4 - 16 = x^2 - 4,$$

$$x^2 - 4x - x^2 = -4 - 4 + 16,$$

$$-4x = 8,$$

$$x = -2,$$

检验：当 $x = -2$ 时， $(x+2)(x-2) = 0$ ，

所以 $x = -2$ 是增根，

即分式方程无解。

【点评】 本题考查了分式的加法和解分式方程，能正确根据分式的加法法则进行计算是解（1）的关键，能把分式方程转化成整式方程是解（2）的关键。

20.（8分）先化简： $\frac{x^2}{x-1} \div (1 + \frac{1}{x^2-1})$ ，然后从 $-2, -1, 0, 1$ 中选一个你喜欢的 x 的值，代入求代数

式的值。

【分析】 先将小括号内的式子进行通分计算，然后算括号外面的除法，再根据分式有意义的条件，选取合适的 x 的值，代入求值。

$$\text{【解答】解：原式} = \frac{x^2}{x-1} \div (\frac{x^2-1}{x^2-1} + \frac{1}{x^2-1})$$

$$= \frac{x^2}{x-1} \div \frac{x^2-1+1}{x^2-1}$$

$$= \frac{x^2}{x-1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x^2}$$

$$= x+1,$$

$$\because x+1 \neq 0, x-1 \neq 0, x \neq 0,$$

$$\therefore x \neq \pm 1 \text{ 且 } x \neq 0,$$

$$\therefore x \text{ 可以取 } -2,$$

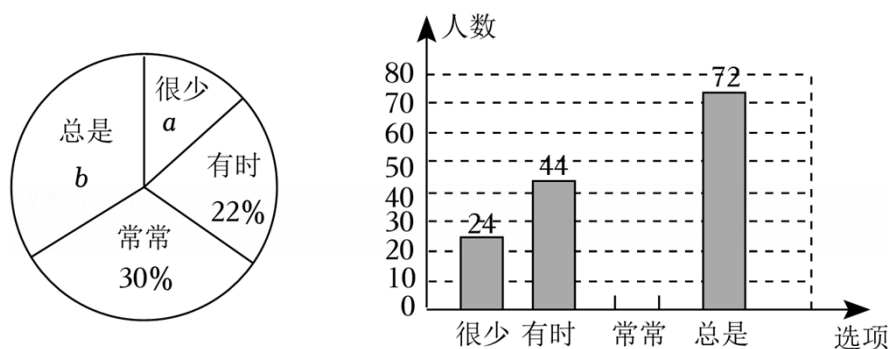
$$\text{当 } x = -2 \text{ 时,}$$

$$\text{原式} = -2+1 = -1.$$

【点评】 本题考查分式的化简求值，理解分式有意义的条件，掌握分式混合运算的运算顺序（先算乘方，然后算乘除，最后算加减，有小括号先算小括号里面的）和计算法则是解题关键。

21.（8分）某中学八年级数学社团随机抽取部分学生，对“错题整理习惯”进行问卷调查。他们设计的问题：“你对自己做错的题目进行整理纠错吗？”，答案选项为： A ：很少， B ：有时， C ：常常， D ：总是。将调查结果的数据进行了整理、绘制成部分统计图如图。请根据图中信息，解答下列问题：

- (1) 本次参与调查的共有 200 名学生；
- (2) 请你补全条形统计图，并求出“很少”所对的扇形圆心角的度数 43.2° ；
- (3) 若该校有 3000 名学生，请你估计其中“总是”对错题进行整理纠错的学生共有多少名？



