

2024-2025 学年八年级数学下学期第一次月考卷

(考试时间：90分钟 试卷满分：100分)

注意事项：

1. 本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答第I卷时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第II卷时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
4. 测试范围：苏科版八年级下册第7章-第9章。
5. 难度系数：0.85。

第I卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 2024 年 4 月 22 日，是第 55 个世界地球日，今年的主题为“全球战塑”，垃圾分类对环境保护有重大意义，下面四种垃圾分类标识中，是中心对称图形的是（ ）



【答案】B

【详解】解：A、此图形旋转 180° 后不能与原图形重合，故此图形不是中心对称图形，是，不符合题意；
B、此图形旋转 180° 后能与原图形重合，故此图形是中心对称图形，符合题意；
C、此图形旋转 180° 后不能与原图形重合，故此图形不是中心对称图形，不符合题意；
D、此图形旋转 180° 后不能与原图形重合，故此图形不是中心对称图形，不符合题意，
故选：B.

2. 某校从3000名学生中随机抽取300名学生进行体育测试，下列说法正确的是（ ）

- A. 该调查方式是普查
- B. 被抽取的300名学生的体育测试成绩是样本
- C. 每名学生是个体
- D. 样本容量是3000

【答案】B

【详解】解：A选项：从3000名学生中随机抽取300名学生进行体育测试，这种调查方式是抽样调查，故A选项错误；

B选项：从3000名学生中随机抽取300名学生进行体育测试，被抽取的300名学生的体育测试成绩是样本，故B选项正确；

C选项：每名学生的体育测试成绩是个体，故C选项错误；

D选项：从3000名学生中随机抽取300名学生进行体育测试，样本容量是300，故D选项错误.

故选：B .

3. 下列耳熟能详的成语故事中，所反映的事件为随机事件的是（ ）

A. 守株待兔



B. 刻舟求剑



C. 缘木求鱼



D. 水中捞月



【答案】A

【详解】解：A、守株待兔是随机事件，故符合题意；

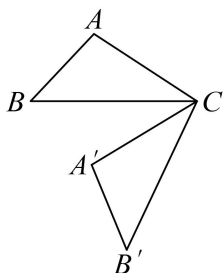
B、刻舟求剑是不可能事件，故不符合题意；

C、缘木求鱼是不可能事件，故不符合题意；

D、水中捞月是不可能事件，故不符合题意；

故选：A.

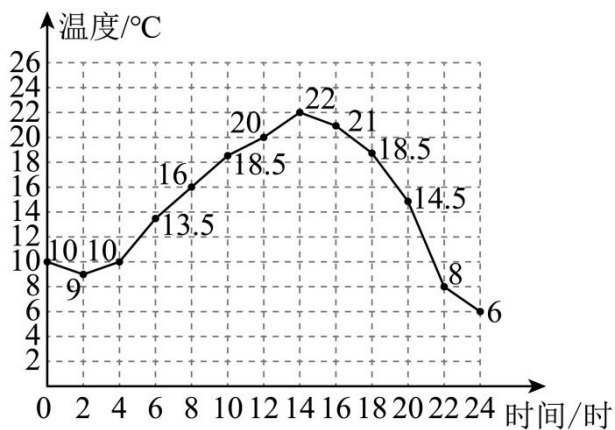
4. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点C按逆时针方向旋转 65° 后得到 $\triangle A'B'C$ ，若 $\angle ACB = 20^\circ$ ，则 $\angle ACB'$ 的度数为（ ）



A. 45° B. 65° C. 85° D. 105° **【答案】C****【详解】**解：由旋转的性质可知： $\angle BCB' = 65^\circ$ ， $\because \angle ACB = 20^\circ$ ， $\therefore \angle ACB' = \angle ACB + \angle BCB' = 85^\circ$ ；

故选 C.

5. 以下是某地某天气温变化情况的折线图，下列描述正确的是（ ）

A. 最低温度是 9°C B. 有 3 时的气温超过了 20°C

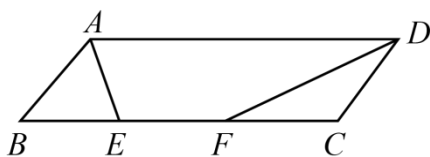
C. 从 14 时到 24 时温度在持续下降

D. 这一天的温差是 14°C **【答案】C****【详解】**A、最低温度是 6°C ，原选项不符合题意；B、超过 4 时的气温超过了 20°C ，原选项不符合题意；

C、从 14 时到 24 时温度在持续下降，原选项符合题意；

D、这一天的温差是 $22 - 6 = 16(^\circ\text{C})$ ，原选项不符合题意；

故选：C.

6. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ， $AD = 10$ ， AE ， DF 分别平分 $\angle DAB$ ， $\angle ADC$ ，那么 EF 的长为（ ）

A. 3

B. 4

C. 5

D. 以上都不对

【答案】B

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

∴ $AD \parallel BC$ ， $AB = CD = 3$ ， $AD = BC = 10$ ，

∴ $\angle DAE = \angle AEB$ ，

∵ AE 平分 $\angle BAD$ ，

∴ $\angle BAE = \angle DAE$ ，

∴ $\angle BAE = \angle AEB$ ，

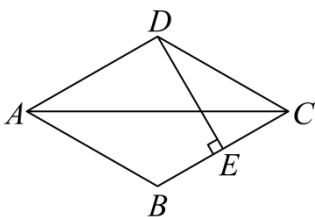
∴ $BE = BA = 3$ ，

同理 $CF = CD = 3$ ，

∴ $EF = BC - BE - CF = 10 - 3 - 3 = 4$ ，

故选：B.

7. 如图， AC 为菱形 $ABCD$ 的对角线， $\angle ACD = 30^\circ$ ，过点 D 作 $DE \perp BC$ ，垂足为点 E ，则 $\frac{CE}{AD} = (\quad)$



A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】B

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴ $CD = AD = CB$ ，且 AC 平分 $\angle BCD$ ，

∵ $\angle ACD = 30^\circ$ ，

∴ $\angle BCD = 60^\circ$

∵ $DE \perp BC$ ，

∴ $\angle DEC = 90^\circ$ ，

在 $Rt \triangle CDE$ 中， $\angle CDE = 30^\circ$

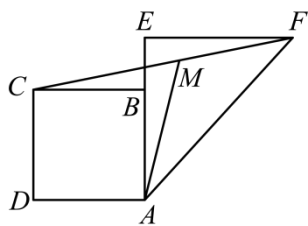
$$\therefore CE = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}AD,$$

$$\text{即 } \frac{CE}{AD} = \frac{1}{2},$$

故选：B.

8. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ，延长 AB 至点 E ，使得 $BE = 2$ ， $EF \perp AE$ ， $EF = AE$ ，分别连接 AF ， CF ， M

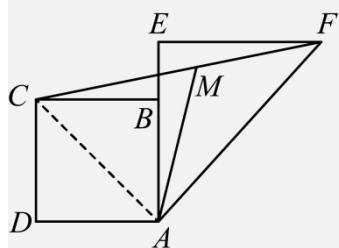
为 CF 的中点，则 AM 的长为（ ）



- A. $2\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{26}}{2}$ C. $\sqrt{26}$ D. $3\sqrt{2}$

【答案】C

【详解】解：连接 AC ，



∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $\angle BAC = 45^\circ$.

∵ $EF \perp AE$, $EF = AE$,

∴ $\triangle AEF$ 是等腰直角三角形，

∴ $\angle EAF = 45^\circ$,

∴ $\angle CAF = 90^\circ$.

∵ $AB = BC = 4$,

∴ $AC = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$.

∵ $AE = EF = AB + BE = 4 + 2 = 6$,

∴ $AF = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$,

∴ $CF = \sqrt{AC^2 + AF^2} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + (6\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{26}$.

∵ M 为 CF 的中点，

∴ $AM = \frac{1}{2}CF = \sqrt{26}$.

故选 C.

第II卷

二、填空题：本题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分。

9. 为了了解我校七年级（1）班学生的视力情况，采用什么调查方式比较合适_____（“普查”或“抽样调查”）。

【答案】普查

【详解】解：为了了解我校七年级（1）班学生的视力情况，采用普查的调查方式比较合适；
故答案为：普查。

10. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $P(1, -2)$ 关于原点对称的点的坐标是_____。

【答案】 $(-1, 2)$

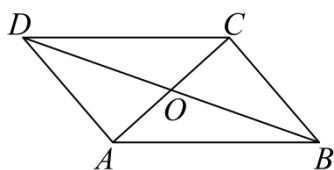
【详解】解：点 $P(1, -2)$ 关于原点对称的点的坐标是 $(-1, 2)$ 。
故答案为： $(-1, 2)$ 。

11. “把 5 个苹果放入两个果盘，有一个果盘中多于 2 个苹果”是_____事件。（填“必然”或“随机”）

【答案】必然

【详解】解：“把 5 个苹果放入两个果盘，有一个果盘中多于 2 个苹果”是必然事件，
故答案为：必然

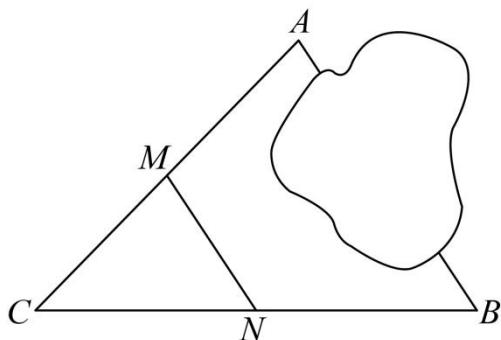
12. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， AC 与 BD 相交于点 O ， $AB = CD$ ，添加条件_____，可得四边形 $ABCD$ 为平行四边形（只需添加一个条件）



【答案】 $AB \parallel CD$

【详解】解：一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，
故可添加 $AB \parallel CD$ ，
故答案为： $AB \parallel CD$ 。

13. 某次研学过程中，老师让同学们利用所学知识测量被池塘隔开的 A 、 B 两点之间的距离。小明同学想到可以在不远处选择 C 点，测量 AC 、 BC 的中点 M 、 N 的距离。如图所示，若 $MN = 3$ 米，则 AB 的距离为_____。



