2024-2025 学年八年级数学下学期第一次月考卷

（考试时间：90 分钟　试卷满分：150 分）

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．做选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。

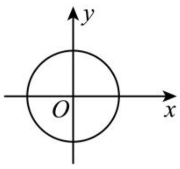
3．做填空题和解答题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

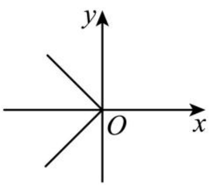
4．测试范围：人教版八年级下第18、19章。

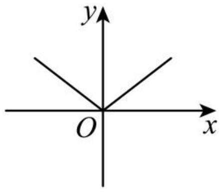
5．难度系数：0.70.

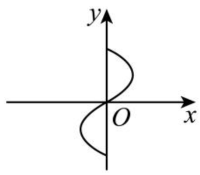
一、选择题（本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1．如图所示的图象，分别给出 y 与 x 的对应关系，其中 y 是 x 的函数的是（　　）

A．

B．

C．

D．

【答案】C

【详解】解： A．给 x 一个正值，y 有 2 个值与之对应，所以 y 不是 x 的函数．不符合题意；

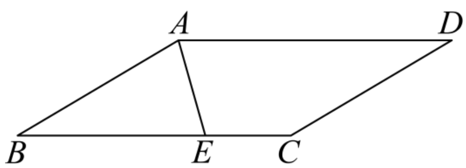
B．当 $x<0$ 时，每一个确定的 x 值，都有 2 个 y 值与之对应，不符合题意；

C．对于每一个确定的 x 值，都有唯一确定的 y 值与之对应，符合题意;；

D．当 $x=0$ 时，有 3 个 y 值与之对应，不符合题意．

故选：C．

2．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， AE 是 $\angle BAD$ 的角平分线， $\angle BEA=75°$，则 $\angle D=$（　）



A． $15°$　　B． $30°$　　C． $45°$　　D． $60°$

【答案】B

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB // CD$， $\angle B=\angle D$，

$\therefore \angle BAD + \angle D = 180°$

$\therefore \angle BAD = 180° - \angle D$，

$\because AE$ 是 $\angle BAD$ 的角平分线，

$\therefore \angle BAE = \frac{1}{2}\angle BAD = \frac{1}{2}(180° - \angle D) = 90° - \frac{1}{2}\angle D$，

$\because \angle BAE + \angle B + \angle BEA = 180°$，

$\therefore 90° - \frac{1}{2}\angle D + \angle D + 75° = 180°$，

解得：$\angle D = 30°$，

故选：B．

3．下列性质中菱形有而矩形没有的是（　）

A．对角相等　　B．对角线互相垂直

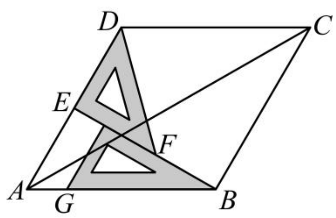
C．对边平行且相等　　D．对角线相等

【答案】B

【详解】解：根据菱形和矩形都是平行四边形，所以对边平行且相等，对角相等；菱形和矩形不同：菱形的四边相等，对角线互相垂直，矩形是四个角都是直角，对角线相等．

故选：B．

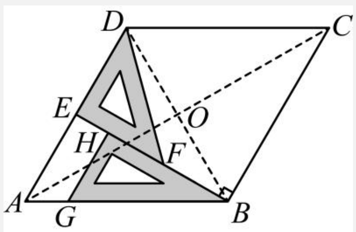
4．如图，在菱形 $ABCD$ 中摆放了一副三角板，等腰直角三角板 DEF 的一条直角边 DE 在菱形边 AD 上，直角顶点 E 为 AD 的中点，含 $30°$ 角的直角三角板的斜边 GB 在菱形 $ABCD$ 的边 AB 上．连接 AC，若 $DF=4$，则 AC 的长为（　）



A．8　　B．$4\sqrt{2}$　　C．$8\sqrt{2}$　　D．$4\sqrt{6}$

【答案】D

【详解】解：如图，连接 AC、BD 交于 O，



∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴ $AC \perp BD, BD = 2OD, AC = 2OA$.

∵ $\angle DEF = \angle BHG = 90°$，

∴ $DE // GH$，

∴ $\angle DAB = \angle BGH = 60°$，

∵ $AD = AB$，

∴ $\triangle ABD$ 是等边三角形，

∴ $AB = DB$，

∵ $BE \perp AD$，$AE = DE = EF$，$FD = 4$，$DE^2 + EF^2 = DF^2$，

∴ $DE = 2\sqrt{2}$，

∴ $AD = 2DE = 4\sqrt{2}$，

∵ $\angle DAO = \frac{1}{2}\angle DAB = 30°$，

∴ $DO = \frac{1}{2}AD = 2\sqrt{2}$，

∴ $AO = \sqrt{AD^2 - DO^2} = 2\sqrt{6}$，

∴ $AC = 4\sqrt{6}$.

故选：D.

5．已知一次函数 $y = kx + b(k \neq 0)$ 的图象经过点 $(-2,-1)$，$(2,3)$，则下列结论正确的是（　）

A．该一次函数与 x 轴的交点坐标是 $(1,0)$

B． $y = kx + b$ 向下平移 2 个单位得到的函数是 $y = x$

C．若该函数图象上有两点 $(-1,y_1)$，$(3,y_2)$，则 $y_1 < y_2$

D．该函数的图象不经过第二象限

【答案】C

【详解】解：由题意得：$\begin{cases} -2k + b = -1 \\ 2k + b = 3 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} k = 1 \\ b = 1 \end{cases}$，

∴一次函数的解析式为 $y = x + 1$，

A、∵当 $y=0$ 时，$x=-1$，

∴该函数的图象与 x 轴的交点坐标是 $(-1,0)$，原说法错误，不符合题意；

B、将该函数的图象向下平移 2 个单位长度得 $y=x-1$ 的图象，原说法错误，不符合题意；

C、∵$1>0$，∴y 随 x 的增大而减小，

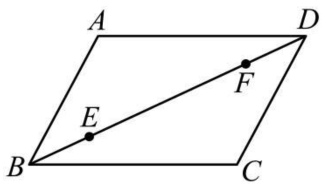
∴若点 $(-1,y_1)$、$(3,y_2)$ 均在该函数图象上，则 $y_2>y_1$，原说法正确，符合题意；

D、∵$1>0$，

∴该函数的图象经过第一、二、三象限，原说法错误，不符合题意.

