

# 2022-2023 学年江苏省无锡市锡山区天一实验学校八年级（下）期中数学

## 试卷

### 一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。）

1. (3 分) 下列中国能源企业的 Logo 图案是中心对称图形的是 ( )



2. (3 分) 要了解一批灯泡的使用寿命，从中任意抽取 100 只灯泡进行实验，在这个问题中 100 是 ( )

- A. 个体  
B. 总体  
C. 样本容量  
D. 总体的一个样本

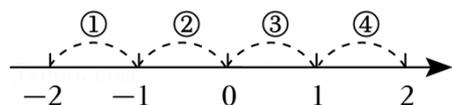
3. (3 分) 下列各式中，属于分式的是 ( )

- A.  $\frac{1}{2}x$       B.  $\frac{x+1}{\pi}$       C.  $\frac{3}{x+1}$       D.  $\frac{x+y}{2}$

4. (3 分) 下列说法正确的是 ( )

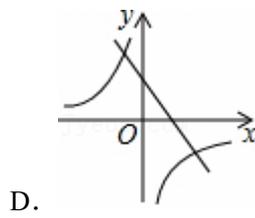
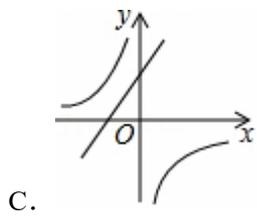
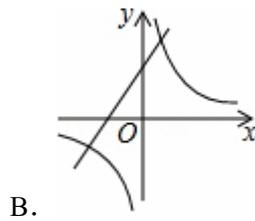
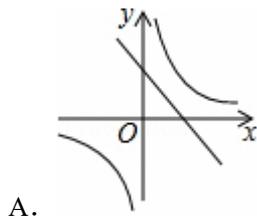
- A. “清明时节雨纷纷”是必然事件  
B. 抛掷一枚质地均匀的硬币两次，必有一次正面朝上  
C. 为了解我国中学生课外阅读情况，应采取普查的方式  
D. 为了解一批医用口罩的过滤性能，适合采用抽样调查的方式进行

5. (3 分) 如图，若  $a=2b$ ，则表示  $\frac{a^2-ab}{a^2-b^2}$  的值的点落在 ( )

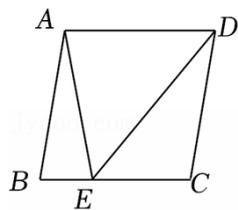


- A. 第①段      B. 第②段      C. 第③段      D. 第④段

6. (3 分) 在同一平面直角坐标系中，函数  $y = -kx+k$  与  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象大致是 ( )

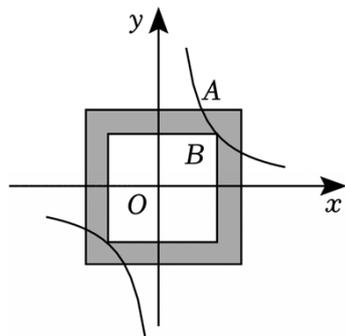


7. (3分) 如图, 已知  $E$  是菱形  $ABCD$  的边  $BC$  上一点, 且  $\angle DAE = \angle B = 80^\circ$ , 那么  $\angle CDE$  的度数为( )



- A.  $35^\circ$                       B.  $30^\circ$                       C.  $25^\circ$                       D.  $20^\circ$

8. (3分) 如图, 大、小两个正方形的中心均与平面直角坐标系的原点  $O$  重合, 边分别与坐标轴平行. 反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象, 与大正方形的一边交于点  $A(\frac{3}{2}, 4)$ , 且经过小正方形的顶点  $B$ , 则图中阴影部分的面积为( )

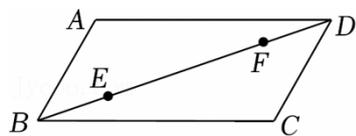


- A. 10                      B. 30                      C. 40                      D.  $\frac{160}{3}$

9. (3分) 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中,  $AD = 2AB = 2$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $E, F$  是对角线  $BD$  上的动点, 且  $BE = DF$ ,  $M, N$  分别是边  $AD$ , 边  $BC$  上的动点. 下列四种说法:

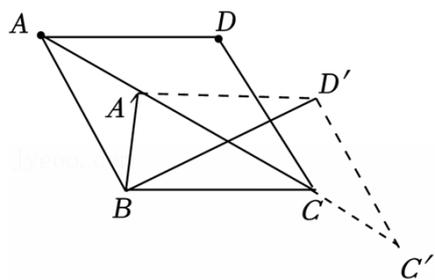
- ① 存在无数个平行四边形  $MENF$ ;
- ② 存在无数个矩形  $MENF$ ;
- ③ 存在无数个菱形  $MENF$ ;
- ④ 存在无数个正方形  $MENF$ .

其中正确的个数是 ( )



- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

10. (3分) 如图, 在边长为4的菱形  $ABCD$  中,  $\angle ABC=120^\circ$ , 将  $\triangle ADC$  沿射线  $AC$  的方向平移得到  $\triangle A'D'C'$ , 分别连接  $A'B, D'B$ , 则  $A'B+D'B$  的最小值为 ( )



- A.  $4\sqrt{3}$                       B.  $2\sqrt{3}$                       C.  $4\sqrt{6}$                       D.  $2\sqrt{6}$

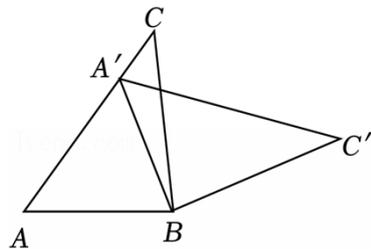
二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分.)

11. (3分) 若分式  $\frac{x}{x-2}$  无意义, 则  $x$  的值为 \_\_\_\_\_.

12. (3分) 在一次数学测试中, 将某班 50 名学生的成绩分为 5 组, 第一组到第四组的频率之和为 0.8, 则第 5 组的频数是 \_\_\_\_\_.

13. (3分)  $\frac{1}{2a^2b}$  与  $\frac{a+b}{ab^2c}$  的最简公分母为 \_\_\_\_\_.

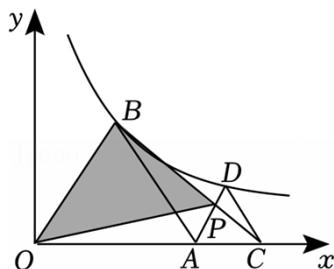
14. (3分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A=56^\circ$ , 将  $\triangle ABC$  绕点  $B$  旋转得到  $\triangle A'BC'$ , 且点  $A'$  落在  $AC$  边上, 则  $\angle CA'C=$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



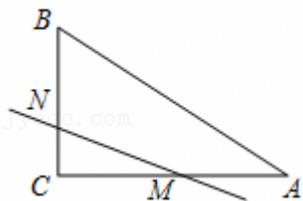
15. (3分) 对于函数  $y=\frac{2}{x}$ , 当  $y<1$  时,  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

16. (3分) 已知关于  $x$  的分式方程  $\frac{x-1}{x-2}=\frac{m}{x-2}$  的解是非负数, 则  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

17. (3分) 如图,  $\triangle AOB$  和  $\triangle ACD$  均为正三角形, 顶点  $B, D$  在双曲线  $y=\frac{8}{x}$  ( $x>0$ ) 上, 线段  $BC, AD$  交于点  $P$ , 则  $S_{\triangle OBP}=$  \_\_\_\_\_.



18. (3分) 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $BC=6$ ,  $AC=8$ , 点  $M$  是  $AC$  边的中点, 点  $N$  是  $BC$  边上的任意一点, 若点  $C$  关于直线  $MN$  的对称点  $C'$  恰好落在  $\triangle ABC$  的中位线上, 则  $CN$  的长为\_\_\_\_\_.



### 三、解答题 (本大题共 9 小题, 共 76 分.)

19. (8分) 计算:

(1)  $\frac{a^2}{a-1} - a - 1$ ;

(2)  $\frac{m-1}{m} \div (m - \frac{1}{m})$ .

20. (8分) 解方程:

(1)  $\frac{1}{x+1} = \frac{4}{x-2}$ ;

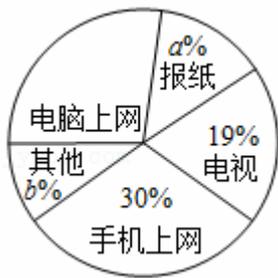
(2)  $\frac{x+3}{2x-6} - \frac{x}{x-3} = 2$ .

21. (8分) 随着信息技术的不断发展, 人们获取信息的途径越来越多, 随之而来的是报纸订阅量的不断下降. 因此, 某报社的记者为了了解市民“获取新闻最主要的途径”, 开展了一次随机抽样调查, 要求被调查的市民必选且只能选择其中一项. 他根据调查结果绘制了一幅不完整的扇形统计图, 根据统计图可知, “手机上网”和“电脑上网”作为“获取新闻最主要的途径”的市民分别有 240 人和 224 人, 在扇形统计图中  $a, b$  满足  $a - b = 3$ . 请根据所给信息, 解答下列问题:

(1) 请计算扇形统计图中“电脑上网”所在扇形的圆心角的度数;

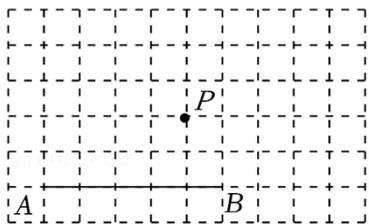
(2) 求扇形统计图中  $a, b$  的值;

(3) 若该市约有 20 万人, 求通过电脑上网和手机上网两种方式作为“获取新闻最主要的途径”约有多少人?

