

2023~2024 学年（上）高一期末质量监测

数学

注意事项：

- 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
 - 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上指定位置上，在其他位置作答一律无效。
 - 本卷满分为 150 分，考试时间为 120 分钟。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
- 一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 若扇形的圆心角为 2rad ，半径为 1，则该扇形的面积为（ ）
A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 4
- 已知全集 $U = \mathbb{R}$ ，集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 3\}$ ， $B = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 4\}$ ，则 $A \cap \complement_U B =$ （ ）
A. $\{x | -2 \leq x < 4\}$ B. $\{x | x \leq 3 \text{ 或 } x \geq 4\}$
C. $\{x | -2 \leq x < -1\}$ D. $\{x | -1 \leq x \leq 3\}$
- 函数 $f(x) = 4x + \frac{9}{x+1}$ ， $x \in (-1, +\infty)$ 的最小值为（ ）
A. 6 B. 8 C. 10 D. 12
- 若角 θ 的终边经过点 $P(1, 3)$ ，则 $\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta =$ （ ）
A. $-\frac{6}{5}$ B. $-\frac{2}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{6}{5}$
- 函数 $f(x) = 2\log_3 x + 2x - 5$ 的零点所在区间是（ ）
A. $(0, 1)$ B. $(1, \frac{3}{2})$ C. $(\frac{3}{2}, 2)$ D. $(2, 3)$
- 设函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 T 。若 $2\pi < T < 3\pi$ ，且对任意 $x \in \mathbb{R}$ ， $f(x) + f\left(\frac{\pi}{3}\right) \geq 0$ 恒成立，则 $\omega =$ （ ）

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{5}{6}$

7. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$ ， $y=2f(x)-\sin x$ 是偶函数， $y=f(x)-\cos x$ 是奇函数，则

$$[f(x)]^2 + \left[f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \right]^2 = (\quad)$$

- A. 5 B. 2 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{5}{4}$

8. 已知函数 $f(x) = \lg|x| - \cos x$ ，记 $a = f(\log_{0.5} 1.5)$ ， $b = f(1.5^{0.5})$ ， $c = f(\sin(1-\pi))$ ，则 ()

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $c < b < a$ D. $c < a < b$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 下列各式中，计算结果为 1 的是 ()

- A. $\sin 75^\circ \cos 15^\circ + \cos 75^\circ \sin 15^\circ$ B. $\cos^2 22.5^\circ - \sin^2 22.5^\circ$

- C. $\frac{\sqrt{3} - \tan 15^\circ}{1 + \sqrt{3} \tan 15^\circ}$ D. $\frac{\tan 22.5^\circ}{1 - \tan^2 22.5^\circ}$

10. 若 $a > b > 0$ ， $c > d > 0$ ，则 ()

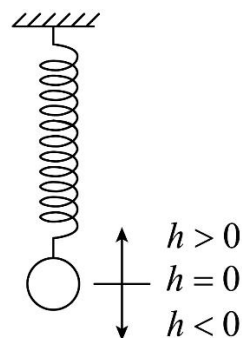
- A. $a - c > b - d$ B. $a(a + c) > b(b + d)$ C. $\frac{d}{a + d} < \frac{c}{b + c}$ D. $\frac{b + d}{b + c} < \frac{a + d}{a + c}$

11. 下列函数中，既是偶函数又在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是 ()

- A. $y = x^{-\frac{2}{3}}$ B. $y = 2^{|x|+1}$ C. $y = x^2 - x^{-2}$ D. $y = 2^x - 2^{-x}$

12. 如图，弹簧挂着的小球做上下振动，小球的最高点与最低点间的距离为 10 (单位：cm)，它在 t (单位：s) 时相对于平衡位置 (静止时的位置) 的高度 h cm 由关系式 $h = A \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ 确定，其中 $A > 0$ ， $t \geq 0$.

则下列说法正确的是 ()



- A. 小球在往复振动一次的过程中，从最高点运动至最低点用时 2s

B. 小球在往复振动一次的过程中, 经过的路程为 20cm

C. 小球从初始位置开始振动, 重新回到初始位置时所用的最短时间为 $\frac{1}{2}$ s

D. 小球从初始位置开始振动, 若经过最高点和最低点的次数均为 10 次, 则所用时间的范围是 $\left[20\frac{1}{4}, 21\frac{1}{4}\right)$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\tan A$ 、 $\tan B$ 是 x 的方程 $x^2 - px + 1 - p = 0$ 的两个实根, 则角 $C =$ _____.