故选：C.

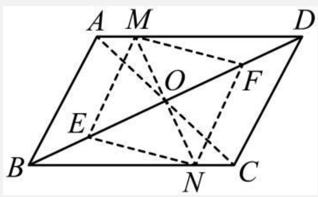
6．如图，在 $ABCD$ 中，E、F 是对角线 BD 上的动点，且 $BE=DF$，M、N 分别是边 AD，BC 上的动点. 下列四种说法：①存在无数个平行四边形 $MENF$；②存在无数个矩形 $MENF$；③存在无数个菱形 $MENF$；④存在无数个正方形 $MENF$． 正确的个数是（　）



A．1 个　　　　B．2 个　　　　C．3 个　　　　D．4 个

【答案】C

【详解】解：如图，连接 AC 交 BD 于点 O，连接 ME、EN、NF、FM，MN，



∵ $ABCD$，

∴$OA=OC$，$OB=OD$，$AD \parallel BC$，

∵$BE=DF$，

∴$OE=OB-BE=OD-DF=OF$，

当 MN 过点 O 时，$\angle AOM=\angle CON$，

∵$AD \parallel BC$，

∴$\angle OAM=\angle OCN$，

又∵$OA=OC$，

$\therefore \triangle OAM \cong \triangle OCN$，

$\therefore OM = ON$，

$\therefore$ 四边形 $MENF$ 是平行四边形，

$\therefore$ 只要 MN 过点 O，四边形 $MENF$ 是平行四边形，

$\therefore$ 存在无数个平行四边形 $MENF$，故①正确；

$\because$ 只要 MN 过点 O，且 $MN = EF$，四边形 $MENF$ 是矩形，

$\therefore$ 存在无数个矩形 $MENF$，故②正确；

$\because$ 只要 MN 过点 O，且 $MN \perp EF$，四边形 $MENF$ 是菱形，

$\therefore$ 存在无数个菱形 $MENF$，故③正确；

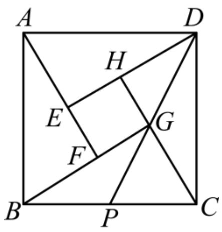
$\because$ 只要 MN 过点 O，$MN = EF$ 且 $MN \perp EF$，四边形 $MENF$ 是正方形，

$\therefore$ 符合要求的正方形只有 1 个，故④错误；

$\therefore$ 正确的有①②③，正确的个数是 3 个.

故选：C.

7．如图，四个全等的直角三角形拼成“赵爽弦图”，其中四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 都是正方形．连结 DG 并延长，交 BC 于点 P，点 P 为 BC 的中点．若 $GC = 2$，$\angle ADE = 30^\circ$，则正方形 $EFGH$ 的面积为（　）



A．$16 - 8\sqrt{3}$　　B．$8\sqrt{3} - 12$　　C．$8 - 4\sqrt{3}$　　D．$4 - 2\sqrt{2}$

【答案】A

【详解】解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 都是正方形，

$\therefore \angle DAB = \angle ABC = \angle DEA = \angle BGC = \angle AFB = 90^\circ$，$AB = BC$，

$\because \angle ADE = 30^\circ$，

$\therefore \angle ADE = \angle BAF = 90^\circ - \angle DAE$，

同理可得 $\angle ADE = \angle BAF = \angle CBG = 30^\circ$，

$\therefore AB = 2BF$，$BC = 2CG$，

$\because CG = 2$，

$\therefore BC = 2CG = 4$，$BF = CG = 2$，

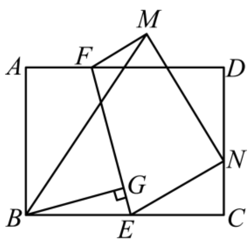
∴ $BG=\sqrt{BC^2-CG^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，

∴ $GF=BG-BF=2\sqrt{3}-2$，

∴正方形 $EFGH$ 的面积为 $GF^2=\left(2\sqrt{3}-2\right)^2=16-8\sqrt{3}$，

故选：A．

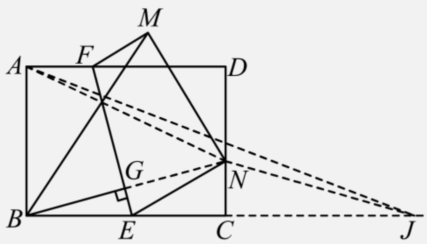
8．如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=3$，$BC=4$，E，F 分别是 BC，AD 上的点．现将四边形 $ABEF$ 沿 EF 折叠，点 A、B 的对应点分别为 M、N，且点 N 恰好落在 CD 上．连接 BM，过 B 作 $BG\perp EF$，垂足为 G，则 $2BG+BM$ 的最小值为（　）



A．$\sqrt{73}$　　　　B．5　　　　C．$\sqrt{52}$　　　　D．7

【答案】A

【详解】解：连接 BN，AN，延长 BC 到 J，使得 $CJ=BC$，连接 AJ．



由翻折变换的性质可知 EF 垂直平分线段 BN，$BM=AN$，

∵ $BG\perp EF$，

∴ B，G，N 三点共线，

∴ $2BG+BM=BN+AN$，

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $\angle DCB=\angle ABC=90°$，

∴ $NC\perp BJ$，

∵ $BC=CJ$，

∴ $BN=NJ$，

∴ $2BG+BM=NJ+AN\geq AJ$，

$\because AB=3$， $BJ=2BC=8$，

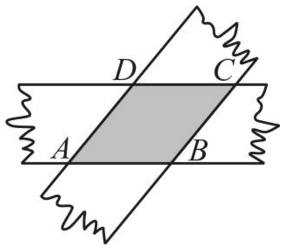
$\therefore AJ=\sqrt{AB^2+BJ^2}=\sqrt{3^2+8^2}=\sqrt{73}$，