【答案】 6m

【详解】解：∵ M 是 AC 的中点， N 是 BC 的中点，

∴ MN 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

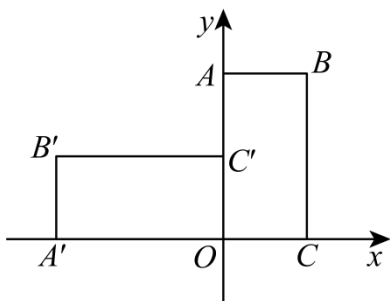
$$\therefore MN = \frac{1}{2} AB,$$

$$\therefore MN = 3 \text{ 米},$$

$$\therefore AB = 2MN = 6(\text{m}),$$

故答案为： 6m .

14. 如图，在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为 $(0,2)$ ，点 C 的坐标为 $(1,0)$ 。以 OA ， OC 为边作矩形 $OABC$ ，若将矩形 $OABC$ 绕点 O 逆时针旋转 90° ，得到矩形 $OA'B'C'$ ，则点 B' 的坐标为_____。



【答案】 $(-2,1)$

【详解】解：∵ 点 A 的坐标为 $(0,2)$ ，点 C 的坐标为 $(1,0)$ ，

$$\therefore OA = 2, \quad OC = 1,$$

∵ 四边形 $OABC$ 是矩形，

$$\therefore AB = OC = 1, \quad OA = BC = 2, \quad \angle OAB = \angle ABC = \angle BCO = 90^\circ,$$

∵ 将矩形 $OABC$ 绕点 O 逆时针旋转，得到矩形 $OA'B'C'$ ，点 B' 在第二象限，

$$\therefore A'B' = AB = 1, \quad B'C' = BC = 2, \quad \angle OA'B' = \angle A'B'C' = \angle B'C'O = 90^\circ,$$

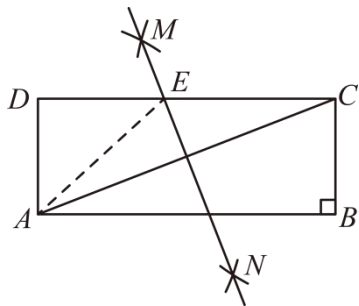
∴ 点 B' 的坐标为 $(-2,1)$ ，

故答案为： $(-2,1)$ 。

15. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，小聪同学利用直尺和圆规完成了如下操作：

①分别以点 A 和 C 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}AC$ 的长为半径作弧，两弧相交于点 M 和 N ；

②作直线 MN 交 CD 于点 E ，若 $DE=3$ ， $CE=5$ ，对角线 AC 的长为_____。



【答案】 $4\sqrt{5}$

【详解】解：由作法得 MN 垂直平分 AC ，

$$\therefore AE = CE = 5,$$

$$\because DE = 3,$$

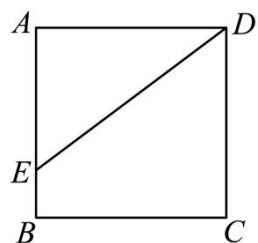
$$\therefore CD = 5 + 3 = 8,$$

$$\text{在 Rt } ADE \text{ 中, } AD = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\text{在 Rt } ADC \text{ 中, } AC = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}.$$

故答案为： $4\sqrt{5}$ 。

16. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 8，点 E 在 AB 上， $AE=6$ ，当点 F 在边 BC 或 DC 上时， DEF 是以 DE 为斜边的直角三角形，则 BF 的长为_____。



【答案】 4 或 $2\sqrt{17}$

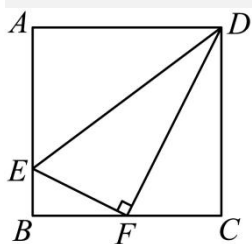
【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ, AB = AE + BE = BC = CD = AD = 8,$$

$$\because AE = 6,$$

$$\therefore BE = 2, \quad DE = \sqrt{AE^2 + AD^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

当点 F 在边 BC 时，如图，



$\therefore DEF$ 是以 DE 为斜边的直角三角形，

$$\therefore EF^2 + DF^2 = DE^2,$$

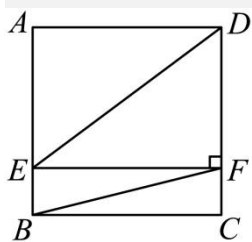
$$\therefore \angle B = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore BE^2 + BF^2 + CF^2 + CD^2 = DE^2,$$

$$\therefore 2^2 + BF^2 + (8 - BF)^2 + 8^2 = 10^2,$$

$$\therefore BF = 4;$$

当点 F 在边 DC 上时，如图，



$\therefore DEF$ 是以 DE 为斜边的直角三角形，

$$\therefore \angle DFE = \angle EFC = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $BCFE$ 是正方形，