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3^x, & x \geq 1 \\ ax+1, & x < 1 \end{cases}$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增, 则 a 的取值范围是_____.

15. 已知 $\sin \alpha + \sin \beta = \frac{1}{2}$, $\cos(\alpha - \beta) = \frac{1}{4}$, 则 $\cos \alpha + \cos \beta$ 的一个取值为_____.

16. 若闭区间 $[a, b]$ 满足: ①函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上单调; ②函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的值域为 $[a^n, b^n]$, $n \in \mathbf{N}^*$,

则称区间 $[a, b]$ 为函数 $f(x)$ 的 n 次方膨胀区间. 函数 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ 的 2 次方膨胀区间为_____;

若函数 $f(x) = kx^2 + 1 - k$ ($k > 0$) 存在 4 次方膨胀区间, 则 k 的取值范围是_____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集 $A = \{y \mid y = \sin x + m\}$, $B = \{x \mid x^2 - 4x \leq 0\}$.

(1) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若 $A \cup B \neq B$, 求实数 m 的取值范围.

18. 已知 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\beta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, $\tan \alpha = \frac{3}{4}$, $\cos(\alpha - \beta) = \frac{5}{13}$.

(1) 求 $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$;

(2) 求 $\sin \beta$.

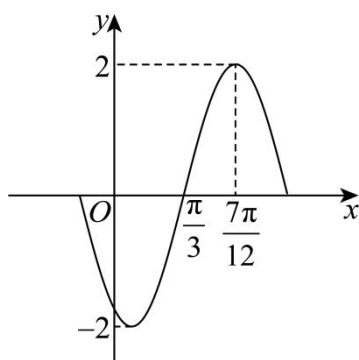
19. 已知函数 $f(x) = \lg(1 - 2x) + \lg(1 + 2x)$.

(1) 求 $f(x)$ 的定义域;

(2) 判断并证明 $f(x)$ 的奇偶性;

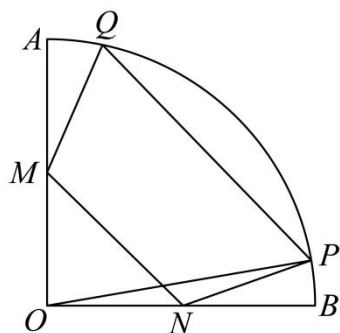
(3) 讨论 $f(x)$ 的单调性.

20. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, -\pi < \varphi < \pi$) 的部分图象如图所示.



- (1) 求 $f(x)$ 的解析式及单调减区间;
- (2) 将函数 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再将所得图象上各点的横坐标变为原来的 2 倍 (纵坐标不变), 得到函数 $y = g(x)$ 的图象. 若对任意 $x_1, x_2 \in \left[\frac{\pi}{6}, \pi\right]$, $|g(x_1) - g(x_2)| \leq a$, 求实数 a 的最小值.

21. 如图, 在半径为 4、圆心角为 90° 的扇形 OAB 中; M, N 分别为 OA, OB 的中点, 点 P, Q 在圆弧 AB 上且 $MN \parallel PQ$.



- (1) 若 $\angle BOP = 15^\circ$, 求梯形 $MNPQ$ 的高;
- (2) 求四边形 $MNPQ$ 面积的最大值.

22. 已知函数 $f(x) = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), 点 $P\left(-2, \frac{1}{4}\right)$ 在其图象上.

- (1) 若函数 $g(x) = mf(2x) + (2m-1)f(x)$ 有最小值, 求实数 m 的取值范围;

- (2) 设函数
$$h(x) = \begin{cases} f(2x) - \lambda f(x) - 4, & x \geq -2 \\ \cos \frac{\pi x}{6}, & -3 < x < -2 \\ 2, & x \leq -3 \end{cases}$$
, 若存在非零实数 x_0 , 使得 $h(-x_0) = h(x_0)$, 求实数 λ 的

取值范围.