$\therefore 2BG+BM\geq\sqrt{73}$，

$\therefore 2BG+BM$ 的最小值为$\sqrt{73}$．

故选：A．

9．如图，两张等宽的纸条交叉叠放在一起，重合部分构成一个四边形$ABCD$，在其中一张纸条转动的过程中，下列结论错误的是（　）



A．$AD=CD$

B．四边形$ABCD$面积$=AC\cdot BD$

C．$AC\perp BD$

D．四边形$ABCD$的周长$=4AB$

【答案】B

【详解】解：设两张等宽的纸条的宽为 h，

$\because$纸条的对边平行，

$\therefore AD // BC$， $AB // DC$，

∴四边形$ABCD$是平行四边形，

又$S_{ABCD}=BC\cdot h=AB\cdot h$

$\therefore BC=AB$，

$\therefore$四边形$ABCD$是菱形，

$\therefore AD=DC$，

$\therefore$A 选项说法正确，故该选项不符合题意；

$\because AC$、BD是菱形$ABCD$的对角线，

$\therefore$四边形$ABCD$面积$=\dfrac{AC\cdot BD}{2}$，

$\therefore$B 选项说法错误，故该选项符合题意；

$\because$菱形的对角线垂直且互相平分，

$\therefore AC\perp BD$，

∴选项 C 正确，故该选项不符合题意；

∵菱形的四条边相等，

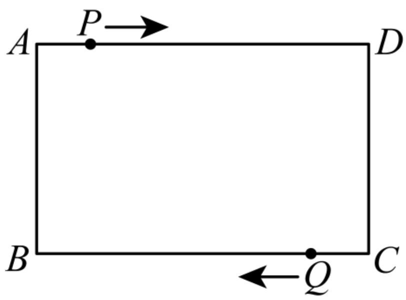
∴ $AB=BC=CD=DA$，

∴四边形 $ABCD$ 的周长 $=4AB$，

∴D 选项正确，故该选项不符合题意；

故选：B．

10．如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4, AD=6, P, Q$ 分别是边 AD，BC 上的动点，点 P 从 A 出发到 D 停止运动，点 Q 从 C 出发到 B 停止运动，若 P，Q 两点以相同的速度同时出发，匀速运动．下面四个结论中：①存在四边形 $APCQ$ 是矩形；②存在四边形 $APCQ$ 是菱形；③存在四边形 $APQB$ 是矩形；④存在四边形 $APQB$ 是正方形．所有正确结论的序号是（　　）



A．①②③　　　B．①②④　　　C．②③④　　　D．①③④

【答案】A

【详解】解：设 P, Q 两点速度为每秒 1 个单位长度，则 $AP=CQ=t$， $0 \le t \le 6$，

∵四边形 $ABCD$ 是矩形， $AB=4, AD=6$，

∴ $AD \parallel BC$， $\angle A=\angle B=90°$， $BQ=6-t$，

∴四边形 $APCQ$ 是平行四边形，

当 $t=6$ 时，点 P 与点 D 重合，点 Q 与点 Q 重合，此时四边形 $APCQ$ 是矩形，故①正确；

当四边形 $APCQ$ 是菱形时， $AP=AQ$，

则 $AQ=\sqrt{AB^2+BQ^2}=\sqrt{4^2+(6-t)^2}=AP=t$，解得：$t=\dfrac{13}{3}$，符合题意，

即：当 $t=\dfrac{13}{3}$ 时，四边形 $APCQ$ 是菱形，故②正确；

当四边形 $APQB$ 是矩形时， $AP=BQ$，则 $t=6-t$，解得 $t=3$，

即：当 $t=3$ 时，四边形 $APQB$ 是矩形，故③正确；

当四边形 $APQB$ 是正方形时， $AP=BQ=AB$，

则 $AP=t=BQ=6-t$，解得 $t=3$，但此时 $AP=BQ=3 \ne AB$，不符合题意，故④不正确，

综上，正确的有①②③，

故选：A．

二、填空题：本题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分。

11．已知正比例函数 $y=(2-3m)x$，y 的值随 x 的值的增大而增大，那么 m 的取值范围是________．

【答案】$m<\frac{2}{3}$

【详解】解：∵正比例函数 $y=(2-3m)x$，y 的值随 x 的值的增大而增大，

$\therefore 2-3m>0$，

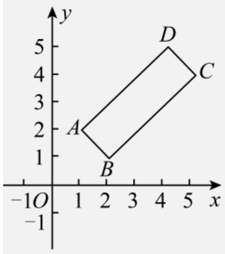
解得：$m<\frac{2}{3}$．

故答案为：$m<\frac{2}{3}$．

12．平面直角坐标系中，平行四边形 $ABCD$ 中 $A(1,2)$，$B(2,1)$，$C(5,4)$，则 D 点的坐标为_______．

【答案】$(4,5)$

【详解】解：设点 D 的坐标为 (x,y)，



∵四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$\therefore AD\,//\,BC$，$AD=BC$，

∴经过平移 AD 可以与 BC 重合，

∵ $A(1,2)$，$B(2,1)$，$C(5,4)$，

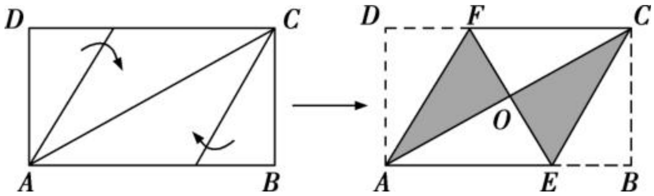
$\therefore x-5=1-2$，$y-4=2-1$，

解得：$x=4$，$y=5$，

∴点 D 的坐标为 $(4,5)$；

故答案为：$(4,5)$

13．将矩形纸片 $ABCD$ 按如图所示的方式折叠，得到菱形 $AECF$（折叠后点 B,D 都落在 AC 的中点 O 处）．若 $AB=3$，则 BC 的长为_______．