$$\therefore EF = BC = 8, \quad \angle BEF = 90^\circ,$$

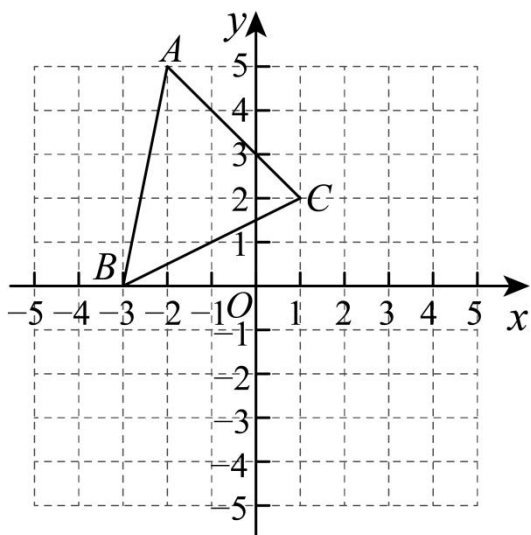
$$\therefore BF = \sqrt{BE^2 + EF^2} = \sqrt{2^2 + 8^2} = 2\sqrt{17}.$$

故答案为：4 或 $2\sqrt{17}$

三、解答题：本题共 9 小题，共 68 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (8 分) 平面直角坐标系 xOy 中， $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-2, 5)$ ， $B(-3, 0)$ ， $C(1, 2)$ 。将 $\triangle ABC$

绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，点 A ， B ， C 的对应点分别为 A_1 ， B_1 ， C_1

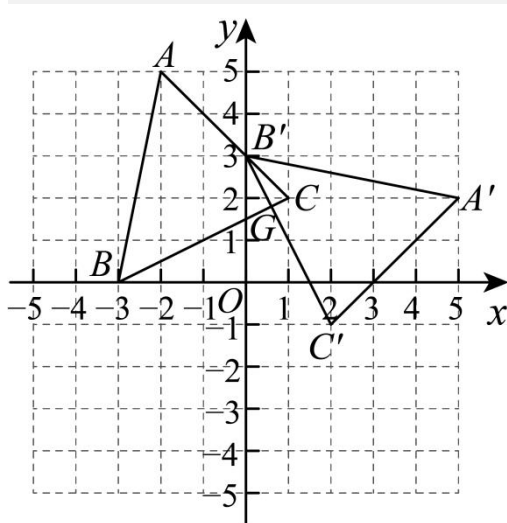


(1) 画出旋转后的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

(2) 直接写出点 C_1 的坐标；

(3) 求 V_{ABC} 的面积

【详解】(1) 解：如图所示， $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求；



.....2 分

(2) 解：由 (1) 图可得，点 C_1 的坐标为 $(2, -1)$ ；5 分

(3) 解： $S_{ABC} = 4 \times 5 - \frac{1}{2} \times 1 \times 5 - \frac{1}{2} \times 4 \times 2 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = 9$8 分

18. (6 分) 已知图 1，图 2 均为 6×5 的正方形网格，且 A, B, C 均为格点. 备注：只需分别画出一个符合要求的图形.

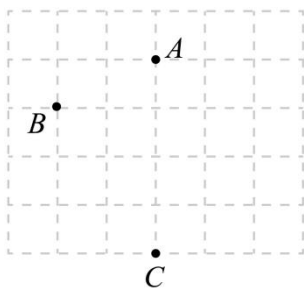


图 1

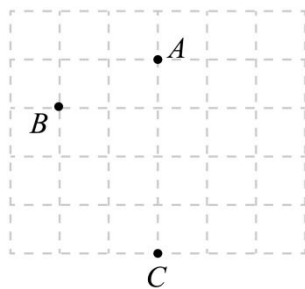


图 2

(1)在图 1 中确定格点 D ，画出以 A, B, C, D 为顶点的四边形，使该四边形为轴对称图形，但不是中心对称图形；

(2)在图 2 中确定格点 D ，画出以 A, B, C, D 为顶点的四边形，使该四边形为中心对称图形，但不是轴对称图形。

【详解】(1) 解：如图 1，四边形 $ABDC$ 是轴对称图形，不是中心对称图形，格点 D 即为所求；

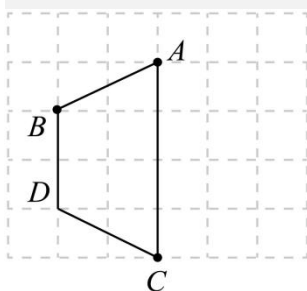


图1

.....3 分

(2) 解：如图 2，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，四边形 $ABCD$ 为中心对称图形，但不是轴对称图形，即格点 D 即为所求；

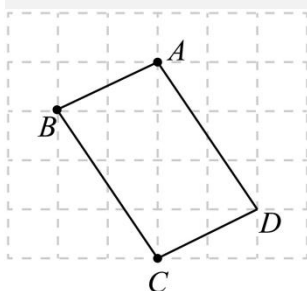
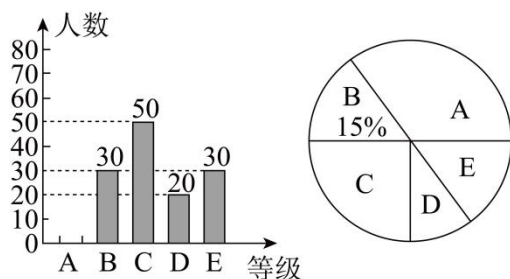