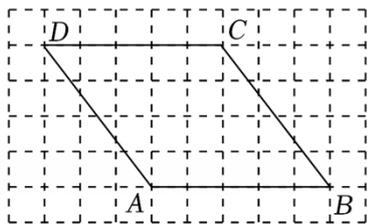


22. (6分) 图①、图②、图③均是  $10 \times 6$  的正方形网格，每个小正方形的边长均为 1，每个小正方形的顶点称为格点，点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $P$  均在格点上，只用无刻度的直尺，分别在给定的网格中按下列要求作图，保留作图痕迹。

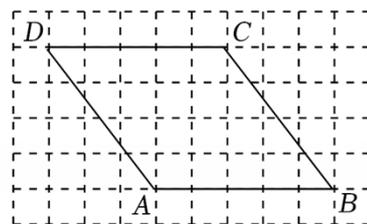
- (1) 在图①中，作以点  $P$  为对称中心的平行四边形  $ABEF$ 。
- (2) 在图②中，作四边形  $ABCD$  的边  $BC$  上的高  $AM$ 。
- (3) 在图③中，在四边形  $ABCD$  的边  $CD$  上找一点  $N$ ，连结  $AN$ ，使  $\angle DAN = 45^\circ$ 。



图①



图②

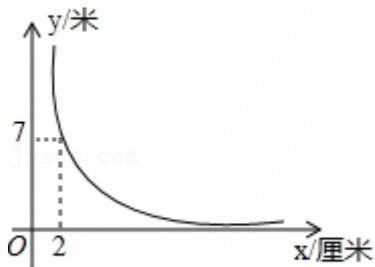


图③

23. (6分) 1896年，挪威生理学家古德贝发现，每个人有一条腿迈出的步子比另一条腿迈出的步子长的特点，这就导致每个人在蒙上眼睛行走时，虽然主观上沿某一方向直线前进，但实际上走出的是一个大大圆圈!这就是有趣的“瞎转圈”现象。经研究，某人蒙上眼睛走出的大圆圈的半径  $y$ /米是其两腿迈出的步长之差  $x$ /厘米 ( $x > 0$ ) 的反比例函数，其图象如图所示。

请根据图象中的信息解决下列问题：

- (1) 求  $y$  与  $x$  之间的函数表达式；
- (2) 当某人两腿迈出的步长之差为 0.5 厘米时，他蒙上眼睛走出的大圆圈的半径为\_\_\_\_\_米；
- (3) 若某人蒙上眼睛走出的大圆圈的半径不小于 35 米，则其两腿迈出的步长之差最多是多少厘米？

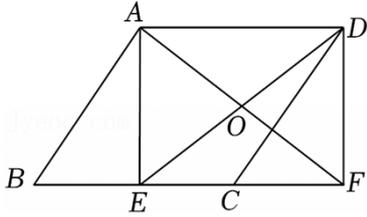


24. (8分) 如图，在  $\square ABCD$  中， $AE \perp BC$  于点  $E$ ，延长  $BC$  至点  $F$ ，使  $CF = BE$ ，连接  $DF$ ， $AF$  与  $DE$  交

于点  $O$ .

(1) 求证: 四边形  $AEFD$  为矩形;

(2) 若  $AB=3$ ,  $OE=2$ ,  $BF=5$ , 求  $DF$  的长.



25. (10分) 某汽车网站对两款价格相同, 续航里程相同的汽车做了一次评测, 一款为燃油车, 另一款为纯电新能源车. 得到相关数据如下:

燃油车	纯电新能源车
油箱容积: 48 升	电池容量: 90 千瓦时
油价: 8 元/升	电价: 0.6 元/千瓦时

(1) 设两款车的续航里程均为  $a$  千米, 请用含  $a$  的代数式表示燃油车和纯电新能源车的每千米行驶费用;

(2) 若燃油车每千米行驶费用比纯电新能源车多 0.55 元.

① 请分别求出这两款车的每千米行驶费用;

② 若燃油车和纯电新能源车每年的其它费用分别为 4800 元和 8100 元. 问: 每年行驶里程超过多少千米时, 新能源车的年费用更低? (年费用 = 年行驶费用 + 年其它费用)

26. (12分) 如图 1, 已知反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象与一次函数  $y = x - 1$  的图象相交于  $A(2, a)$ ,  $B(b, -2)$  两点.

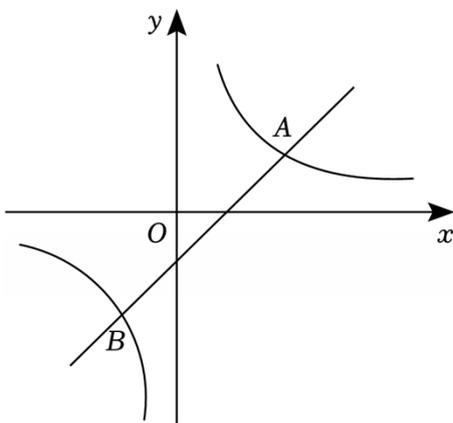


图1

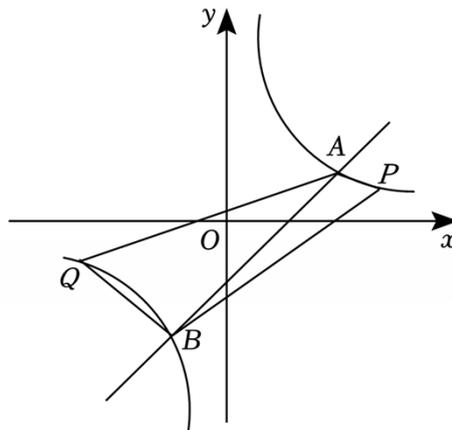


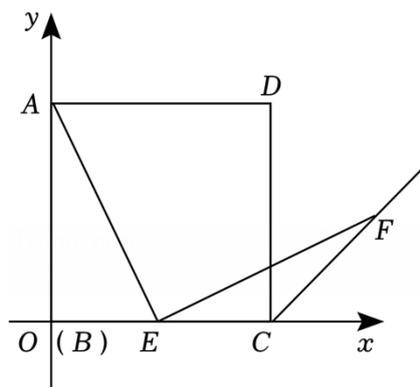
图2

(1) 求反比例函数的表达式及  $A, B$  两点的坐标;

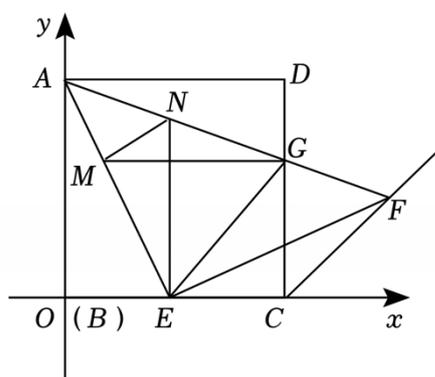
(2)  $M$  是  $x$  轴上一点,  $N$  是  $y$  轴上一点, 若以  $A, B, M, N$  为顶点的四边形是以  $AB$  为边的平行四边形, 求点  $M$  的坐标;

(3) 如图 2, 反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上有  $P, Q$  两点, 点  $P$  的横坐标为  $m$  ( $m > 2$ ), 点  $Q$  的横坐标与点  $P$  的横坐标互为相反数, 连接  $AP, AQ, BP, BQ$ . 是否存在这样的  $m$  使得  $\triangle ABQ$  的面积与  $\triangle ABP$  的面积相等, 若存在, 求出  $m$  的值; 若不存在, 请说明理由.

27. (10 分) 将正方形  $ABCD$  放置在平面直角坐标系中,  $B$  与原点重合, 点  $A$  的坐标为  $(0, a)$ , 点  $E$  的坐标为  $(b, 0)$ , 并且实数  $a, b$  使式子  $|a - 6| + (b - 3)^2 = 0$  成立.



图①



图②

(1) 直接写出点  $D, E$  的坐标:  $D$  \_\_\_\_\_,  $E$  \_\_\_\_\_;

(2)  $\angle AEF = 90^\circ$ , 且  $EF$  交正方形外角的平分线  $CF$  于点  $F$ .

①如图①, 求证:  $AE = EF$ ;

②如图②, 连接  $AF$  交  $DC$  于点  $G$ , 作  $GM \parallel AD$  交  $AE$  于点  $M$ , 作  $EN \parallel AB$  交  $AF$  于点  $N$ , 连接  $MN$ , 求四边形  $MNGE$  的面积.