【答案】$\sqrt{3}$

【详解】解：∵ $AECF$ 为菱形，

∴ $\angle FCO=\angle ECO$，

由折叠的性质可知，$\angle ECO=\angle BCE$，

又∵ $\angle FCO+\angle ECO+\angle BCE=90^\circ$，

∴ $\angle FCO=\angle ECO=\angle BCE=30^\circ$，

在 Rt EBC 中，$EC=2EB$，

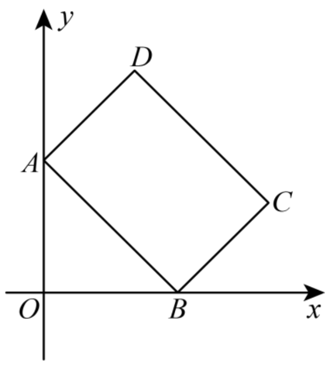
又∵ $EC=AE$，$AB=AE+EB=3$，

∴ $EB=1$，$EC=2$，

∴ $BC=\sqrt{EC^2-EB^2}=\sqrt{3}$，

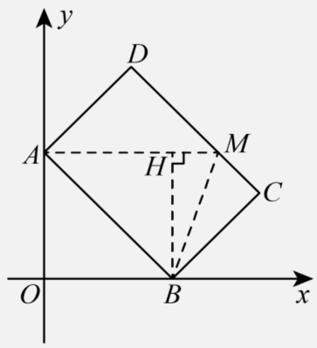
故答案为：$\sqrt{3}$．

14．如图，直线 $y=kx+4$ 与 y 轴交于点 A，与 x 轴交于点 B，矩形 $ABCD$ 位于第一象限，若矩形 $ABCD$ 的面积为 20，则直线 CD 必经过一点，这个点的坐标为_____．



【答案】$(5,4)$

【详解】过 A 作 $AM\parallel x$ 轴交 CD 于点 M，连结 BM，作 $BH\perp AM$ 于点 H，



由 $y=kx+4$ 得，当 $x=0$ 时， $y=4$，即 $A(0,4)$，

$\therefore BH=4$，

由矩形 $ABCD$ 的面积为 20 ，

$\therefore S_{ABM}=\frac{1}{2}S_{矩形ABCD}=\frac{1}{2}\times20=10=\frac{1}{2}AM\times BH$，

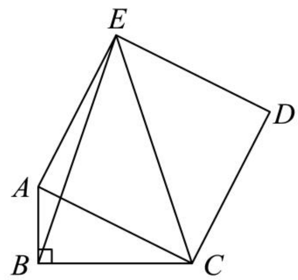
$\therefore AM=5$，

$\therefore$点 $(5,4)$，

$\therefore$直线 CD 必经过一点 $(5,4)$，

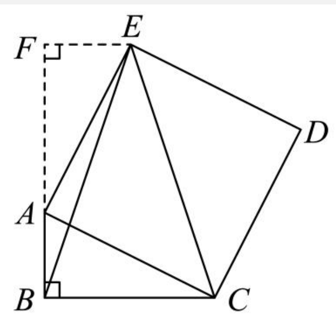
故答案为：$(5,4)$.

15．如图，$\angle ABC=90^{\circ}$，四边形 $ACDE$ 是正方形，若 $AB=2,BC=4$，则 BCE 的面积等于______.



【答案】12

【详解】解：如图，延长 BA，过点 E 作直线 BA 的垂线，垂足为 F，



$\because$ 四边形 $ACDE$ 是正方形，

$\therefore AC = AE$， $\angle EAC = 90°$，

$\because \angle FAE + \angle BAC = 90°$，

$\because \angle ABC = 90°$， $EF \perp AF$，

$\therefore \angle EFA = \angle ABC = 90°$， $\angle FAE = 90° - \angle BAC = \angle BCA$，

在$\triangle EFA$和$\triangle ABC$中，$\begin{cases} \angle FAE = \angle BCA \\ \angle EFA = \angle ABC \\ AE = AC \end{cases}$，

$\therefore \triangle EFA \cong \triangle ABC(\text{AAS})$，

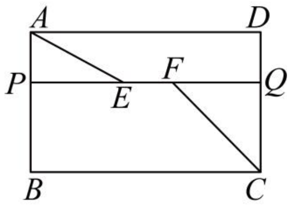
$\therefore FA = BC = 4$，

$\therefore BF = AB + AF = AB + BC = 2 + 4 = 6$，

$\therefore S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12$，

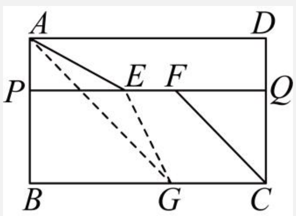
故答案为：12．

16．如图，在矩形$ABCD$中，$AB = 3$，$AD = 5$，点P、点Q分别在AB、CD上，$PQ \parallel AD$，线段EF在PQ上，且满足$EF = 1$，连接AE、CF，则$AE + CF$的最小长度为______．



【答案】5

【详解】解：过E作$EG \parallel CF$交BC于G，连接AG，如图：



$\because PQ \parallel BC \parallel AD$，$EG \parallel CF$，

$\therefore$四边形$EFCG$是平行四边形，

$\therefore CG = EF = 1$，$EG = CF$，

$\because$四边形$ABCD$是矩形，

$\therefore \angle B = 90°$，$BC = AD = 5$，

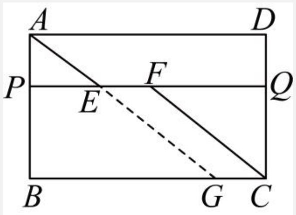
$\therefore BG = BC - CG = 5 - 1 = 4$，

∴ $AG=\sqrt{AB^2+BG^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

∵ $EG=CF$，

∴ $AE+CF=AE+EG$，

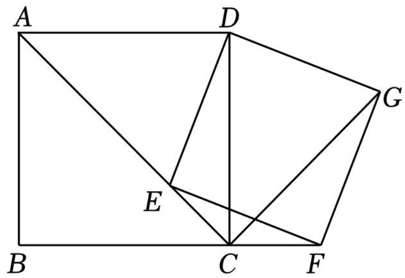
∴ $AE+EG$ 最小时，$AE+CF$ 最小，此时 E 在线段 AG 上，$AE+CF$ 最小值为 AG 的长，如图：