图2

.....6 分

19. (8 分) “校园安全”受到全社会的广泛关注．某校就学生对校园安全知识的了解程度，选取了八年级所有学生进行调查．通过调查统计，将该校八年级学生对校园安全知识的了解程度分为五个等级：A．非常了解；B．比较了解；C．基本了解；D．了解很少；E．不了解．并绘制了条形统计图和扇形统计图，部分信息如下．

根据图中信息，解答下列问题．



(1) 八年级有_____名学生；补全条形统计图（要求在条形图上方注明人数）。

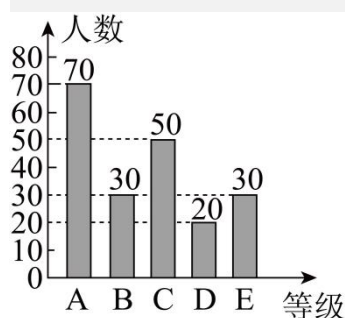
(2) 扇形统计图中 A 所对应的圆心角的度数为_____度。

(3) 若在调查中了解程度为“了解很少”和“不了解”的学生需参加学校举办的校园安全宣讲会，则在八年级学生中，宣讲会的参与率是多少？

【详解】(1) 解：根据题意，得 $30 \div 15\% = 200$ （人），

A．非常了解的人数为 $200 - 30 - 50 - 20 - 30 = 70$ （名）。

补全条形统计图如下。



故答案为：200。.....3 分

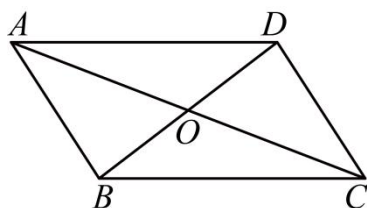
(2) 解：A 组所占圆心角为： $360^\circ \times \frac{70}{200} = 126^\circ$

故答案为：126。.....6 分

(3) 解： $\frac{20+30}{200} \times 100\% = 25\%$ 。

答：在八年级学生中，宣讲会的参与率是 25%。.....8 分

20. (6 分) 如图，在四边形 $ABCD$ 中， AC 与 BD 交于点 O ， $\angle ABD = \angle BDC$ 。



(1) 用尺规作图过点 B 作 AC 的垂线，交 AC 于点 E ：（不写作法，保留作图痕迹）

(2) 点 F 在 OC 上，连接 DF ，若 $DF \parallel BE$ ，且 $DF = BE$ ，求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形。

【详解】(1) 解：如图， BE 即为所求作；2 分

(2) 解： $\because DF \parallel BE, DF = BE,$

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是平行四边形，

$\therefore OB = OD,$

在 $\triangle ABO$ 和 $\triangle CDO$ 中，

$$\begin{cases} \angle ABO = \angle CDO \\ OB = OD \\ \angle AOB = \angle COD \end{cases},$$

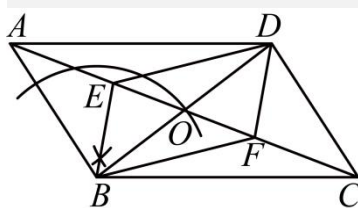
$\therefore \triangle ABO \cong \triangle CDO (\text{ASA}),$

$\therefore AB = CD,$

$\because \angle ABD = \angle BDC,$

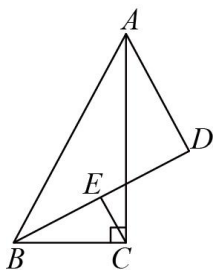
$\therefore AB \parallel CD,$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

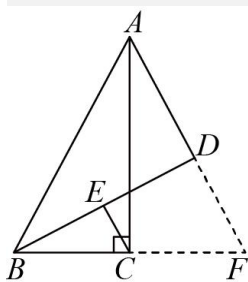


.....6 分

21. (6 分) 如图，在 $Rt \triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， D 为 $\triangle ABC$ 外一点，使 $\angle DAC = \angle BAC$ ， E 为 BD 的中点， $\angle ABC = 60^\circ$ ，求 $\angle ACE$ 的度数.



【详解】解：延长 AD 、 BC 交于 F ，



$\because \angle ACB = 90^\circ,$

$$\therefore \angle ACF = \angle ACB = 90^\circ,$$

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle AFC$ 中,

$$\begin{cases} \angle BAC = \angle DAC \\ AC = AC \\ \angle ACB = \angle ACF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AFC (ASA),$$

$$\therefore BC = FC, \angle F = \angle ABC = 60^\circ,$$

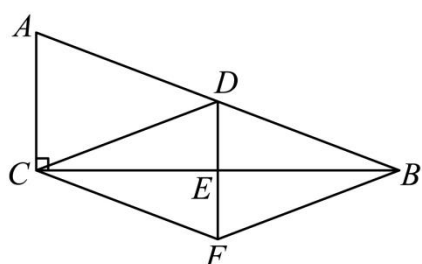
$$\therefore \angle CAF = 30^\circ,$$

$$\because E \text{ 为 } BD \text{ 的中点}, BC = FC,$$

$$\therefore EC \parallel AF,$$

$$\therefore \angle ACE = \angle CAF = 30^\circ. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

22. (8 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D, E 分别是边 AB, BC 的中点, 连接 DE 并延长到点 F , 使 $EF = DE$, 连接 CF, BF .