# 2022-2023 学年江苏省无锡市锡山区天一实验学校八年级（下）期中数学

## 试卷

### 参考答案与试题解析

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	C	C	D	C	A	B	C	C	A

### 一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。）

1. (3 分) 下列中国能源企业的 Logo 图案是中心对称图形的是 ( )



**【分析】** 根据中心对称图形的定义，对选项一一进行分析，即可得出答案.

**【解答】** 解：A 不是中心对称图形，故不符合题意；

B 不是中心对称图形，故不符合题意；

C 不是中心对称图形，故不符合题意；

D 是中心对称图形，故符合题意.

故选：D.

**【点评】** 本题考查了中心对称图形的识别，解本题的关键在熟练掌握中心对称图形的定义. 把一个图形绕着某一点旋转  $180^\circ$ ，如果旋转后的图形能够和原来的图形相互重合，那么这个图形叫中心对称图形.

2. (3 分) 要了解一批灯泡的使用寿命，从中任意抽取 100 只灯泡进行实验，在这个问题中 100 是 ( )

- A. 个体
- B. 总体
- C. 样本容量
- D. 总体的一个样本

**【分析】** 首先找出考查的对象是灯泡的使用寿命，从中任意抽取 100 只灯泡，100 是指抽取的样本的个数，即样本容量.

**【解答】** 解：本题中任意抽取的 100 只灯泡是样本，对于其中的 100，只是样本中个体的数目，所以是

样本容量.

故选: C.

**【点评】** 本题主要考查了样本容量的概念, 注意样本和样本容量的区别是解题的关键.

3. (3分) 下列各式中, 属于分式的是 ( )

- A.  $\frac{1}{2}x$       B.  $\frac{x+1}{\pi}$       C.  $\frac{3}{x+1}$       D.  $\frac{x+y}{2}$

**【分析】** 根据分式的定义逐个判断即可.

**【解答】** 解: A、分母中没有字母, 不是分式, 故本选项不符合题意;

B、分母中没有字母, 不是分式, 故本选项不符合题意;

C、分母中有字母, 是分式, 故本选项符合题意;

D、分母中没有字母, 不是分式, 故本选项不符合题意;

故选: C.

**【点评】** 本题考查了分式的定义, 能熟记分式的定义的内容是解此题的关键, 注意: 分式的分母中含有字母.

4. (3分) 下列说法正确的是 ( )

A. “清明时节雨纷纷”是必然事件

B. 抛掷一枚质地均匀的硬币两次, 必有一次正面朝上

C. 为了解我国中学生课外阅读情况, 应采取普查的方式

D. 为了解一批医用口罩的过滤性能, 适合采用抽样调查的方式进行

**【分析】** 根据事件的分类, 概率的意义, 普查与抽样调查逐项分析判断即可求解.

**【解答】** 解: A. “清明时节雨纷纷”是随机事件, 原说法错误, 不符合题意;

B. 抛掷一枚质地均匀的硬币两次, 可能有一次正面朝上, 原说法错误, 不符合题意;

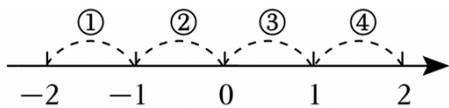
C. 为了解我国中学生课外阅读情况, 范围广, 应采取抽样调查的方式, 原说法错误, 不符合题意;

D. 为了解一批医用口罩的过滤性能, 调查具有破坏性, 适合采用抽样调查的方式进行, 正确, 符合题意,

故选: D.

**【点评】** 本题考查了事件的分类, 概率的意义, 普查与抽样调查, 熟练掌握事件的分类, 概率的意义, 普查与抽样调查的定义是解题的关键.

5. (3分) 如图, 若  $a=2b$ , 则表示  $\frac{a^2-ab}{a^2-b^2}$  的值的点落在 ( )



- A. 第①段                  B. 第②段                  C. 第③段                  D. 第④段

【分析】根据分式的乘除运算法则即可求出答案.

【解答】解：原式 =  $\frac{a(a-b)}{(a+b)(a-b)}$

$$= \frac{a}{a+b},$$

当  $a=2b$  时,

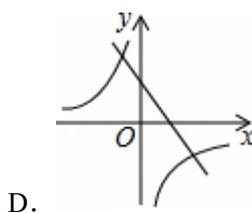
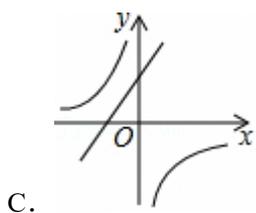
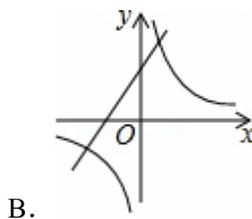
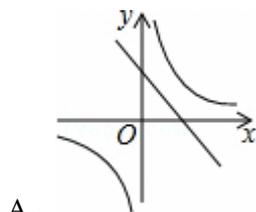
$$\text{原式} = \frac{2b}{2b+b}$$

$$= \frac{2}{3},$$

故选：C.

【点评】本题考查分式的值，解题的关键是熟练运用分式的乘除运算法则，本题属于基础题型.

6. (3分) 在同一平面直角坐标系中，函数  $y = -kx+k$  与  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象大致是 ( )



【分析】根据  $k$  的取值范围，分别讨论  $k > 0$  和  $k < 0$  时的情况，然后根据一次函数和反比例函数图象的特点进行选择正确答案.

【解答】解：①当  $k > 0$  时，

一次函数  $y = -kx+k$  经过一、三、四象限，

反比例函数的  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象经过一、三象限，

故 A 选项的图象符合要求，

②当  $k < 0$  时，

一次函数  $y = kx - k$  经过一、三、四象限，

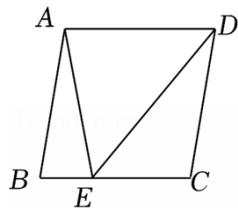
反比例函数的  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象经过二、四象限，

没有符合条件的选项.

故选: A.

**【点评】** 此题考查反比例函数的图象问题; 用到的知识点为: 反比例函数与一次函数的  $k$  值相同, 则两个函数图象必有交点; 一次函数与  $y$  轴的交点与一次函数的常数项相关.

7. (3分) 如图, 已知  $E$  是菱形  $ABCD$  的边  $BC$  上一点, 且  $\angle DAE = \angle B = 80^\circ$ , 那么  $\angle CDE$  的度数为 ( )



- A.  $35^\circ$                       B.  $30^\circ$                       C.  $25^\circ$                       D.  $20^\circ$

**【分析】** 由菱形的性质得出  $AD \parallel BC$ ,  $AB = AD$ ,  $\angle ADC = \angle B = 80^\circ$ , 则  $\angle AEB = \angle DAE = \angle B = 80^\circ$ , 得  $AE = AB = AD$ , 再由三角形内角和定理求出  $\angle ADE = 50^\circ$ , 即可得出答案.

**【解答】** 解:  $\because$  四边形  $ABCD$  是菱形,

$$\therefore AD \parallel BC, AB = AD, \angle ADC = \angle B = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle DAE = \angle B = 80^\circ,$$

$$\therefore AE = AB = AD,$$

$$\therefore \angle ADE = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle DAE) = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle ADC - \angle ADE = 80^\circ - 50^\circ = 30^\circ,$$

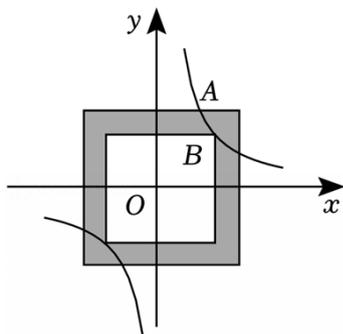
故选: B.

**【点评】** 本题考查了菱形的性质、平行线的性质、等腰三角形的判定与性质、三角形内角和定理等知识, 熟练掌握菱形的性质和等腰三角形的判定与性质是解题的关键.

8. (3分) 如图, 大、小两个正方形的中心均与平面直角坐标系的原点  $O$  重合, 边分别与坐标轴平行. 反

比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象, 与大正方形的一边交于点  $A (\frac{3}{2}, 4)$ , 且经过小正方形的顶点  $B$ , 则图中阴影

部分的面积为 ( )



- A. 10                      B. 30                      C. 40                      D.  $\frac{160}{3}$

**【分析】**先根据待定系数法求出  $k$  即可得到反比例函数的解析式，再根据反比例函数系数  $k$  的几何意义求出小正方形的面积为  $4m^2=24$ ，再求出大正方形在第一象限的顶点坐标，得到大正方形的面积为  $4 \times 4^2=64$ ，根据图中阴影部分的面积=大正方形的面积 - 小正方形的面积即可求出结果.