∴ $AE+CF$ 的最小值为 5；

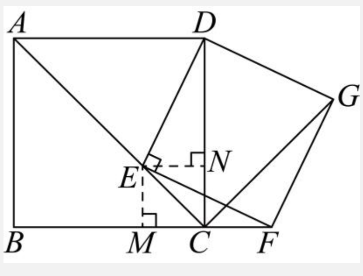
故答案为：5．

17．如图，已知四边形 $ABCD$ 为正方形，$AB=3\sqrt{2}$，E 为对角线 AC 上一点，连接 DE，过点 E 作 $EF\perp DE$，交 BC 的延长线于点 F，以 DE，EF 为邻边作矩形 $DEFG$，连接 CG．下列结论：①矩形 $DEFG$ 是正方形；②$CE=CF$；③$AE=CG$；④$CE+CG=6$．其中结论正确的序号有________．（填序号）



【答案】①③④

【详解】解：过 E 作 $EM\perp BC$ 于 M 点，过 E 作 $EN\perp CD$ 于 N 点，如图所示：



则 $\angle EMC=\angle ENC=90°$，

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $\angle BCD=90°,\angle ECN=45°$，

∴ $NE=NC$，

∴四边形 $EMCN$ 为正方形，

$\therefore EM=EN$，

$\because$四边形 $DEFG$ 是矩形，

$\therefore \angle DEN+\angle NEF=\angle MEF+\angle NEF=90^{\circ}$，

$\therefore \angle DEN=\angle MEF$，

又 $\angle DNE=\angle FME=90^{\circ}$，

在 DEN 和 $\triangle FEM$ 中，

$$\begin{cases}\angle DNE=\angle FME \\ EN=EM \\ \angle DEN=\angle FEM\end{cases}，$$

$\therefore \triangle DEN\cong\triangle FEM(\mathrm{ASA})$，

$\therefore ED=EF$，

$\because$四边形 $DEFG$ 为矩形，

$\therefore$矩形 $DEFG$ 为正方形；故①正确；

$\because \angle GDE=\angle ADC=90^{\circ},\angle GDC+\angle NDE=\angle ADE+\angle NDE$，

$\therefore \angle GDC=\angle ADE$，

$\because AD=DC,DG=DE$，

$\therefore \triangle ADE\cong\triangle CDG(\mathrm{SAS})$，

$\therefore AE=CG$，故③正确；

$\because AB=3\sqrt{2}$，四边形 $ABCD$ 是正方形，

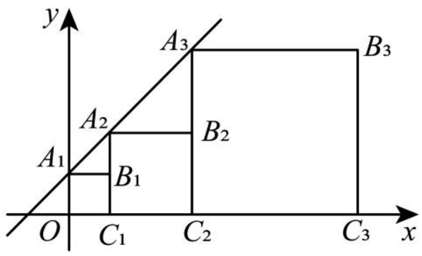
$\therefore CE+CG=AE+CE=AC=\sqrt{2}AB=\sqrt{2}\times3\sqrt{2}=6$，故④正确；

当 $DE\perp AC$ 时，点 C 与点 F 重合，

$\therefore CE$ 不一定等于 CF，故②错误，

故答案为：①③④．

18．正方形 $A_1B_1C_1O$，$A_2B_2C_2C_1$，$A_3B_3C_3C_2$…按如图所示的方式放置，点 A_1，A_2，A_3，…在直线 $y=x+1$，点 C_1，C_2，C_3，…在 x 轴上，则 B_6 的坐标是______．



【答案】$(63,32)$

【详解】解：$\because$ 点 A_1 在直线 $y=x+1$ 上，

$\therefore OA_1=1$，

又 $\because$ 四边形 $A_1B_1C_1O$ 是正方形，

$\therefore C_1(1,0)$， $B_1(1,1)$，

$\because$ 点 A_2 在直线 $y=x+1$ 上，

$\therefore A_2(1,2)$，

又 $\because$ 四边形 $A_2B_2C_2C_1$ 是正方形，

$\therefore C_2(3,0)$， $B_2(3,2)$，

$\because$ 点 A_3 在直线 $y=x+1$ 上，

$\therefore A_3(3,4)$，

以此类推可得点 B_3 的坐标为 $(7,4)$，

$\therefore B_1$ 的纵坐标是： $1=2^0$， B_1 的横坐标是： $1=2^1-1$；

B_2 的纵坐标是： $2=2^1$， B_2 的横坐标是： $3=2^2-1$；

B_3 的纵坐标是： $4=2^2$， B_3 的横坐标是： $7=2^3-1$；

……

B_n 的纵坐标是： 2^{n-1}， B_n 的横坐标是： 2^n-1，

所以 B_6 的坐标是 $(2^6-1,2^{6-1})$，即 $(63,32)$，

故答案为：$(63,32)$．

三、解答题：本题共 8 小题，共 88 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

19.（本题 10 分）已知 y 与 $x+2$ 成正比例，当 $x=4$ 时，$y=4$.

(1)求 y 与 x 之间的函数关系式；

(2)若点 $(a,6)$ 在这个函数的图象上，求 a 的值.