(1) 求证: 四边形 $CFBD$ 是菱形;

(2) 连接 AE , 若 $AE = \sqrt{13}$, $DF = 2$, 求 BC 的长.

【详解】(1) 解: $\because D, E$ 分别是边 AB, BC 的中点,

$$\therefore DE \text{ 是 } \text{Rt}\triangle ABC \text{ 的中位线}, CE = BE,$$

$$\therefore DE \parallel AC,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DEB = \angle ACB = 90^\circ, \text{ 即 } DF \perp BC,$$

$$\text{又 } \because EF = DE,$$

$$\therefore \text{四边形 } CFBD \text{ 是菱形}; \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 解: $\because DF = 2,$

$$\therefore DE = \frac{1}{2} DF = 1,$$

由（1）可得 DE 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的中位线，

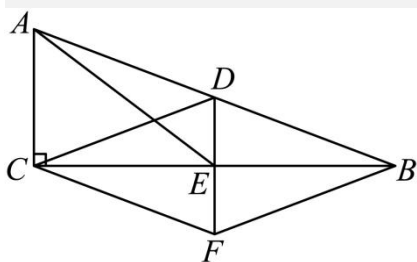
$\therefore AC = 2DE = 2$ ，

$\because AE = \sqrt{13}, AC = 2, \angle ACE = 90^\circ$ ，

$\therefore CE = \sqrt{AE^2 - AC^2} = 3$ ，

$\therefore$ 四边形 $CFBD$ 是菱形，

$\therefore BC = 2CE = 6$ 。



8分

23.（8分）同学们要善于用整体的、联系的、发展的眼光看问题，形成科学的思维习惯.

(1)观察发现

为了解某种小麦的发芽率，小明团队进行了试验，他们在相同条件下进行发芽试验，结果如下表：

试验的麦粒数 n	100	200	500	1000	2000	5000
发芽的麦粒数 m	94	191	473	954	1906	4748
发芽的频率 m	0.94	0.955	0.946	0.954	0.953	0.9496

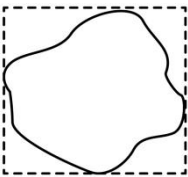
①当试验的麦粒数位 5000 时，发芽的频率为 0.9496，0.9496 是小麦发芽的概率吗？（ ）

A. 是 B. 不是

②当任取一粒麦粒，估计它能发芽的概率是_(结果精确到 0.01)

(2)探究迁移

七一班的学习小组在草地的外围画了一个长 5 米，宽 4 米的长方形，在不远处向长方形内掷石子，将石子落点进行了记录.



记录结果如下：

组别	一组	二组	三组	四组
----	----	----	----	----

项目名称				
石子落在草地内的次数	112	92	177	121
石子落在草地外长方形内的次数	28	24	43	33
石子落在长方形外的次数	10	24	32	28

同学们将四个小组的数据收集并整理，他们认为用概率的相关知识就能算出草地的面积大约是多少平方米，请你帮他们写出计算过程。（结果保留整数）

(3)拓展应用

如图，学校操场旁的地面上铺满了正方形地砖（40cm×40cm），现在向这一地面上抛掷半径为5cm的圆碟，圆碟与地砖间的缝隙相交的概率是_。（直接写出答案）



【详解】（1）①解：当试验的麦粒数位 5000 时， 发芽的频率为 0.9496，只是一次试验的频率，不能代表概率，即 0.9496 不是小麦发芽的概率，

故选：B.....1 分

②从表格看，经过多次大量重复试验，频率稳定在 0.95 左右，

∴当任取一粒麦粒，估计它能发芽的概率是 0.95，2 分

（2）解： 分别求出四个组石子落在草地内的次数占石子落在=长方形内的次数比如下：

一组： $\frac{112}{112+28} = 0.8$;

二组： $\frac{92}{92+24} \approx 0.79$

三组： $\frac{177}{177+43} \approx 0.80$

四组： $\frac{121}{121+33} \approx 0.79$

∴估计石子落在草地内的概率约为 0.8，

∴草地的大体面积为： $0.8 \times 4 \times 5 = 16$ （平方米），

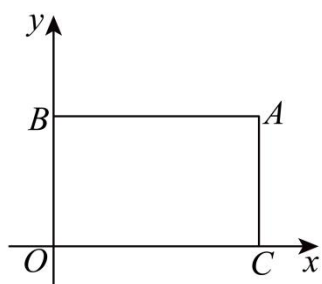
答：草地的大体面积为 16 平方米。6 分

(3)解: $\because$ 圆碟的圆心如果在正方形的地砖 $(40\text{cm} \times 40\text{cm})$ 的中心部位 $30\text{cm} \times 30\text{cm}$ 的范围外, 则与地砖间隙相交,

$\therefore$ 圆碟与地砖间的间隙相交的概率大约是 $\frac{40 \times 40 - 30 \times 30}{40 \times 40} = \frac{7}{16}$.