**【解答】**解：∵反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  的图象经过点  $A\left(\frac{3}{2}, 4\right)$ ,

$$\therefore k=\frac{3}{2} \times 4=6,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y=\frac{6}{x},$$

∵小正方形的中心与平面直角坐标系的原点  $O$  重合，边分别与坐标轴平行，

∴设  $B$  点的坐标为  $(m, m)$ ,

∵反比例函数  $y=\frac{6}{x}$  的图象经过  $B$  点，

$$\therefore m=\frac{6}{m},$$

$$\therefore m^2=6,$$

∴小正方形的面积为  $4m^2=24$ ,

∵大正方形的中心与平面直角坐标系的原点  $O$  重合，边分别与坐标轴平行，且  $A\left(\frac{3}{2}, 4\right)$ ,

∴大正方形在第一象限的顶点坐标为  $(4, 4)$ ,

∴大正方形的面积为  $4 \times 4^2=64$ ,

∴图中阴影部分的面积=大正方形的面积 - 小正方形的面积=64 - 24=40.

故选：C.

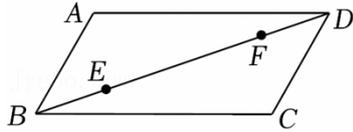
**【点评】**本题主要考查了待定系数法求反比例函数的解析式，反比例函数系数  $k$  的几何意义，正方形的性质，熟练掌握反比例函数系数  $k$  的几何意义是解决问题的关键.

9. (3分) 如图，在平行四边形  $ABCD$  中， $AD=2AB=2$ ， $\angle ABC=60^\circ$ ， $E, F$  是对角线  $BD$  上的动点，

且  $BE=DF$ ,  $M, N$  分别是边  $AD$ , 边  $BC$  上的动点. 下列四种说法:

- ①存在无数个平行四边形  $MENF$ ;
- ②存在无数个矩形  $MENF$ ;
- ③存在无数个菱形  $MENF$ ;
- ④存在无数个正方形  $MENF$ .

其中正确的个数是 ( )



- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

**【分析】** 根据题意作出合适的辅助线, 然后逐一分析即可.

**【解答】** 解: 连接  $AC, MN$ , 且令  $AC, MN, BD$  相交于点  $O$ ,

$\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$\therefore OA=OC, OB=OD$ ,

$\because BE=DF$ ,

$\therefore OE=OF$ ,

只要  $OM=ON$ , 那么四边形  $MENF$  就是平行四边形,

$\because$  点  $E, F$  是  $BD$  上的动点,

$\therefore$  存在无数个平行四边形  $MENF$ , 故①正确;

只要  $MN=EF, OM=ON$ , 则四边形  $MENF$  是矩形,

$\because$  点  $E, F$  是  $BD$  上的动点,

$\therefore$  存在无数个矩形  $MENF$ , 故②正确;

只要  $MN \perp EF, OM=ON$ , 则四边形  $MENF$  是菱形,

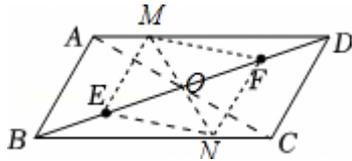
$\because$  点  $E, F$  是  $BD$  上的动点,

$\therefore$  存在无数个菱形  $MENF$ , 故③正确;

只要  $MN=EF, MN \perp EF, OM=ON$ , 则四边形  $MENF$  是正方形,

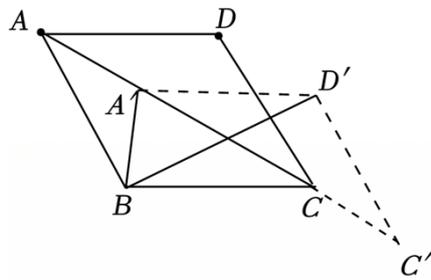
而符合要求的正方形只有一个, 故④错误;

故选: C.



**【点评】** 本题考查正方形的判定、菱形的判定、矩形的判定、平行四边形的判定，解答本题的关键是明确题意，作出合适的辅助线.

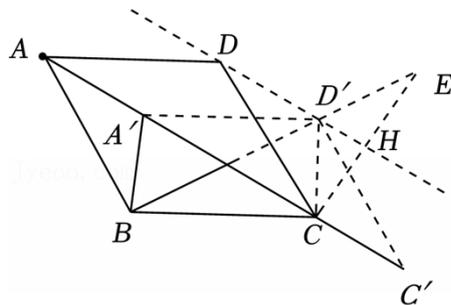
10. (3分) 如图，在边长为4的菱形  $ABCD$  中， $\angle ABC=120^\circ$ ，将  $\triangle ADC$  沿射线  $AC$  的方向平移得到  $\triangle A'D'C'$ ，分别连接  $A'B$ ， $D'B$ ，则  $A'B+D'B$  的最小值为 ( )



- A.  $4\sqrt{3}$       B.  $2\sqrt{3}$       C.  $4\sqrt{6}$       D.  $2\sqrt{6}$

**【分析】** 根据菱形的性质得到  $AB=4$ ， $\angle ABC=120^\circ$ ，得出  $\angle BAC=30^\circ$ ，根据平移的性质得到  $A'D'=AD=4$ ， $A'D' \parallel AD$ ，推出四边形  $A'BCD'$  是平行四边形，得到  $A'B=D'C$ ，于是得到  $A'B+D'B$  的最小值 =  $CD'+BD'$  的最小值，根据平移的性质得到点  $D'$  在过点  $D$  且平行于  $AC$  的定直线上，作点  $C$  关于定直线的对称点  $E$ ，连接  $BE$  交定直线于  $D'$ ，则  $BE$  的长度即为  $A'B+D'B$  的最小值，求得  $CE=CB$ ，得到  $\angle E=\angle CBE=30^\circ$ ，于是得到结论.

**【解答】** 解：∵ 在边长为4的菱形  $ABCD$  中， $\angle ABC=120^\circ$ ，



∴  $AB=CD=4$ ， $\angle BAC=\angle DAC=30^\circ$ ，

∴ 将  $\triangle ADC$  沿射线  $AC$  的方向平移得到  $\triangle A'D'C'$ ，

∴  $A'D'=AD=4$ ， $A'D' \parallel AD$ ，

∴ 四边形  $ABCD$  是菱形，

∴  $AD=CB$ ， $AD \parallel CB$ ，

∴  $\angle ADC=120^\circ$ ，

$\therefore A'D' = CB, A'D' \parallel CB,$

$\therefore$  四边形  $A'BCD'$  是平行四边形,

$\therefore A'B = D'C,$

$\therefore A'B + D'B$  的最小值  $= CD' + BD'$  的最小值,

$\therefore$  点  $D'$  在过点  $D$  且平行于  $AC$  的定直线上,

$\therefore$  作点  $C$  关于定直线的对称点  $E$ , 连接  $BE$  交定直线于  $D'$ ,

则  $BE$  的长度即为  $A'B + D'B$  的最小值,

在  $Rt\triangle CHD$  中,

$\therefore \angle D'DC = \angle ACD = 30^\circ, CD = 4,$

$\therefore CH = EH = \frac{1}{2}CD = 2,$

$\therefore CE = 4,$

$\therefore CE = CB,$

$\therefore \angle ECB = \angle ECA + \angle ACB = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ,$

$\therefore \angle E = \angle CBE = 30^\circ,$

$\therefore BE = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}CD = 4\sqrt{3}.$

故选:  $A$ .

**【点评】** 本题考查了轴对称 - 最短路线问题, 菱形的性质, 矩形的判定和性质, 解直角三角形, 平移的性质, 正确地理解题意是解题的关键.

## 二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分.)

11. (3 分) 若分式  $\frac{x}{x-2}$  无意义, 则  $x$  的值为 2.

**【分析】** 根据分式的分母为 0, 分式无意义, 进行计算即可解答.

**【解答】** 解: 由题意得:

$$x - 2 = 0,$$

$$\therefore x = 2,$$

故答案为: 2.

**【点评】** 本题考查了分式有意义的条件, 熟练掌握分式的分母为 0, 分式无意义是解题的关键.

12. (3 分) 在一次数学测试中, 将某班 50 名学生的成绩分为 5 组, 第一组到第四组的频率之和为 0.8, 则第 5 组的频数是 10.