【详解】（1）解：$\because y$ 与 $x+2$ 成正比例，

$\therefore$ 设 $y=k(x+2)$，

$\because$ 当 $x=4$ 时，$y=4$，

$\therefore k(4+2)=4$，

解得：$k=\frac{2}{3}$，

$\therefore y=\frac{2}{3}(x+2)$

$=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$，

故 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$；…………………………6 分

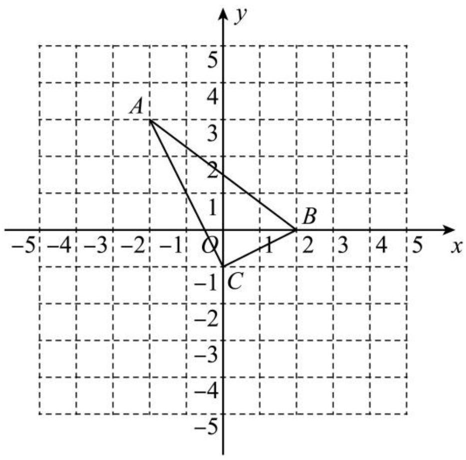
（2）解：$\because$ 点 $(a,6)$ 在这个函数的图象上，

$\therefore \frac{2}{3}a+\frac{4}{3}=6$，

解得：$a=7$，

故 a 的值为 7．…………………………10 分

20.（本题 10 分）如图，平面直角坐标系中的网格由边长为 1 的小正方形构成．$\triangle ABC$ 中，点 A 坐标为 $(-2,3)$，点 B 坐标为 $(2,0)$，点 C 坐标为 $(0,-1)$．



(1)边 BC 的长为__________；

(2)判断$\triangle ABC$的形状；

(3)若以点A、B、C及点D为顶点的四边形是平行四边形，请在图中画出符合条件的平行四边形，并直接写出点D的坐标．

【详解】（1）解：$BC=\sqrt{OC^2+OB^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

故答案为：$\sqrt{5}$． …………………………2 分

（2）解：$AC^2=4^2+2^2=20$，

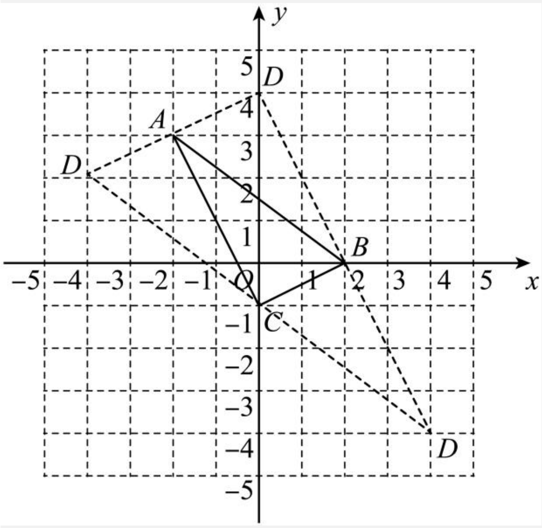
$BC^2=1^2+2^2=5$，

$AB^2=3^2+4^2=25$，

∴$AC^2+BC^2=AB^2$，

∴$\triangle ABC$的形状为直角三角形；…………………………7 分

（3）解：如图：



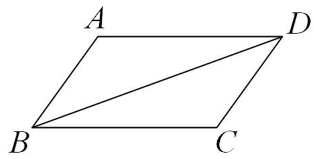
当AC为对角线时，四边形$ABCD$是平行四边形，点D的坐标为$(-4,2)$；

当AB为对角线时，四边形$ACBD$是平行四边形，点D的坐标为$(0,4)$；

当BC为对角线时，四边形$ABDC$是平行四边形，点D的坐标为$(4,-4)$；

综上所述，D的坐标为$(0,4)$或$(-4,2)$或$(4,-4)$． …………………………10 分

21．（本题 10 分）如图，平行四边形$ABCD$中，E、F是对角线BD上不同的两点，添加个条件，使得四边形$AECF$为平行四边形．



(1)现有四个条件：①$BE=DF$；②$AF\parallel CE$；③$AE=CF$；④$\angle BAE=\angle DCF$．你添加的条件是：______（填一个序号即可）

(2)在（1）的基础上，求证：四边形$AECF$是平行四边形．

【详解】（1）解：添加①，证明$AE=CF$，$AE\parallel CF$，可根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形得出结论；

添加②，证明$AF=CE$，可根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形得出结论；

添加④，证明$AE=CF$，$AE\parallel CF$，可根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形得出结论；

添加③不能得出四边形$AECF$为平行四边形．

故答案为：①或②或④（填一个即可）；..............................3分

（2）证明：如图，

添加①$BE=DF$时，

∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$AB=CD$，$AB\parallel CD$，

∴$\angle ABE=\angle CDF$，

∵$BE=DF$，

∴$\triangle ABE\cong\triangle CDF$（SAS），

∴$AE=CF$，$\angle AEB=\angle CFD$，

∴$\angle AEF=\angle CFE$，

∴$AE\parallel CF$，

∴四边形$AECF$是平行四边形；

添加②$AF\parallel CE$时，

∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$AD\parallel BC$，$AD=BC$，

∴$\angle ADF=\angle CBE$，

∵$AF\parallel CE$，

∴$\angle AFE=\angle CEF$，

∴∠AFD=∠CEB，

∴△ADF≌△CBE（AAS），

∴AF=CE，

∵AF∥CE，

∴四边形 $AECF$ 是平行四边形；

添加④∠BAE=∠DCF 时，

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴AB=CD，AB∥CD，

∴∠ABE=∠CDF，

∵∠BAE=∠DCF，

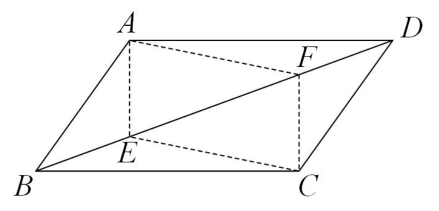
∴△ABE≌△CDF（ASA），

∴AE=CF，∠AEB=∠CFD，

∴∠AEF=∠CFE，

∴AE∥CF，

∴四边形 $AECF$ 是平行四边形．



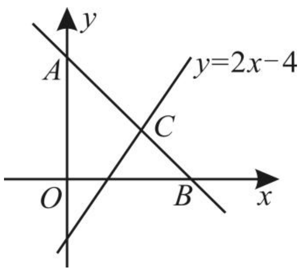
…………………………10 分

22．（本题 10 分）如图，直线 $y=kx+b$ 过点 $A\left(0,5\right)$，$B\left(5,0\right)$。

(1)求直线 AB 的解析式．

(2)若直线 $y=2x-4$ 与直线 AB 相交于点 C，求点 C 的坐标．

(3)根据图象，写出关于 x 的不等式 $2x-4\geq kx+b$ 的解集．



【详解】（1）解：$\because$ 直线 $y=kx+b$ 过点 $A(0,5)$， $B(5,0)$，

$\therefore \begin{cases} b=5 \\ 5k+b=0 \end{cases}$，

解方程组得 $\begin{cases} k=-1 \\ b=5 \end{cases}$，

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y=-x+5$； …………………………4 分

（2）$\because$ 直线 $y=2x-4$ 与直线 AB 相交于点 C，

$\therefore$ 联立 $\begin{cases} y=-x+5 \\ y=2x-4 \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$，