【分析】(1) 由题意可知回答“有时”的人数和百分比，用“有时”的人数除以“有时”所占百分比即可得出总人数；

(2) 根据总人数乘以“常常”所占百分比即可得到“常常”的人数，补全条形统计图即可，而“很少”所占的百分比等于“很少”的人数除以总人数；

(3) 用该校学生的人数乘以“总是”对错题进行整理纠错的百分比即可。

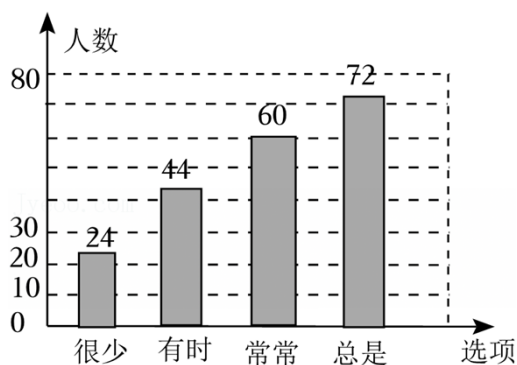
【解答】解：(1) 由题意得，

总人数： $44 \div 22\% = 200$ (名)。

故答案为：200。

(2) “常常”的人数： $200 \times 30\% = 60$ (名)。

条形统计图如图所示，



“很少”所占的百分比： $a = \frac{24}{200} \times 360^\circ = 43.2^\circ$ ，

故答案为： 43.2° 。

(3) $3000 \times \frac{72}{200} = 1080$ (名)。

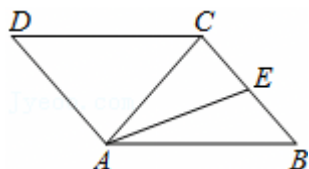
答：“总是”对错题进行整理纠错的学生共有 1080 名。

【点评】此题主要考查了条形统计图和扇形统计图的综合运用读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键。

22. (8 分) 如图，在 $\square ABCD$ 中， AC 为对角线， $AC=BC=5$ ， $AB=6$ ， AE 是 $\triangle ABC$ 的中线。

(1) 用无刻度的直尺画出 $\triangle ABC$ 的高 CH (保留画图痕迹)；

(2) 求 $\triangle ACE$ 的面积。



【分析】(1) 连接 BD ， BD 与 AE 交于点 F ，连接 CF 并延长到 AB ，与 AB 交于点 H ，则 CH 为 $\triangle ABC$ 的高；

(2) 首先由三线合一，求得 AH 的长，再由勾股定理求得 CH 的长，继而求得 $\triangle ABC$ 的面积，又由 AE 是 $\triangle ABC$ 的中线，求得 $\triangle ACE$ 的面积。

【解答】解：(1) 如图，连接 BD ， BD 与 AE 交于点 F ，连接 CF 并延长到 AB ，则它与 AB 的交点即为 H 。

理由如下：

$\because BD$ 、 AC 是 $\square ABCD$ 的对角线，

$\therefore$ 点 O 是 AC 的中点，

$\because AE$ 、 BO 是等腰 $\triangle ABC$ 两腰上的中线，

$\therefore AE=BO$ ， $AO=BE$ ，

$\because AB=BA$ ，

$\therefore \triangle ABO \cong \triangle BAE$ (SSS)，

$\therefore \angle ABO = \angle BAE$ ，

$\triangle ABF$ 中， $\because \angle FAB = \angle FBA$ ， $\therefore FA=FB$ ，

$\because \angle BAC = \angle ABC$ ，

$\therefore \angle EAC = \angle OBC$ ，

由 $\begin{cases} AC=BC \\ \angle EAC=\angle OBC \\ FA=FB \end{cases}$ 可得 $\triangle AFC \cong \triangle BFC$ (SAS)

$\therefore \angle ACF = \angle BCF$ ，即 CH 是等腰 $\triangle ABC$ 顶角平分线，

所以 CH 是 $\triangle ABC$ 的高；

(2) $\because AC=BC=5, AB=6, CH\perp AB,$

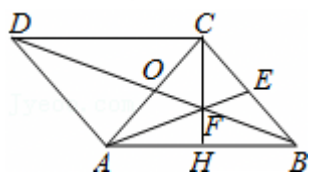
$$\therefore AH=\frac{1}{2}AB=3,$$

$$\therefore CH=\sqrt{AC^2-AH^2}=4,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot CH=\frac{1}{2}\times 6\times 4=12,$$

$\because AE$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,

$$\therefore S_{\triangle ACE}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=6.$$

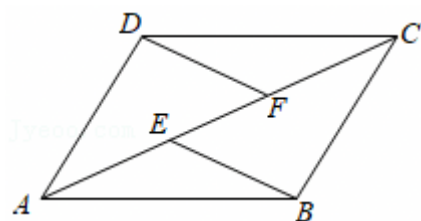


【点评】此题考查了平行四边形的性质、等腰三角形的性质、勾股定理以及三角形中线的性质. 注意三角形的中线把三角形分成面积相等的两部分.

23. (8分) 如图, E, F 是四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 上两点, $AF=CE, DF=BE, DF\parallel BE$. 求证:

(1) $\triangle AFD\cong\triangle CEB$;

(2) 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.



【分析】(1) 利用两边和它们的夹角对应相等的两三角形全等 (SAS), 这一判定定理容易证明 $\triangle AFD\cong\triangle CEB$.