**【分析】** 根据频率之和等于 1 求得第 5 组的频率, 再由频数 = 频率  $\times$  总数计算可得.

【解答】解：∵第一组到第四组的频率之和为 0.8，

∴第五组的频率为  $1 - 0.8 = 0.2$ ，

则第五组的频数为  $50 \times 0.2 = 10$ 。

故答案为：10。

【点评】本题主要考查频数与频率，解题的关键是掌握频数之和等于总数、频率之和等于 1，频率 = 频数 ÷ 总数。

13. (3分)  $\frac{1}{2a^2b}$  与  $\frac{a+b}{ab^2c}$  的最简公分母为  $2a^2b^2c$ 。

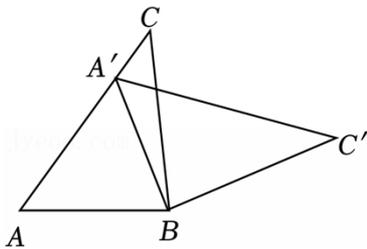
【分析】根据最简公分母的定义求解即可，确定最简公分母的一般方法：①如果各分母都是单项式，那么最简公分母就是各项系数的最小公倍数和所有字母的最高次幂的积，②如果各分母都是多项式，先把它们分解因式，然后把每个因式当做一个字母，再从系数、相同字母求最简公分母。

【解答】解：分式  $\frac{1}{2a^2b}$  与  $\frac{a+b}{ab^2c}$  的最简公分母为  $2a^2b^2c$ 。

故答案为： $2a^2b^2c$ 。

【点评】本题考查了最简公分母，掌握确定最简公分母的方法是解题的关键。

14. (3分) 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 56^\circ$ ，将  $\triangle ABC$  绕点  $B$  旋转得到  $\triangle A'BC'$ ，且点  $A'$  落在  $AC$  边上，则  $\angle CA'C = 68^\circ$ 。



【分析】根据旋转的性质得出  $AB = A'B$ ， $\angle C'A'B = \angle A = 56^\circ$ ，再根据平角的定义即可求解。

【解答】解：∵将  $\triangle ABC$  绕点  $B$  旋转得到  $\triangle A'BC'$ ，

$$\therefore AB = A'B, \angle C'A'B = \angle A = 56^\circ,$$

$$\therefore \angle BA'A = \angle A = 56^\circ,$$

$$\therefore \angle CA'C = 180^\circ - \angle BA'C - \angle BA'A = 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ,$$

故答案为：68。

【点评】本题考查了旋转的性质，明确旋转前后对应角相等，对应边相等是解题的关键。

15. (3分) 对于函数  $y = \frac{2}{x}$ ，当  $y < 1$  时， $x$  的取值范围是  $x > 2$  或  $x < 0$ 。

【分析】根据题意列出关于  $x$  的不等式，求出  $x$  的取值范围即可。

【解答】解：∵函数  $y = \frac{2}{x}$  中  $y < 1$ ,

∴当  $x > 0$  时,  $\frac{2}{x} < 1$ , 即  $x > 2$ ;

当  $x < 0$  时,  $\frac{2}{x} < 1$ , 即  $x < 2$ , 故此时  $x < 0$ .

故答案为:  $x > 2$  或  $x < 0$ .

【点评】本题考查的是反比例函数的性质, 熟知反比例函数的增减性是解答此题的关键.

16. (3分) 已知关于  $x$  的分式方程  $\frac{x-1}{x-2} = \frac{m}{x-2}$  的解是非负数, 则  $m$  的取值范围是  $m \geq -1$  且  $m \neq 1$ .

【分析】先由题意求出分式方程的解, 再由解是非负数和分母不为 0, 列出不等式组, 解出即可得到答案.

【解答】解:  $\frac{x-1}{x-2} = \frac{m}{x-2}$ ,

去分母得:  $x - 1 = m$ ,

∴  $x = m + 1$ ,

∴  $\begin{cases} m+1 \geq 0 \\ m+1 \neq 2 \end{cases}$ ,

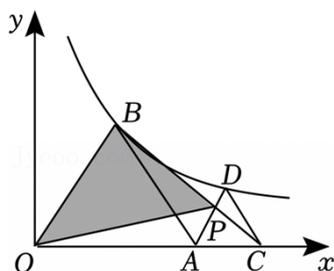
解得:  $m \geq -1$  且  $m \neq 1$ ,

故答案为:  $m \geq -1$  且  $m \neq 1$ .

【点评】本题考查了分式方程中参数的取值范围, 除了题干中明确要求的条件外, 要注意分母不能为 0 的隐含条件.

17. (3分) 如图,  $\triangle AOB$  和  $\triangle ACD$  均为正三角形, 顶点  $B, D$  在双曲线  $y = \frac{8}{x}$  ( $x > 0$ ) 上, 线段  $BC, AD$

交于点  $P$ , 则  $S_{\triangle OBP} =$  8.



【分析】先根据  $\triangle AOB$  和  $\triangle ACD$  均为正三角形可知  $\angle AOB = \angle CAD = 60^\circ$ , 故可得出  $AD \parallel OB$ , 所以  $S_{\triangle ABP} = S_{\triangle AOP}$ , 故  $S_{\triangle OBP} = S_{\triangle AOB}$ , 过点  $B$  作  $BE \perp OA$  于点  $E$ , 由反比例函数系数  $k$  的几何意义即可得出结论.

【解答】解: ∵  $\triangle AOB$  和  $\triangle ACD$  均为正三角形,

∴  $\angle AOB = \angle CAD = 60^\circ$ ,



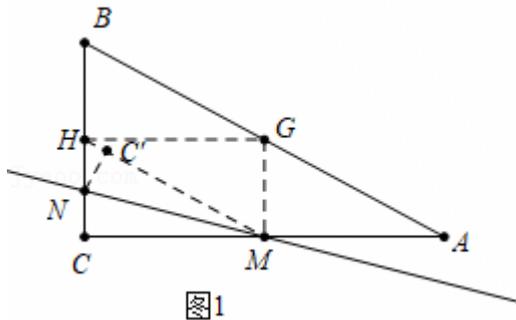


图1

由题意可知： $MC=MC'=4$ ， $MH=5$ ， $HC'=1$ ， $HN=3-x$ ，

在  $\text{Rt}\triangle HNC'$  中， $\because HN^2=HC'^2+NC'^2$ ，

$$\therefore (3-x)^2=x^2+1^2,$$

$$\text{解得 } x=\frac{4}{3}.$$

如图2中，当点  $C'$  落在  $GH$  上时，设  $NC=NC'=x$ ，

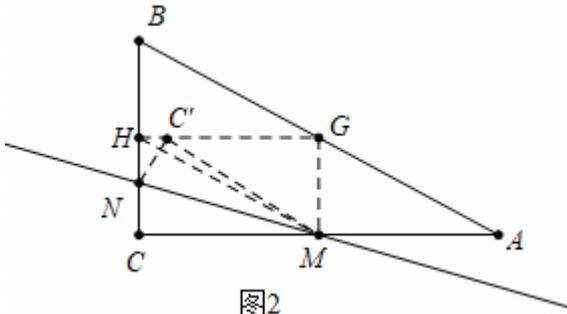


图2

在  $\text{Rt}\triangle GMC'$  中， $MG=CH=3$ ， $MC=MC'=4$ ，

$$\therefore GC'=\sqrt{7},$$

$$\because \angle NHC'=\angle C'GM=90^\circ, \angle NCM=90^\circ,$$

$$\therefore \angle HNC'+\angle HCN=\angle GCM+\angle HCN=90^\circ,$$

$$\therefore \angle HNC'=\angle CGCM,$$

$$\therefore \triangle HNC' \sim \triangle GC' M,$$

$$\therefore \frac{HC'}{GM}=\frac{NC'}{MC'},$$

$$\therefore \frac{4-\sqrt{7}}{3}=\frac{x}{4},$$

$$\therefore x=\frac{16-4\sqrt{7}}{3}.$$

如图3中，当点  $C'$  落在直线  $GM$  上时，易证四边形  $MCNC'$  是正方形，可得  $CN=CM=2$ 。



$$= \frac{m-1}{m} \times \frac{m}{m^2-1}$$

$$= \frac{1}{m+1}.$$

**【点评】** 本题考查了分式的混合运算，熟练掌握分式的运算法则是解题的关键.

20. (8分) 解方程:

$$(1) \frac{1}{x+1} = \frac{4}{x-2};$$

$$(2) \frac{x+3}{2x-6} - \frac{x}{x-3} = 2.$$

**【分析】** (1) 方程两边同时乘以最简公分母  $(x+1)(x-2)$ ，化为整式方程，进而解方程即可求解，最后要检验;

(2) 方程两边同时乘以最简公分母  $2(x-3)$ ，化为整式方程，进而解方程即可求解，最后要检验.

**【解答】** 解: (1)  $(1) \frac{1}{x+1} = \frac{4}{x-2},$

方程两边同时乘以最简公分母  $(x+1)(x-2)$ ， $x-2=4(x+1)$ ,

解得:  $x=-2$ ,

经检验,  $x=-2$  是原方程的解;

$$(2) \frac{x+3}{2x-6} - \frac{x}{x-3} = 2,$$

方程两边同时乘以最简公分母  $2(x-3)$ ， $(x+3) - 2x = 4(x-3)$ ,

即  $x+3 - 2x = 4x - 12$ ,

解得:  $x=3$ ,

当  $x=3$  时,  $2(x-3) = 0$ ,

$\therefore x=3$  是方程的增根, 原方程无解.