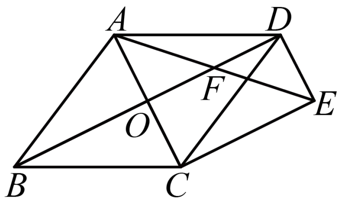
$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(3,2)$； …………………………8 分

（3）由图可知， $x\geq 3$ 时， $2x-4\geq kx+b$. …………………………10 分

23.（本题 10 分）如图，点 O 是菱形 $ABCD$ 对角线的交点，过点 C 作 $CE \parallel OD$，过点 D 作 $DE \parallel AC$，CE 与 DE 相交于点 E，连接 AE，交 BD 于点 F .

(1)求证：四边形 $OCED$ 是矩形；

(2)若 $AC=4, BD=8$，求线段 AF 的长度.



【详解】（1）证明：$\because$ $CE \parallel OD$， $DE \parallel AC$，

$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是平行四边形，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore$ $AC \perp BD$，

$\therefore$ $\angle COD=90^\circ$，

$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是矩形. …………………………3 分

（2）解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AO=CO=\frac{1}{2}AC=2$， $DO=\frac{1}{2}BD=4$，

$\because$四边形$OCED$是矩形，

$\therefore \angle ACE=90^\circ$， $DE=CO=AO=2$， $CE=DO=4$，

$\therefore AE=\sqrt{AC^2+CE^2}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$，

$\because DE \parallel AC$， $ED=AO$，

$\therefore \angle FAO=\angle FED$， $\angle AOF=\angle EDF$，

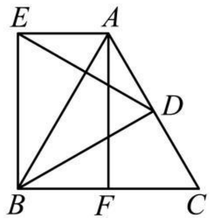
$\therefore$ $AFO \cong$ $EFD(\text{ASA})$，

$\therefore AF=EF=\frac{1}{2}AE=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$． ....10 分

24．（本题 10 分）如图，在等边$\triangle ABC$中，点D是AC的中点，AF是BC边上的中线，连接BD，以BD为边作等边$\triangle BDE$，连接AE．

(1)求证：四边形$AEBF$为矩形；

(2)若$AC=4$，求四边形$AEBF$的面积．



【详解】（1）证明：$\because$ ABC是等边三角形，点D是AC的中点，AF是BC边的中线，

$\therefore AF=BD, \angle CBD=30^\circ, AF\perp BC$，

$\because$ BDE是等边三角形，

$\therefore BE=BD, \angle DBE=60^\circ$，

$\therefore AF=BD=BE, \angle EBF=\angle AFB=90^\circ$，

$\therefore AF \parallel BE$,

$\therefore$四边形$AEBF$是平行四边形，

又$\because \angle AFB=90^\circ$,

$\therefore$四边形$AEBF$是矩形．..............................4 分

（2）解：$\because AC=4, \triangle ABC$是等边三角形，

$\therefore BC=AC=AB=4$，

$\because AF$是BC边的中线，

$\therefore \angle AFB = 90°, BF = \frac{1}{2}BC = 2$，

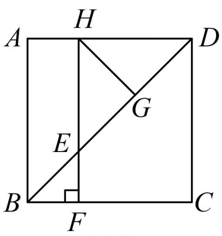
在 Rt ABF 中，由勾股定理得：$AF = \sqrt{AB^2 - BF^2} = 2\sqrt{3}$，

又∵四边形 $AEBF$ 是矩形，

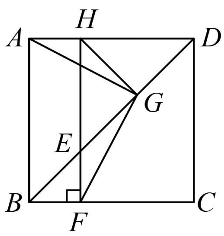
$\therefore S_{\text{矩形}AEBF} = AF \cdot BF = 2\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3}$．……………………………10 分

25．（本题 14 分）小星学习了正方形的相关知识后，对正方形进行了探究．

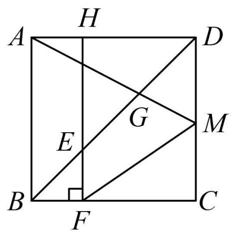
如图，BD 为正方形 $ABCD$ 的一条对角线，点 E 为 BD 上任意一点（点 E 不与点 B，D 重合），点 G 为 DE 中点，过点 E 作 $EF \perp BC$ 交 BC 边于点 F，延长 FE 交 AD 于点 H．