故答案为: $\frac{7}{16}$ 8 分

24. (8 分) 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点, 过点 $A(8,6)$ 分别作 x 轴、 y 轴的平行线, 交 y 轴于点 B , 交 x 轴于点 C , 点 P 是从点 B 出发, 沿 $B \rightarrow A \rightarrow C$ 以 2 个单位长度/秒的速度向终点 C 运动的一个动点, 运动时间为 t (秒).



(1)直接写出点 B 和点 C 的坐标 B (_____, _____)、 C (_____, _____);

(2)当点 P 运动时, 用含 t 的式子表示线段 AP 的长, 并写出 t 的取值范围;

(3)点 $D(2,0)$, 连接 PD 、 AD , 在 (2) 条件下是否存在这样的 t 值, 使 $S_{\triangle APD} = \frac{1}{8} S_{\text{四边形}ABOC}$, 若存在, 请求出 t 值, 若不存在, 请说明理由.

【详解】(1)解: $\because A(8,6)$, $AB \perp y$ 轴, $AC \perp x$ 轴

$\therefore B(0,6)$, $C(8,0)$,2 分

(2) 当点 P 在线段 BA 上时,

由 $A(8,6)$, $B(0,6)$, $C(8,0)$ 可得: $AB=8$, $AC=6$

$\therefore AP=AB-BP$, $BP=2t$,

$\therefore AP=8-2t(0 \leq t < 4)$;

当点 P 在线段 AC 上时,

$\therefore AP = \text{点 } P \text{ 走过的路程} - AB = 2t - 8(4 \leq t \leq 7)$.

$\therefore AP = \begin{cases} 8-2t(0 \leq t < 4) \\ 2t-8(4 \leq t < 7) \end{cases}$ 4 分

(3) 存在两个符合条件的 t 值,

当点 P 在线段 BA 上时

$$\because S_{\triangle APD} = \frac{1}{2} AP \cdot AC, \quad S_{\text{四边形}ABOC} = AB \cdot AC$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot (8-2t) \times 6 = \frac{1}{8} \times 8 \times 6,$$

解得: $t=3$,

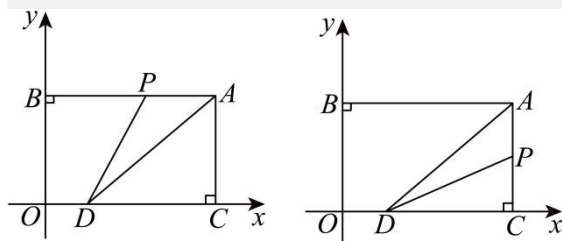
当点 P 在线段 AC 上时,

$$\because S_{\triangle APD} = \frac{1}{2} AP \cdot CD \quad CD=8-2=6$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot (2t-8) \times 6 = \frac{1}{8} \times 8 \times 6,$$

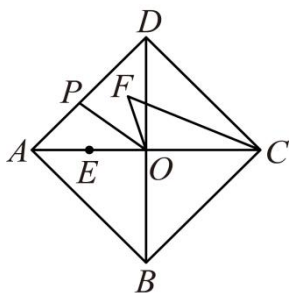
解得: $t=5$,

综上所述: 当 t 为 3 秒和 5 秒时 $S_{\triangle APD} = \frac{1}{8} S_{\text{四边形}ABOC}$.



8 分

25. (10 分) 在正方形 $ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 相交于点 O , 点 E 是 OA 的中点, $AD=4\text{cm}$, 点 P 从点 A 出发, 沿着 $AD-DC$ 向点 C 运动, 速度为每秒 1cm , 连结 OP , 做点 E 关于 OP 的对称点 F , 连结 OF , CF . 设点 P 的运动时间为 t 秒.



(1) 线段 OE 的长为_____.

(2) 当点 F 落在线段 OC 上时, 求 t 的值.

(3) 当点 P 在边 AD 上运动, 且线段 OP 最短时, 求 $\triangle OCF$ 的面积.

(4) 当 $\triangle OCF$ 是锐角三角形时, 直接写出 t 的取值范围.

【详解】(1) $\because$ 在正方形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $AD=4\text{cm}$,