**【点评】** 本题考查了解分式方程，熟练掌握分式方程的解法是解题的关键.

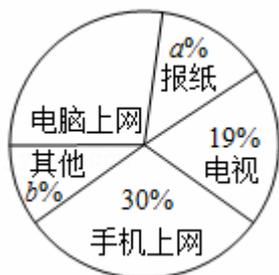
21. (8分) 随着信息技术的不断发展，人们获取信息的途径越来越多，随之而来的是报纸订阅量的不断下降。因此，某报社的记者为了了解市民“获取新闻最主要的途径”，开展了一次随机抽样调查，要求被调查的市民必选且只能选择其中一项。他根据调查结果绘制了一幅不完整的扇形统计图，根据统计图可知，“手机上网”和“电脑上网”作为“获取新闻最主要的途径”的市民分别有 240 人和 224 人，在扇形统计图中  $a, b$  满足  $a - b = 3$ 。请根据所给信息，解答下列问题:

(1) 请计算扇形统计图中“电脑上网”所在扇形的圆心角的度数;

(2) 求扇形统计图中  $a, b$  的值;

(3) 若该市约有 20 万人，求通过电脑上网和手机上网两种方式作为“获取新闻最主要的途径”约有多

少人？



【分析】(1) 首先利用“手机上网”人数除以所占比例可得调查的市民总人数，然后再利用  $360^\circ$  乘以“电脑上网”所占比例可得圆心角度数；

(2) 根据题意列出方程组，再解即可；

(3) 利用样本估计总体的方法计算即可。

【解答】解：(1) 调查的市民总人数： $240 \div 30\% = 800$ （人），

“电脑上网”所占比例： $\frac{224}{800} \times 100\% = 28\%$ ，

“电脑上网”所在扇形的圆心角的度数为： $360^\circ \times 28\% = 100.8^\circ$ ；

(2) 根据题意，得 
$$\begin{cases} a-b=3 \\ a\%+b\%=1-30\%-19\%-28\% \end{cases}$$

解得 
$$\begin{cases} a=13 \\ b=10 \end{cases}$$
；

(3)  $20 \times (30\%+28\%) = 11.6$ （万人），

答：通过电脑上网和手机上网两种方式作为“获取新闻最主要的途径”约有多少人 11.6 万人。

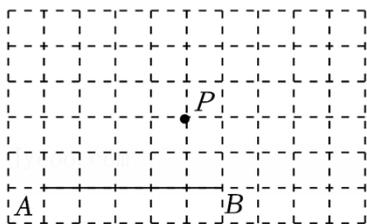
【点评】本题考查扇形统计图及相关计算。在扇形统计图中，每部分占总部分的百分比等于该部分所对应的扇形圆心角的度数与  $360^\circ$  的比。

22. (6分) 图①、图②、图③均是  $10 \times 6$  的正方形网格，每个小正方形的边长均为 1，每个小正方形的顶点称为格点，点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $P$  均在格点上，只用无刻度的直尺，分别在给定的网格中按下列要求作图，保留作图痕迹。

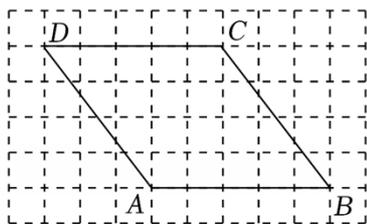
(1) 在图①中，作以点  $P$  为对称中心的平行四边形  $ABEF$ 。

(2) 在图②中，作四边形  $ABCD$  的边  $BC$  上的高  $AM$ 。

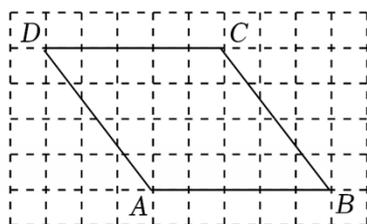
(3) 在图③中，在四边形  $ABCD$  的边  $CD$  上找一点  $N$ ，连结  $AN$ ，使  $\angle DAN = 45^\circ$ 。



图①



图②



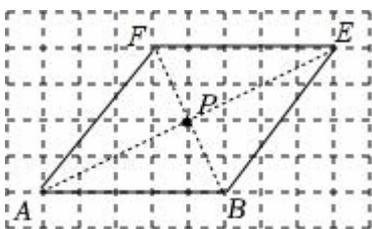
图③

【分析】(1) 利用网格特征连接  $AP$ ,  $BP$  并延长, 即可作以点  $P$  为对称中心的平行四边形  $ABEF$ ;

(2) 取格点  $E$ , 连接  $AE$  交  $BC$  于点  $M$ , 即可作四边形  $ABCD$  的边  $BC$  上的高  $AM$ ;

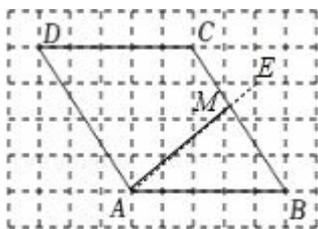
(3) 取格点  $E, P, Q$ , 连接  $AE, PQ, ED, PQ$  与  $ED$  交于点  $F$ , 连接  $AF$  并延长交  $CD$  于点  $N$  即可.

【解答】解: (1) 如图①中, 平行四边形  $ABEF$  即为所求;

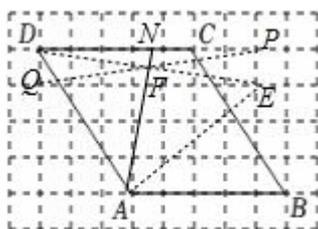


图①

(2) 如图②中, 高  $AM$  即为所求;



图②



图③

(3) 如图③中, 点  $N$  即为所求.

【点评】本题考查作图 - 旋转变换, 三角形的面积, 平行线分线段成比例定理等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

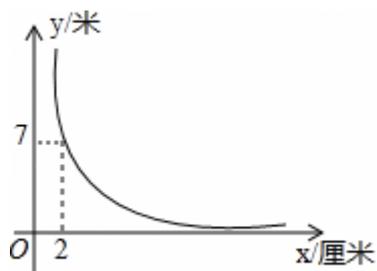
23. (6分) 1896年, 挪威生理学家古德贝发现, 每个人有一条腿迈出的步子比另一条腿迈出的步子长的特点, 这就导致每个人在蒙上眼睛行走时, 虽然主观上沿某一方向直线前进, 但实际上走出的是一个大大圆圈! 这就是有趣的“瞎转圈”现象. 经研究, 某人蒙上眼睛走出的大圆圈的半径  $y$ /米是其两腿迈出的步长之差  $x$ /厘米 ( $x > 0$ ) 的反比例函数, 其图象如图所示.

请根据图象中的信息解决下列问题:

(1) 求  $y$  与  $x$  之间的函数表达式;

(2) 当某人两腿迈出的步长之差为 0.5 厘米时, 他蒙上眼睛走出的大圆圈的半径为 28 米;

(3) 若某人蒙上眼睛走出的大圆圈的半径不小于 35 米, 则其两腿迈出的步长之差最多是多少厘米?



**【分析】** (1) 设  $y$  与  $x$  之间的函数表达式为  $y = \frac{k}{x}$ , 解方程即可得到结论;

(2) 把  $x=0.5$  代入反比例函数的解析式即可得到结论;

(3) 根据题意列不等式即可得到结论.

**【解答】** 解: (1) 设  $y$  与  $x$  之间的函数表达式为  $y = \frac{k}{x}$ ,

$$\therefore 7 = \frac{k}{2},$$

$$\therefore k = 14,$$

$$\therefore y \text{ 与 } x \text{ 之间的函数表达式为 } y = \frac{14}{x};$$

$$(2) \text{ 当 } x=0.5 \text{ 时, } y = \frac{14}{0.5} = 28 \text{ 米,}$$

$\therefore$  当某人两腿迈出的步长之差为 0.5 厘米时, 他蒙上眼睛走出的大圆圈的半径为 28 米;

$$(3) \text{ 当 } y \geq 35 \text{ 时, 即 } \frac{14}{x} \geq 35,$$

$$\therefore x \leq 0.4,$$

$\therefore$  某人蒙上眼睛走出的大圆圈的半径不小于 35 米, 则其两腿迈出的步长之差最多是 0.4 厘米,

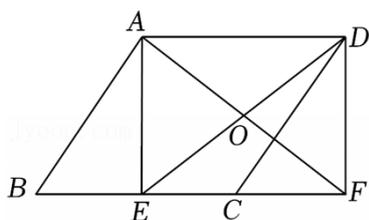
故答案为: 28.

**【点评】** 本题考查了反比例函数的应用, 正确的理解题意是解题的关键.

24. (8分) 如图, 在  $\square ABCD$  中,  $AE \perp BC$  于点  $E$ , 延长  $BC$  至点  $F$ , 使  $CF = BE$ , 连接  $DF$ ,  $AF$  与  $DE$  交于点  $O$ .

(1) 求证: 四边形  $AEFD$  为矩形;

(2) 若  $AB=3$ ,  $OE=2$ ,  $BF=5$ , 求  $DF$  的长.



**【分析】** (1) 先证四边形  $AEFD$  为平行四边形, 再证  $\angle AEF = 90^\circ$ , 即可得出结论;

(2) 由矩形的性质得  $DF=AE$ ,  $AF=DE=4$ , 再由勾股定理的逆定理得  $\triangle BAF$  为直角三角形,  $\angle BAF=90^\circ$ , 然后由面积法求出  $AE$  的长, 即可得出答案.