图①



图②



图③

(1)问题探究：

如图①，连接 HG，则 HG 与 DE 的位置关系为______，HG 与 DE 的数量关系为______；

(2)问题解决：

如图②，连接 AG, FG，求证：$\angle AGH = \angle FGE$；

(3)拓展延伸：

如图③，连接 AG 并延长交 CD 于点 M、连接 FM，探究线段 DM, FM, BF 之间的数量关系，并说明理由．

【详解】（1）解：∵正方形 $ABCD$，

∴ $\angle ADB = 45°$，$\angle A = \angle ABF = 90°$，

∵ $EF \perp BC$，

∴四边形 $ABFH$ 为矩形，

∴ $FH \perp AD$，

∴ DHE 为等腰直角三角形，

∵点 G 为 DE 中点，

∴ $HG \perp DE$，$HG = \frac{1}{2}DE$；

故答案为：$HG \perp DE$，$HG = \frac{1}{2}DE$；……………………………4 分

（2）∵正方形 $ABCD$，矩形 $ABFH$，

∴ $\angle DBC = 45°, \angle BFE = \angle AHF = 90°, AH = BF$，

∴ $\angle FEB = 45° = \angle BEF$，

∴ $\angle FEG = 135°$， $EF = BF = AH$，

∵ $HG \perp DE$， $HG = \frac{1}{2}DE = EG$，

∴ $\angle EHG = 45°$，

∴ $\angle AHG = \angle AHF + \angle EHG = 135°$，

∴ $\angle AHG = \angle FEG$，

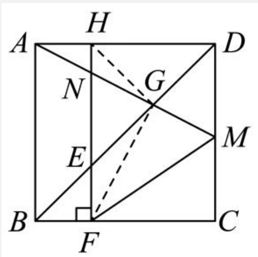
又∵ $AH = EF, HG = EG$，

∴ $\triangle AHG \cong \triangle FEG$，

∴ $\angle AGH = \angle FGE$； ....8 分

（3） $DM + BF = FM$， 理由如下：

连接 HG, FG，



∵ $\triangle HEG$ 为等腰直角三角形，

∴ $\angle HED = \angle HDE = 45° = \angle BDC$，

∵ G 为 ED 的中点，

∴ $EG = DG$，

∵ $\angle NGE = \angle MGD$，

∴ $\triangle NGE \cong \triangle MGD$，

∴ $NG = MG, NE = DM$，

∵ $\angle HGA = \angle EGF$，

∴ $\angle HGA + \angle NGE = \angle EGF + \angle NGE$， 即： $\angle FGN = \angle HGE = 90°$，

∴ $FG \perp MN$，

∵ $NG = MG$，

∴ FG 垂直平分 MN，

∴ $FN = MF$，

∵ $FN = EF + NE$，由（2）知：$BF = EF$，

∴ $DM + BF = FM$．..............................14 分

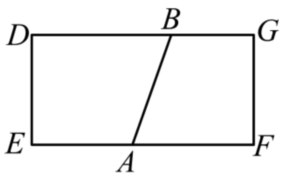
26.（本题 14 分）折纸是我国的传统文化．在数学学习中，折纸也常常能给我们解决问题提供思路和方法．在一节数学综合实践课上，老师和同学们对长为8cm，宽为4cm的长方形纸片进行折纸探究活动．

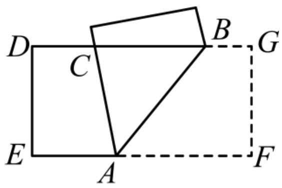
【操作说理】

如图①，在长方形纸片$DEFG$上任意画一条线段AB，将纸片沿线段AB折叠（如图②）．

(1)试探究重叠部分$\triangle ABC$的形状?并请说明理由．

(2)求$\triangle ABC$面积的最小值．


图①

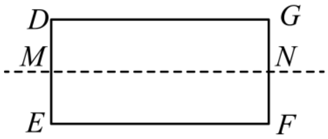

图②

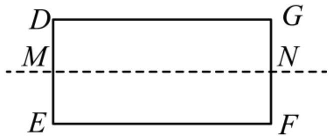
【感悟作图】

把长方形纸片$DEFG$对折，折痕为MN，请你用无刻度的直尺和圆规作图（保留作图痕迹，不写作法）．

(3)如图③，试在折痕MN上找一点P，使得$\triangle DEP$为等边三角形．

(4)如图④，在线段DG上找一点Q，在线段EF上找到一点H，使得$\triangle EQH$为等边三角形．


图③


图④

【迁移运用】

(5)若在一张钝角三角形ABC的纸片中，$\angle B = 36°$，过某一个顶点将纸片对折一次后，使得对折后的两个三角形均为等腰三角形，则三角形纸片中最大内角的度数为______．（直接写出答案）

【详解】（1）解：$\triangle ABC$为等腰三角形，理由如下：

∵纸片沿线段AB折叠，

$\therefore \angle BAC = \angle BAF$，

∵四边形$DEFG$为长方形，

$\therefore EF \parallel DG$，

$\therefore \angle BAF = \angle ABC$，

$\therefore \angle BAC = \angle ABC$，

∴ ABC 为等腰三角形；…………………………3 分

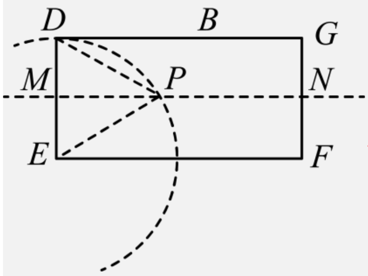
（2）解：由（1）得 $BC=AC$，

∵ ABC 的面积 $=\frac{1}{2}\times BC\times 4$，

∴当 BC 最小时，即 AC 最小时，V ABC 的面积取得最小值，

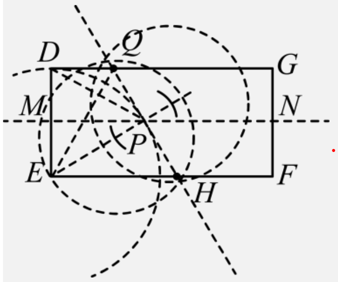
∴当 $AC=BC=4\text{cm}$ 时，V ABC 的面积最小 $=\frac{1}{2}\times 4\times 4=8\text{cm}^2$；…………………………6 分

（3）解：如图， DEP 即为所求；



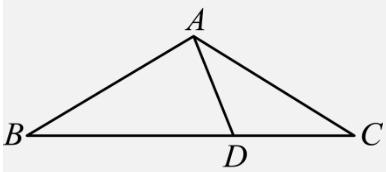
…………………………6 分

（4）解：如图，△EQH 即为所求；



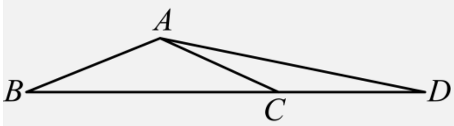
…………………………8 分

（5）解：第一种情况如图所示：



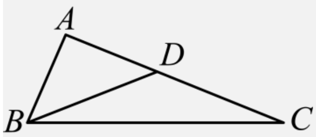
$\angle BAC=108^\circ$；…………………………10 分

第二种情况如图所示：



$\angle BAC=126^\circ$；…………………………12 分

第三种情况如图所示：



$\angle BAC=132^\circ$；

综上所述，三角形纸片中最大内角的度数为 108° 或 126° 或 132°．…………………………14 分