

初三数学第一次适应性训练

一. 选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分.)

1. 2024 的倒数是 ()

- A. 2024 B. -2024 C. $|2024|$ D. $\frac{1}{2024}$

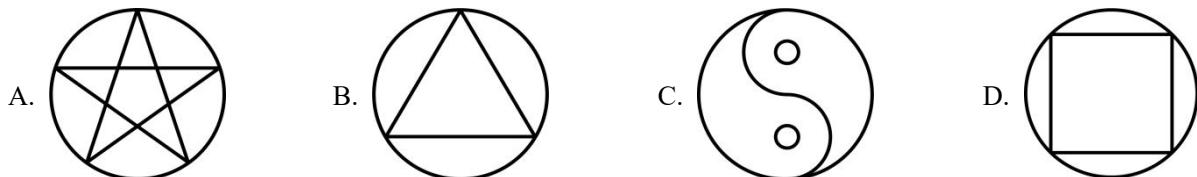
2. 下列运算正确的是 ()

- A. $(x^3)^2 = x^5$ B. $x^2 + x^3 = x^5$ C. $(-2a^2b)^3 = -8a^6b^3$ D. $(a-b)(-a+b) = a^2 - b^2$

3. 陈芋汐在 2023 年杭州亚运会女子十米跳台项目中获得了亚军, 其中第五轮跳水的 7 个成绩分别是(单位: 分): $9.0, 9.0, 8.5, 9.0, 9.5, 9.0, 8.5$. 这组数据的众数和中位数分别是 ()

- A. $9.0, 8.5$ B. $9.0, 9.0$ C. $8.5, 8.75$ D. $9.0, 9.25$

4. 下列图形中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()



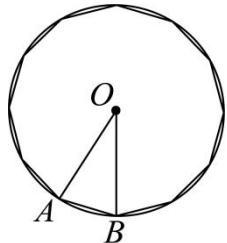
5. 若圆锥的底面半径为 3, 母线长为 5, 则这个圆锥的侧面积为 ()

- A. 6π B. 8π C. 15π D. 30π

6. 下列结论中, 正确的是 ()

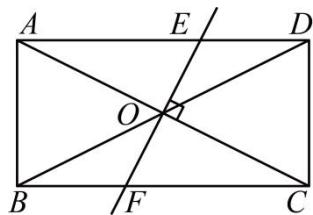
- A. 四边相等的四边形是正方形
B. 对角线相等的菱形是正方形
C. 正方形两条对角线相等, 但不互相垂直平分
D. 矩形、菱形、正方形都具有“对角线相等”的性质

7. 魏晋时期的数学家刘徽首创“割圆术”, 用圆内接正多边形的面积去无限逼近圆面积. 如图所示的圆的内接正十二边形, 若该圆的半径为 1, 则这个圆的内接正十二边形的面积为 ()



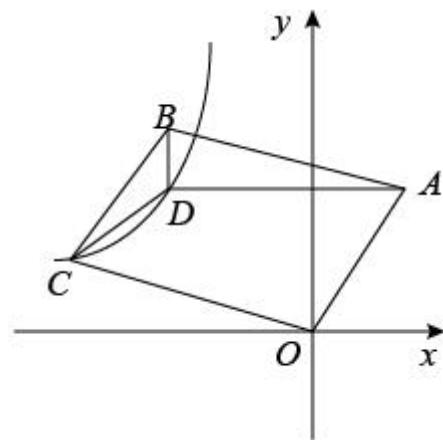
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. 如图,在矩形 $ABCD$ 中,对角线 AC, BD 交于点 O ,过点 O 作 $EF \perp AC$ 交 AD 于点 E ,交 BC 于点 F .已知 $AB = 4$, $\triangle AOE$ 的面积为 5, 则 DE 的长为 ()



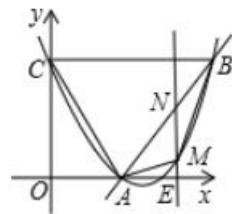
9. 如图, 点 D 是 Ψ_{OABC} 内一点, AD 与 x 轴平行, BD 与 y 轴平行, $BD = \sqrt{3}$, $\angle BDC = 120^\circ$,

- $S_{\triangle BCD} = \frac{9}{2}\sqrt{3}$ ，若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图像经过 C , D 两点，则 k 的值是 ()