$$\therefore \angle AOD = 90^\circ, \quad \angle DAO = \angle ADO = 45^\circ,$$

$$\therefore OA = OD = OC = \sqrt{4^2 \div 2} = 2\sqrt{2},$$

$\therefore$ 点 E 是 OA 的中点,

$$\therefore OE = \frac{1}{2}OA = \sqrt{2},$$

故答案为: $\sqrt{2}$;2 分

(2) 当点 F 落在线段 OC 上时,

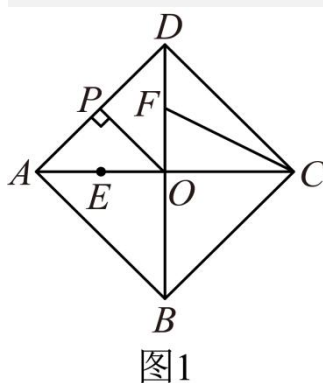
$\therefore$ 点 E 与点 F 关于 OP 对称,

$\therefore$ 点 P 与点 D 重合,

$$\therefore AP = AD,$$

即 $t = 4$;4 分

(3) 当点 P 在边 AD 上, 且线段 OP 最短时, $OP \perp AD$, 如图 1, 则 $\angle AOP = 45^\circ$,



$\therefore$ 点 E 与点 F 关于 OP 对称,

$$\therefore OF = OE = \sqrt{2}, \quad \angle FOP = \angle AOP = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle FOC = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore S_{OCF} = \frac{1}{2}OC \cdot OF = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2; \quad \text{.....6 分}$$

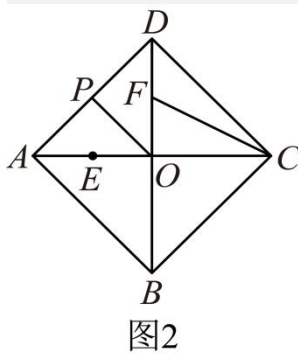
(4) $\therefore OF < OC$,

$\therefore \angle OCF$ 永远是锐角,

$\therefore$ 当 $\angle COF$ 为锐角时, 点 F 落在 $\triangle COD$ 或 $\triangle COB$ 内部,

当点 F 落在 OD 上时,

如图 2, $\therefore$ 点 E 与点 F 关于 OP 对称,



$\therefore OP$ 平分 $\angle AOD$,

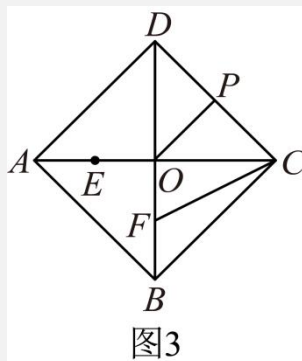
$\therefore \angle POA = 45^\circ$,

$\therefore \angle PAO = 45^\circ$,

$\therefore \triangle APO$ 为等腰直角三角形,

$\therefore AP = PO = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 \div 2} = 2 = t$,

如图 3, 当点 F 落在 OB 上时,



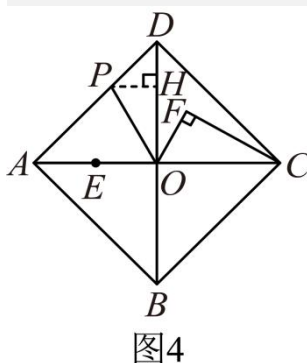
同理可得: OPC 为等腰直角三角形,

$\therefore CP = PO = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 \div 2} = 2 = t$,

$\therefore t = AD + DC - PC = 8 - 2 = 6$,

$\therefore 2 < t < 6$, $\angle COF$ 为锐角;

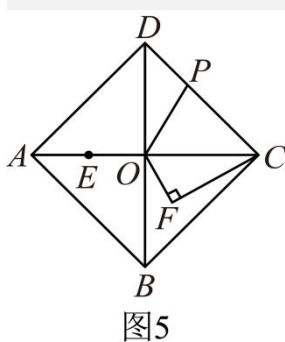
如图 4, 当 $\angle CFO$ 为直角时, 过 P 点作 $PH \perp BD$ 交 BD 于点 H ,



$$\begin{aligned}
&\therefore OF = \sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} = \frac{1}{2} OC, \\
&\therefore \angle OCF = 30^\circ \\
&\therefore \angle COF = 60^\circ, \\
&\therefore \angle FOD = 30^\circ \\
&\therefore \angle AOP = \angle POF = \frac{1}{2}(90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ, \\
&\therefore \angle POH = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ, \\
&\therefore PH = \frac{1}{2} OP, \\
&\therefore OH^2 + PH^2 = (2PH)^2, \\
&\therefore OH = \sqrt{3}PH = \sqrt{3}HD, \\
&\therefore DO = \sqrt{3}DH + DH = 2\sqrt{2}, \\
&\therefore DH = \sqrt{6} - \sqrt{2}, \\
&\therefore DH^2 + PH^2 = PD^2, \\
&\therefore PD = \sqrt{2}DH = 2\sqrt{3} - 2, \\
&\therefore AP = 4 - (2\sqrt{3} - 2) = 6 - 2\sqrt{3} = t,
\end{aligned}$$

$\therefore$ 当 $0 < t < 6 - 2\sqrt{3}$ 时, $\angle CFO$ 为锐角,

如图 5, 当 $\angle CFO$ 为直角时,



同理可得 $t = AD + PD = 4 + 2\sqrt{3} - 2 = 2 + 2\sqrt{3}$,

$\therefore$ 当 $2 + 2\sqrt{3} < t < 8$ 时, $\angle CFO$ 为锐角,

$\therefore$ 综上所述, 当 $\triangle OCF$ 是锐角三角形时, t 的取值范围为 $2 < t < 6 - 2\sqrt{3}$ 或 $2 + 2\sqrt{3} < t < 6$.

10 分