**【解答】**(1) 证明:  $\because BE=CF$ ,

$$\therefore BE+CE=CF+CE,$$

即  $BC=EF$ ,

$\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, AD=BC,$$

$$\therefore AD=BC=EF,$$

又  $\because AD \parallel EF$ ,

$\therefore$  四边形  $AEFD$  为平行四边形,

$$\because AE \perp BC,$$

$$\therefore \angle AEF=90^\circ,$$

$\therefore$  平行四边形  $AEFD$  为矩形;

(2) 解: 由 (1) 知, 四边形  $AEFD$  为矩形,

$$\therefore DF=AE, AF=DE=2OE=4,$$

$$\because AB=3, DE=4, BF=5,$$

$$\therefore AB^2+AF^2=BF^2,$$

$\therefore \triangle BAF$  为直角三角形,  $\angle BAF=90^\circ$ ,

$$\therefore S_{\triangle ABF}=\frac{1}{2}AB \times AF=\frac{1}{2}BF \times AE,$$

$$\therefore AB \times AF=BF \times AE,$$

$$\text{即 } 3 \times 4=5AE,$$

$$\therefore AE=\frac{12}{5},$$

$$\therefore DF=AE=\frac{12}{5}.$$

**【点评】** 本题考查了矩形的判定与性质、平行四边形的判定与性质、勾股定理的逆定理以及三角形面积等知识, 熟练掌握矩形的判定与性质是解题的关键.

25. (10分) 某汽车网站对两款价格相同, 续航里程相同的汽车做了一次评测, 一款为燃油车, 另一款为纯电新能源车. 得到相关数据如下:

燃油车	纯电新能源车
-----	--------

油箱容积：48 升	电池容量：90 千瓦时
油价：8 元/升	电价：0.6 元/千瓦时

(1) 设两款车的续航里程均为  $a$  千米，请用含  $a$  的代数式表示燃油车和纯电新能源车的每千米行驶费用；

(2) 若燃油车每千米行驶费用比纯电新能源车多 0.55 元.

①请分别求出这两款车的每千米行驶费用；

②若燃油车和纯电新能源车每年的其它费用分别为 4800 元和 8100 元. 问：每年行驶里程超过多少千米时，新能源车的年费用更低？（年费用=年行驶费用+年其它费用）

**【分析】**(1) 根据表中的信息，可以表示出燃油车和纯电新能源车的每千米行驶费用；

(2) ①根据燃油车的每千米行驶费用比新能源车多 0.55 元和表中的信息，列出分式方程，解方程，即可解决问题；

②设每年行驶里程为  $x$  千米时，由年费用=年行驶费用+年其它费用，列出一元一次不等式，解不等式即可.

**【解答】**解：(1) 燃油车每千米行驶费用为  $\frac{48 \times 8}{a} = \frac{384}{a}$  (元)，纯电新能源车每千米行驶费用为  $\frac{90 \times 0.6}{a} = \frac{54}{a}$  (元)，

答：燃油车每千米行驶费用为  $\frac{384}{a}$  元，纯电新能源车每千米行驶费用为  $\frac{54}{a}$  元；

(2) ①由题意得：  $\frac{384}{a} - \frac{54}{a} = 0.55$ ,

解得：  $a = 600$ ,

经检验，  $a = 600$  是分式方程的解，且符合题意，

$\therefore \frac{384}{600} = 0.64$  (元)，  $\frac{54}{600} = 0.09$  (元)，

答：燃油车每千米行驶费用为 0.64 元，纯电新能源车每千米行驶费用为 0.09 元；

②设每年行驶里程为  $x$  千米时，买新能源车的年费用更低，

由题意得：  $0.64x + 4800 > 0.09x + 8100$ ,

解得：  $x > 6000$ ,

答：当每年行驶里程大于 6000 千米时，买新能源车的年费用更低.

**【点评】** 本题考查分式方程的应用、列代数式以及一元一次不等式的应用，解题的关键是：(1) 正确列出代数式；(2) ①找准等量关系，正确列出分式方程；②找出数量关系，正确列出一元一次不等式.

26. (12分) 如图1, 已知反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象与一次函数  $y = x - 1$  的图象相交于  $A(2, a)$ ,  $B(b, -2)$  两点.

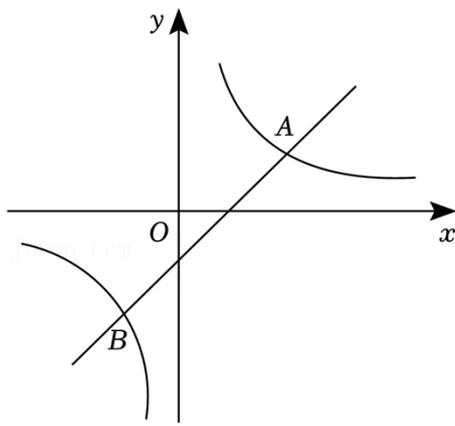


图1

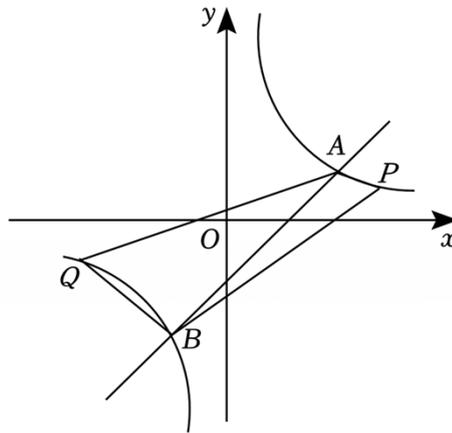


图2

(1) 求反比例函数的表达式及  $A, B$  两点的坐标;

(2)  $M$  是  $x$  轴上一点,  $N$  是  $y$  轴上一点, 若以  $A, B, M, N$  为顶点的四边形是以  $AB$  为边的平行四边形, 求点  $M$  的坐标;

(3) 如图2, 反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上有  $P, Q$  两点, 点  $P$  的横坐标为  $m$  ( $m > 2$ ), 点  $Q$  的横坐标与点  $P$  的横坐标互为相反数, 连接  $AP, AQ, BP, BQ$ . 是否存在这样的  $m$  使得  $\triangle ABQ$  的面积与  $\triangle ABP$  的面积相等, 若存在, 求出  $m$  的值; 若不存在, 请说明理由.

**【分析】** (1) 将  $A(2, a)$ , 代入一次函数解析式, 求出  $a$  值, 再求出反比例函数的解析式, 代入  $B(b, -2)$ , 求出  $B$  点坐标;

(2) 根据平行四边形的性质, 对边平行且相等, 利用平移思想进行求解即可;

(3) 分别用含  $m$  的式子表示出  $\triangle ABQ, \triangle ABP$  的面积, 再利用  $\triangle ABQ$  的面积与  $\triangle ABP$  的面积相等, 列式计算即可.

**【解答】** 解: (1) 反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象与一次函数  $y = x - 1$  的图象相交于  $A(2, a)$ ,  $B(b, -2)$  两点,

将  $A(2, a)$ , 代入  $y = x - 1$ , 得:  $a = 2 - 1 = 1$ ,

$\therefore A(2, 1)$ ,

$\therefore k = 2 \times 1 = 2$ ,

$\therefore y = \frac{2}{x}$ ,

将  $B(b, -2)$  代入得  $-2b = 2$ ,

解得  $b = -1$ ,

$\therefore B(-1, -2)$ ;

(2) 设  $M(x, 0)$ ,  $N(0, y)$ ,

$\because A(2, 1), B(-1, -2)$ ,

$\therefore$  点  $B$  是由点  $A$  先向左平移 3 个单位, 再向下平移 3 个单位得到的;

$\therefore$  以  $A, B, M, N$  为顶点的四边形是以  $AB$  为边的平行四边形,

① 将点  $M(x, 0)$  先向左平移 3 个单位, 再向下平移 3 个单位, 得到  $N(0, y)$ , 如图 1,

则:  $x - 3 = 0$ , 即:  $x = 3, y = 0 - 3 = -3$ ,

$\therefore M(3, 0)$ ;

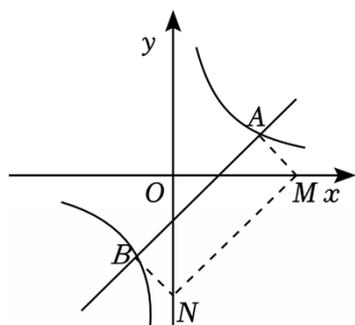


图1

② 将点  $N(0, y)$  先向左平移 3 个单位, 再向下平移 3 个单位, 得到  $M(x, 0)$ , 如图 2,

则:  $x = 0 - 3 = -3, y - 3 = 0$ , 即:  $y = 3$ ,

$\therefore M(-3, 0)$ ;

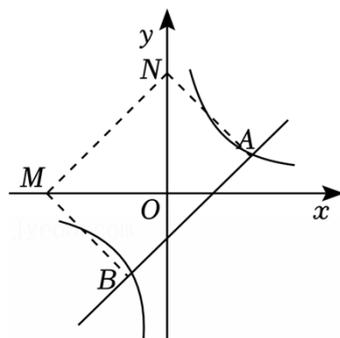


图2

综上: 当  $M$  点坐标为  $(3, 0)$  或  $(-3, 0)$  时, 以  $A, B, M, N$  为顶点的四边形是以  $AB$  为边的平行四边形;

(3) 如图 3, 过点  $B$  作  $BE \perp x$  轴交  $AQ$  于点  $E$ , 过点  $A$  作  $AF \perp x$  轴交  $BP$  于点  $F$ ,