- A. $-6\sqrt{3}$ B. -6 C. $-12\sqrt{3}$ D. -12

10. 如图, 抛物线 $y = ax^2 - \frac{10}{3}x + 4$ 与直线 $y = \frac{4}{3}x + b$ 经过点 $A(2, 0)$, 且相交于另一点 B , 抛物线与 y 轴交于点 C , 与 x 轴交于另一点 E , 过点 N 的直线交抛物线于点 M , 且 $MN \parallel y$ 轴, 连接 AM, BM, BC, AC , 当点 N 在线段 AB 上移动时 (不与 A 、 B 重合), 下列结论正确的是 ()



- A. $MN + BN < AB$ B. $\angle BAC = \angle BAE$
 C. $\angle ACB - \angle ANM = \frac{1}{2} \angle ABC$ D. 四边形 $ACBM$ 的最大面积为 13

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

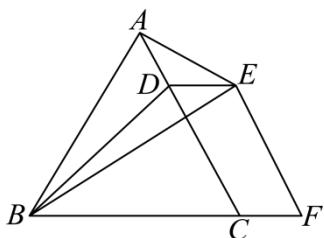
11. 分解因式: $2x^2 - 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

12. 使得代数式 $\frac{1}{\sqrt{x-3}}$ 有意义的 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 清代诗人袁枚的一首诗《苔》中写到: “白日不到处, 青春恰自来, 苔花如米小, 也学牡丹开”, 若苔花的花粉直径约为 0.0000084 米, 用科学记数法表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 米.

14. 南宋数学家杨辉在他的著作《杨辉算法》中提出这样一个数学问题: “直田积八百六十四步, 只云长阔共六十步, 问长多阔几何”. 意思是: 一块矩形地的面积为 864 平方步, 已知长与宽的和为 60 步, 问长比宽多几步? 设矩形的长为 x 步, 则可列出方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

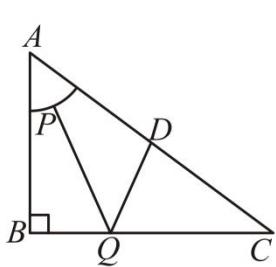
15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在线段 AC 上, 点 F 在线段 BC 的延长线上, 若 $BF = 5CF$, 四边形 $CDEF$ 是平行四边形, 且 $\triangle BDE$ 与 $\triangle ADE$ 的面积和为 6, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



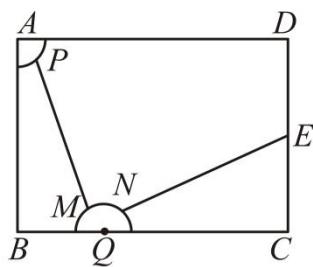
16. 规定: 若 $\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2)$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 y_2 + x_2 y_1$. 例如 $\vec{a} = (1, 3)$, $\vec{b} = (2, 4)$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \times 4 + 3 \times 2 = 10$. 已知 $\vec{a} = (x+1, x-2)$, $\vec{b} = (x-3, 4)$, 且 $1 \leq x \leq 2$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. (1) 如图①, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 6$, $BC = 8$, 点 D 是边 AC 的中点. 以点 A 为圆心, 2 为半径在 $\triangle ABC$ 内部画弧, 若点 P 是上述弧上的动点, 点 Q 是边 BC 上的动点, $PQ + QD$ 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 如图②, 矩形 $ABCD$ 中 $AB = 200\sqrt{3}$, $BC = 300$. E 为 CD 中点, 要在以点 A 为圆心, 10 为半径的圆弧上选一处点 P , 边 BC 上选一处点 Q , M 、 N 是以 Q 为圆心, 10 为半径的半圆的三等分点处, $PM + NE$ 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



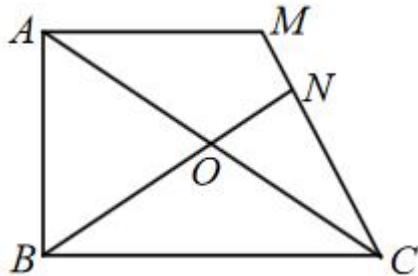
(图①)



(图②)

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, 以 AC 为边在 $\triangle ABC$ 外作等腰三角形 $\triangle AMC$, 满足 $AM = CM$,

$AM \parallel BC$, O 是边 AC 的中点, 连结 BO , 作射线 BO 交折线段 $A—M—C$ 于点 N , 若 $MN=2$, $ON=3$, 则 AM 的长为_____.