(2) 由 $\triangle AFD\cong\triangle CEB$, 容易证明 $AD=BC$ 且 $AD\parallel BC$, 可根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

【解答】证明: (1) $\because DF\parallel BE,$

$$\therefore \angle DFE=\angle BEF.$$

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle CBE$ 中,

$$\begin{cases} DF=EB \\ \angle DFA=\angle BEC, \\ AF=CE \end{cases}$$

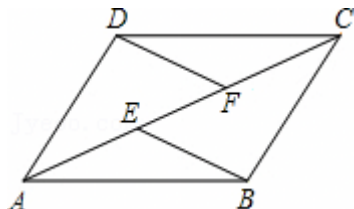
$$\therefore \triangle AFD\cong\triangle CEB \text{ (SAS)};$$

(2) 由 (1) 知 $\triangle AFD \cong \triangle CEB$,

$\therefore \angle DAC = \angle BCA, AD = BC$,

$\therefore AD \parallel BC$.

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.



【点评】此题主要考查了全等三角形的判定和平行四边形的判定，熟练掌握全等三角形的判定定理是解题的关键.

24. (8 分) 新建某学校的初中部即将投入使用，为了改善教室空气环境，该校八年级 1 班班委会计划到朝阳花卉基地购买绿植，已知该基地一盆绿萝与一盆吊兰的价格之和是 16 元. 班委会决定用 80 元购买绿萝，用 120 元购买吊兰，所购绿萝数量正好是吊兰数量的两倍.

(1) 分别求出每盆绿萝和每盆吊兰的价格；

(2) 该校八年级所有班级准备一起到该基地购买绿萝和吊兰共计 120 盆，其中绿萝数量不超过吊兰数量的一半，则八年级购买这两种绿植各多少盆时总费用最少？最少费用是多少元？

【分析】(1) 首先设每盆绿萝 x 元，则每盆吊兰 $(16 - x)$ 元，然后根据“所购绿萝数量正好是吊兰数量的两倍”列出方程，然后解方程可得出答案；

(2) 首先设购买吊兰 a 盆，总费用为 y 元，则 $y = 12a + 4(120 - a) = 8a + 480$ ，然后根据“绿萝数量不超过吊兰数量的一半”求出 a 的取值范围，最后再根据一次函数的性质可得出答案.

【解答】解：(1) 设每盆绿萝 x 元，则每盆吊兰 $(16 - x)$ 元.

根据题意得： $\frac{80}{x} = 2 \times \frac{120}{16-x}$ ，解得： $x = 4$ ，

经检验， $x = 4$ 是方程的解且符合题意.

$\therefore 16 - x = 12$.

答：每盆绿萝 4 元，每盆吊兰 12 元.

(2) 设购买吊兰 a 盆，总费用为 y 元.

依题意得： $y = 12a + 4(120 - a) = 8a + 480$ ，

又 $\because$ 绿萝数量不超过吊兰数量的一半，

$\therefore 120 - a \leq \frac{1}{2}a$ ，解得： $a \geq 80$ ，

对于 $y=80x+480$, y 随 a 的增大而增大

$\therefore$ 当 $a=80$ 时, y 取得最小值, 最小值为 1120,

此时 $120-a=40$.

答: 购买吊兰 80 盆, 绿萝 40 盆时, 总费用最少, 为 1120 元.

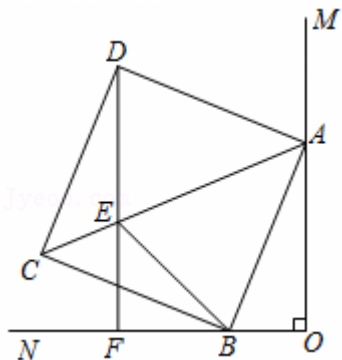
【点评】 此题主要考查了分式方程的应用, 一次函数的应用, 解答 (1) 的关键是理解题意, 找出等量关系列出方程, 其中验根是易错点之一; 解答 (2) 的关键是理解一次函数的增减性.

25. (8 分) 如图, $\angle MON=90^\circ$, 正方形 $ABCD$ 的顶点 A 、 B 分别在 OM 、 ON 上, $AB=13$, $OB=5$, E 为 AC 上一点, 且 $\angle EBC=\angle CBN$, 直线 DE 与 ON 交于点 F .

(1) 求证: $BE=DE$;

(2) 判断 DF 与 ON 的位置关系, 并说明理由;

(3) $\triangle BEF$ 的周长为 24.



【分析】 (1) 利用正方形的性质, 即可得到 $\triangle BCE \cong \triangle DCE$ (SAS), 根据全等三角形的性质即可得到 $BE=DE$.