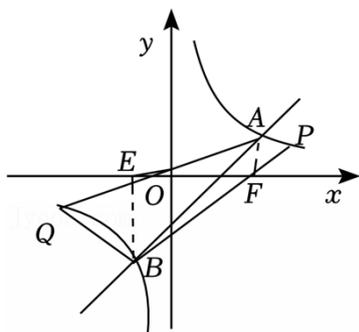


图3

由题意, 可知:  $P(m, \frac{2}{m})$ ,  $Q(-m, -\frac{2}{m})$ ,

设直线  $AQ$  的解析式为  $y=kx+b$  ( $k \neq 0$ ),

将  $A(2, 1)$ ,  $Q(-m, -\frac{2}{m})$  代入  $y=kx+b$  ( $k \neq 0$ ), 则: 
$$\begin{cases} 1=2k+b \\ -\frac{2}{m}=-mk+b \end{cases}$$

解得: 
$$\begin{cases} k=\frac{1}{m} \\ b=\frac{m-2}{m} \end{cases}$$

则直线  $AQ$  的解析式为  $y=\frac{1}{m}x+\frac{m-2}{m}$ ,

当  $x=-1$  时,  $y=\frac{1}{m} \times (-1) + \frac{m-2}{m} = \frac{m-3}{m}$ , 则  $E(-1, \frac{m-3}{m})$ ;

$\therefore B(-1, -2)$ ,

$\therefore BE = \frac{m-3}{m} - (-2) = \frac{3m-3}{m}$ ,

$\therefore S_{\triangle ABQ} = S_{\triangle EBA} + S_{\triangle EBQ} = \frac{1}{2}BE \times (x_B - x_Q) + \frac{1}{2}BE \times (x_A - x_B) = \frac{1}{2}BE \times (x_A - x_Q) =$

$\frac{1}{2} \times \frac{3m-3}{m} \times (2+m) = \frac{3m^2+3m-6}{2m}$ ;

设直线  $BP$  的解析式为  $y=ax+z$  ( $a \neq 0$ )

将  $B(-1, -2)$ ,  $P(m, \frac{2}{m})$  代入  $y=ax+z$  ( $a \neq 0$ ) 得: 
$$\begin{cases} -2=-a+z \\ \frac{2}{m}=ma+z \end{cases}$$

解得: 
$$\begin{cases} a=\frac{2}{m} \\ z=\frac{2-2m}{m} \end{cases}$$

则直线  $BP$  的解析式为  $y=\frac{2}{m}x+\frac{2-2m}{m}$ ,

当  $x=2$  时,  $y=\frac{2}{m} \times 2 + \frac{2-2m}{m} = \frac{6-2m}{m}$ , 则:  $F(2, \frac{6-2m}{m})$ ,

$\because A(2, 1),$

$$\therefore AF = 1 - \frac{6-2m}{m} = \frac{3m-6}{m}, \quad S_{\triangle ABP} = S_{\triangle AFB} + S_{\triangle AFP} = \frac{1}{2}AF \times (x_A - x_B) + \frac{1}{2}AF \times (x_P - x_A) = \frac{1}{2}AF \times (x_P - x_B) = \frac{1}{2} \times \frac{3m-6}{m} \times (m+1) = \frac{3m^2-3m-6}{2m};$$

$\because S_{\triangle ABQ} = S_{\triangle ABP},$

$$\therefore \frac{3m^2+3m-6}{2m} = \frac{3m^2-3m-6}{2m},$$

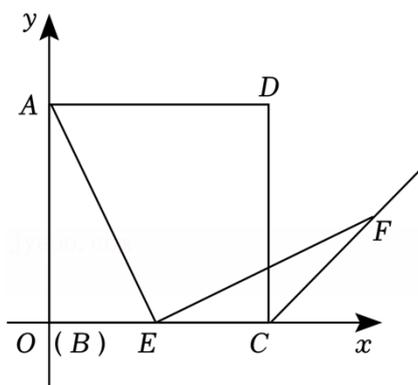
解得:  $m=0,$

经检验原方程无解.

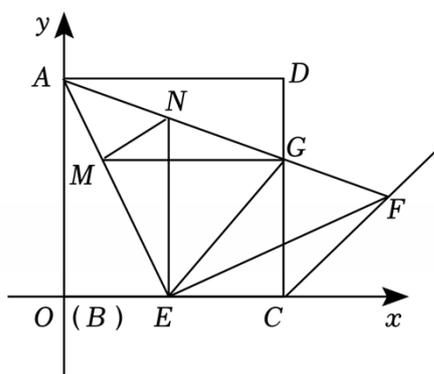
故不存在.

**【点评】** 本题考查反比例函数与一次函数的综合应用, 反比例函数与几何的综合应用. 正确的求出函数解析式, 利用数形结合, 分类讨论的思想进行求解是解题的关键.

27. (10分) 将正方形  $ABCD$  放置在平面直角坐标系中,  $B$  与原点重合, 点  $A$  的坐标为  $(0, a)$ , 点  $E$  的坐标为  $(b, 0)$ , 并且实数  $a, b$  使式子  $|a-6| + (b-3)^2 = 0$  成立.



图①



图②

(1) 直接写出点  $D, E$  的坐标:  $D$   $(6, 6)$ ,  $E$   $(3, 0)$ ;

(2)  $\angle AEF = 90^\circ$ , 且  $EF$  交正方形外角的平分线  $CF$  于点  $F$ .

①如图①, 求证:  $AE = EF$ ;

②如图②, 连接  $AF$  交  $DC$  于点  $G$ , 作  $GM \parallel AD$  交  $AE$  于点  $M$ , 作  $EN \parallel AB$  交  $AF$  于点  $N$ , 连接  $MN$ , 求四边形  $MNGE$  的面积.

**【分析】** (1) 由非负数的性质可得出  $a=6, b=3$ , 然后根据正方形的性质即可得出答案;

(2) ①取  $OA$  的中点  $K$ , 连接  $KE$ , 证明  $\triangle AKE \cong \triangle ECF$  ( $ASA$ ), 由全等三角形的性质可得出  $AE = EF$ ;

②延长  $CD$ , 并在延长线上截取  $DH = OE$ , 连接  $AH$ , 证明  $\triangle AOE \cong \triangle ADH$  ( $SAS$ ), 由全等三角形的性

质得出  $\angle OAE = \angle DAH$ ,  $AE = AH$ ,  $\angle AEO = \angle AHD$ , 证明  $\triangle AEG \cong \triangle AHG$  (SAS), 得出  $EN = EG$ , 同理可得  $GM = GE$ , 设  $DG = x$ , 则  $CG = 6 - x$ , 由勾股定理得出  $3^2 + (6 - x)^2 = (x + 3)^2$ , 解得  $x = 2$ , 根据  $S_{\text{四边形}MNGE} = \frac{1}{2}GM \cdot EN$  计算求解即可得出答案.

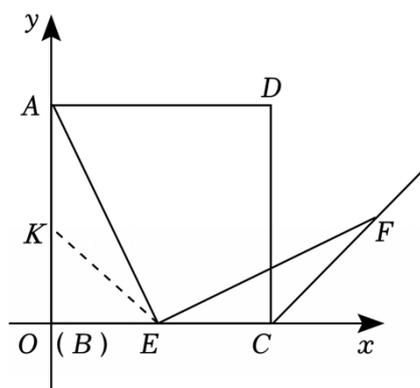
**【解答】**(1) 解:  $\because a, b$  满足式子  $|a - 6| + (b - 3)^2 = 0$ ,

$$\therefore a = 6, b = 3,$$

$$\therefore D(6, 6), E(3, 0);$$

故答案为:  $(6, 6), (3, 0)$ .

(2) ①证明: 取  $OA$  的中点  $K$ , 连接  $KE$ , 如图 1 所示,



图①

$$\because \angle AEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FEC + \angle AEO = \angle AEO + \angle OAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FEC = \angle OAE,$$

$$\because OE = EC = 3, K \text{ 为 } OA \text{ 的中点, } OA = OC,$$

$$\therefore AK = EC, OK = OE,$$

$$\therefore \angle OKE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AKE = 135^\circ,$$

$\because CF$  是正方形外角的平分线,

$$\therefore \angle DCF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ECF = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle AKE = \angle ECF,$$

在  $\triangle AKE$  和  $\triangle ECF$  中,

$$\begin{cases} \angle AKE = \angle ECF \\ AK = EC \\ \angle KAE = \angle FEC \end{cases},$$



$$\therefore OE = CE = 3,$$

$$\therefore EG = x + 3,$$

在  $\text{Rt}\triangle ECG$  中,  $3^2 + (6 - x)^2 = (x + 3)^2$ ,

解得  $x = 2$ ,

$$\therefore EG = EN = GM = 5,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}MNGE} = \frac{1}{2}GM \cdot EN = \frac{25}{2}.$$

**【点评】** 本题主要考查了正方形的性质, 等腰直角三角形的性质, 全等三角形的判定与性质, 勾股定理, 点的坐标等知识; 熟练掌握正方形的性质及全等三角形的判定与性质是解题的关键.