三. 解答题 (本大题共 10 小题, 共 96 分)

19. (1) 计算: $(-1)^3 + \sqrt{2} \tan 45^\circ - \sqrt{8}$;

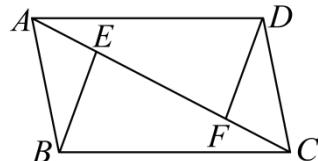
(2) 化简: $\frac{a^2 - 4}{a} \div \left(1 - \frac{2}{a}\right)$.

20. 解方程与不等式组:

(1) $x^2 + 4x - 1 = 0$

(2) $\begin{cases} \frac{x-3}{2} + 3 \geq x + 1 \\ 1 - 3(x-1) < 8 - x \end{cases}$

21. 如图, 已知 $AB = DC$, $AB \parallel CD$, 且 $AF = CE$.



(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle CDF$;

(2) 若 $\angle BCE = 30^\circ$, $\angle CBE = 70^\circ$, 求 $\angle CFD$ 的度数.

22. 甲、乙两人做游戏, 他们在一只不透明的袋子中装了五个小球, 分别标有数字: 1, 1, 2, 2, 3, 这些小球除编号外都相同.

(1) 搅匀后, 甲从中任意摸出一个小球, 则这个小球的编号是偶数的概率为_____;

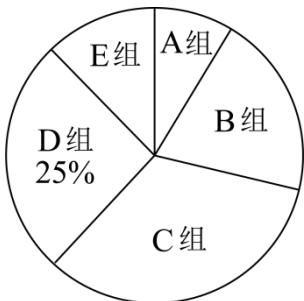
(2) 搅匀后, 甲从中任意摸出一个小球, 记录小球的编号后放回、搅匀, 乙再从中任意摸出一个小球, 若摸出两个小球编号之和为偶数甲获胜; 否则, 乙获胜, 请你用画树状图或列表的方法说明谁获胜的概率大.

23. 劳动教育是新时代党对教育的新要求, 某校为了解学生参加家务劳动的情况, 随机抽取了部分学生在某个星期日做家务的时间 t (单位 h) 作为样本, 将收集的数据整理后分为 A, B, C, D, E 五个组别, 其中 A 组的数据分别为: 0.5, 0.4, 0.4, 0.4, 0.3, 绘制成如下不完整的统计图表.

各组劳动时间的频数分布表

组别	时间/h	频数
A	$0 < t \leq 0.5$	5
B	$0.5 < t \leq 1$	a
C	$1 < t \leq 1.5$	20
D	$1.5 < t \leq 2$	15
E	$t > 2$	8

各组劳动时间的扇形统计图

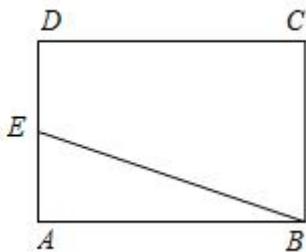


请根据以上信息解答下列问题

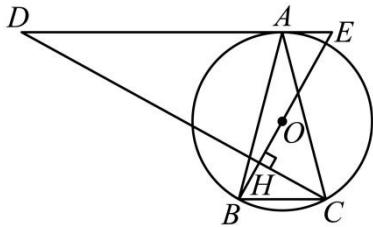
- (1) 本次调查的样本容量为_____，频数分布表中的 a 的值为_____；
- (2) A 组数据的众数为_____ h，B 组所在扇形的圆心角的大小为_____；
- (3) 若该校有 1200 名学生，估计该校学生劳动时间超过 1h 的人数

24. 如图，矩形 $ABCD$ 中， E 为 AD 的中点.

- (1) 在 CD 边上求作一点 F ，使得 $\angle CFB = 2\angle ABE$ ；
- (2) 在 (1) 中，若 $AB = 9$ ， $BC = 6$ ，求 BF 的长.



25. Γ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， $AB=AC$ ，过点 A 作 $AE \parallel BC$ ，交射线 BO 于点 E ，过点 C 作 $CH \perp BE$ 于点 H ，交直线 AE 于点 D .



(1) 求证: DE 是 ΓO 的切线.