(2) 依据 $\angle EDC = \angle CBN$, $\angle EDC + \angle 1 = 90^\circ$, $\angle 1 = \angle 2$, 即可得出 $\angle 2 + \angle CBN = 90^\circ$, 进而得到 $DF \perp ON$;

(3) 过 C 作 $CG \perp ON$ 于 G , 过 D 作 $DH \perp CG$ 于 H , 则 $\angle CGB = \angle AOB = 90^\circ$, 四边形 $DFGH$ 是矩形, 利用全等三角形的对应边相等, 即可得到 $DF = HG = 17$, $GF = DH = 5$, $BF = BG - GF = 7$, 进而得出 $\triangle BEF$ 的周长.

【解答】 解: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,
 $\therefore CA$ 平分 $\angle BCD$, $BC=DC$,
 $\therefore \angle BCE = \angle DCE = 45^\circ$,
 $\because CE=CE$,
 $\therefore \triangle BCE \cong \triangle DCE$ (SAS),
 $\therefore BE=DE$.

(2) $DF \perp ON$, 理由如下:

$$\therefore \triangle BCE \cong \triangle DCE,$$

$$\therefore \angle EBC = \angle EDC,$$

$$\therefore \angle EBC = \angle CBN,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle CBN,$$

$$\because \angle EDC + \angle 1 = 90^\circ, \quad \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle CBN = 90^\circ \quad ,$$

$$\therefore \angle EFB = 90^\circ, \text{ 即 } DF \perp ON;$$

(3) 如图所示, 过 C 作 $CG \perp ON$ 于 G , 过 D 作 $DH \perp CG$ 于 H , 则 $\angle CGB = \angle AOB = 90^\circ$, 四边形 $DFGH$ 是矩形,

又 $\because \angle ABC=90^{\circ}$,

$$\therefore \angle ABO + \angle BAO = 90^\circ = \angle ABO + \angle CBG,$$

$$\therefore \angle BAO = \angle CBG,$$

又 $\because AB=BC$,

$$\therefore \triangle ABO \cong \triangle BCG \text{ (AAS),}$$

$$\therefore BG=AO=\sqrt{13^2-5^2}=12, \quad CG=BO=5,$$

同理可得 $\triangle CDH \cong \triangle BCG$,

$$\therefore DH = CG = 5, \quad CH = BG = 12,$$

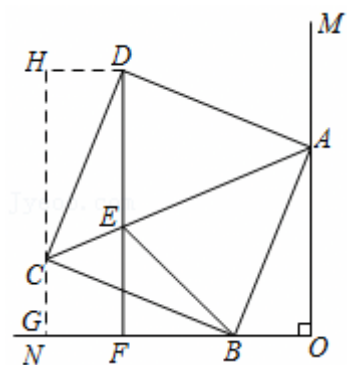
$$\therefore HG = 5 + 12 = 17,$$

$$\therefore DF = HG = 17, \quad GF = DH = 5,$$

$$\therefore BF = BG - GF = 12 - 5 = 7,$$

$$\therefore \triangle BEF \text{ 的周长} = BF + EF + BE = BF + EF + DE = BF + DF = 7 + 17 = 24,$$

故答案为: 24.





造一三角形

点 B 坐标

(I) 如

(II) 如

的四边形



 ①



25

【分析】

 ED^2 , 建

(III) 设

三种情况： $DQ=DF$ 或 $FQ=DF$ 或 $DQ=FQ$ ，运用勾股定理先求出点 Q 的坐标，再依据菱形性质求出对应的点 P 坐标。

【解答】解：（Ⅰ） $\because$ 四边形 $OABC$ 是矩形，

$$\therefore \angle BAO = \angle BCO = 90^\circ, \quad OA = CB, \quad CO = BA.$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 坐标为 } (4, 10),$$

$$\therefore OA = CB = 4, \quad CO = BA = 10;$$

由折叠可知， $\triangle ADE \cong \triangle ABE$ ，

$$\therefore DA = BA = 10.$$

$$\text{在 Rt}\triangle AOD \text{ 中, } OD = \sqrt{DA^2 - OA^2} = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21},$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 的坐标为 } (0, 2\sqrt{21});$$

（Ⅱ）如图，过点 G 作 $GH \perp y$ 轴于点 H ，

$$\therefore \text{点 } D \text{ (0, 2),}$$

$$\therefore DO = 2,$$

$\therefore$ 四边形 $OABC$ 是矩形，

$$\therefore \angle B = 90^\circ;$$

由折叠知，四边形 $BCEF$ 与四边形 $DGEF$ 全等，

$$\therefore \angle EGD = \angle B = 90^\circ, \quad GD = CB = 4, \quad CE = EG.$$

设 $CE = EG = x$ ，则 $ED = CO - CE - DO = 10 - 2 - x = 8 - x$ 。

在 $\text{Rt}\triangle EGD$ 中， $EG^2 + GD^2 = ED^2$ ，

$$\therefore x^2 + 4^2 = (8 - x)^2,$$

解得： $x = 3$ 。

$$\therefore EG = 3, \quad ED = 5.$$

$$\therefore S_{\triangle EGD} = \frac{1}{2} EG \cdot GD = \frac{1}{2} ED \cdot GH,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5 \times GH,$$

$$\therefore GH = \frac{12}{5},$$

$$\text{在 Rt}\triangle GHD \text{ 中, } HD = \sqrt{GD^2 - GH^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{16}{5},$$

$$\therefore HO = HD + DO = \frac{16}{5} + 2 = \frac{26}{5}.$$

∴点 G 的坐标为 $(-\frac{12}{5}, \frac{26}{5})$.

(Ⅲ) 由折叠可知, $\angle BFE = \angle DFE$,

∵ $BF \parallel ED$,

∴ $\angle BFE = \angle FED$,

∴ $\angle FED = \angle DFE$,

∴ $BF = DF = ED = 5$,

∴ $AF = AB - BF = 10 - 5 = 5$,

∴ $F(4, 5)$,

设 $Q(0, y)$, $P(m, n)$,

∵ $D(0, 2)$,

∴ $DQ = |y - 2|$, $DF = 5$, $FQ^2 = 4^2 + (y - 5)^2$, DF 的中点坐标为 $(2, \frac{7}{2})$,

∵ 点 Q 在 y 轴上, 使以点 D, F, P, Q 为顶点的四边形是菱形,

∴ 分三种情况: $DQ = DF$ 或 $FQ = DF$ 或 $DQ = FQ$,

① 当 $DQ = DF$ 时, $|y - 2| = 5$,

解得: $y = 7$ 或 -3 ,

∴ $Q(0, 7)$ 或 $(0, -3)$,

∴ $P(4, 0)$ 或 $(4, 10)$,

② 当 $FQ = DF$ 时, $4^2 + (y - 5)^2 = 25$,

解得 $y = 8$ 或 $y = 2$ (舍去),

∴ $Q(0, 8)$,

∴ $P(-4, 5)$,

③ 当 $DQ = FQ$ 时, $|y - 2|^2 = 4^2 + (y - 5)^2$,

解得: $y = \frac{37}{6}$,

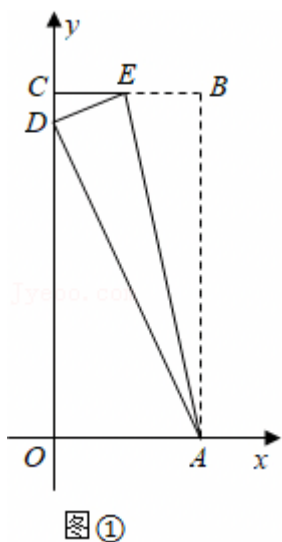
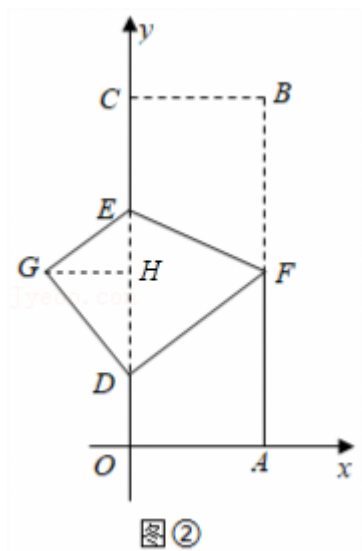
∴ $Q(0, \frac{37}{6})$,

∴ $\frac{m+0}{2} = 2, \frac{n+\frac{37}{6}}{2} = \frac{7}{2}$,

∴ $m = 4, n = \frac{5}{6}$,

∴ $P(4, \frac{5}{6})$,

综上所述，点 P 的坐标为 $(4, 10)$, $(4, 0)$, $(-4, 5)$, $(4, \frac{5}{6})$.



【点评】 本题考查了矩形性质，菱形性质，折叠变换的性质，全等三角形性质，勾股定理，等腰三角形性质等，熟练掌握菱形性质和勾股定理等相关知识，运用方程思想和分类讨论思想解决问题是解题关键.