(2) 已知 $BC=4\sqrt{5}$, $\tan \angle D=\frac{1}{2}$, 求 DE 的长度.

26. 1 是一种儿童可折叠滑板车, 该滑板车完全展开后示意图如图 2 所示, 由车架 $AB-CE-EF$ 和两个大小相同的车轮组成车轮半径为 8 cm , 已知 $BC=58\text{ cm}$, $CD=30\text{ cm}$, $DE=12\text{ cm}$, $EF=68\text{ cm}$, $\cos \angle ACD=\frac{4}{5}$, 当 A , E , F 在同一水平高度上时, $\angle CEF=135^\circ$.



图1

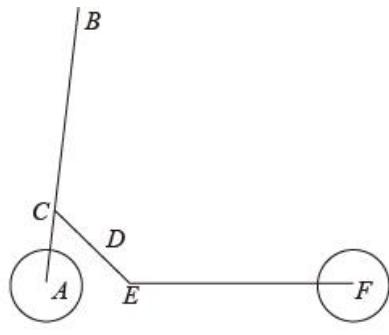


图2

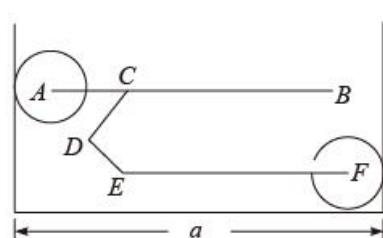


图3

(1) 求 AC 的长;

(2) 为方便存放, 将车架前部分绕着点 D 旋转至 $AB \parallel EF$, 按如图 3 所示方式放入收纳箱, 试问该滑板车折叠后能否放进长 $a=100\text{ cm}$ 的收纳箱 (收纳箱的宽度和高度足够大), 请说明理由 (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.4$).

27. 在平面直角坐标系中为, 抛物线 $y=-x^2+bx+c$ (b 、 c 为常数) 的对称轴为直线 $x=1$, 与 y 轴交点坐标为 $(0,3)$.

(1) 求此抛物线对应的函数表达式;

(2) 点 A 、点 B 均在这个抛物线上 (点 A 在点 B 的左侧), 点 A 的横坐标为 m , 点 B 的横坐标为 $4-m$. 将此抛物线上 A, B 两点之间的部分 (含 A, B 两点) 记为图象 G .

①当点 A 在 x 轴上方, 图象 G 的最高与最低点的纵坐标差为 6 时, 求 m 的值;

②设点 $D(1,n)$, 点 $E(1,1-n)$, 将线段 DE 绕点 D 逆时针旋转 90° 后得到线段 DF , 连接 EF , 当 $\triangle DEF$ (不含内部) 和二次函数在 $x \geq 0$ 范围上的图像有且仅有一个公共点时, 求 n 的取值范围.

28. 如图 1, 四边形 $ABCD$ 中 $AD \parallel BC$, $\angle B=90^\circ$, $\tan C=\frac{4}{3}$, $CD=10$.

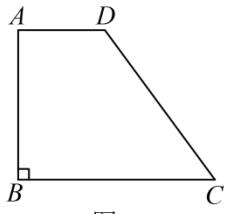


图1

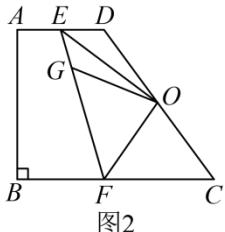


图2

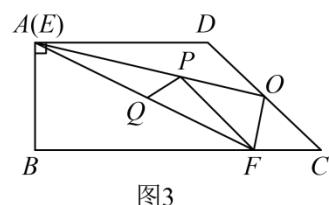


图3

(1) 线段 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 如图 2, 点 O 是 CD 的中点, E 、 F 分别是 AD 、 BC 上的点, 将 $\triangle DEO$ 沿着 EO 翻折得 $\triangle GEO$, 将 $\triangle COF$ 沿着 FO 翻折使 CO 与 GO 重合.

①当点 E 从点 D 运动到点 A 时, 点 G 走过的路径长为 $\frac{5}{2}\pi$, 求 AD 的长;

②在①的条件下, 若 E 与 A 重合 (如图 3), Q 为 EF 中点, P 为 OE 上一动点, 将 $\triangle FPQ$ 沿 PQ 翻折得到 $\triangle F'PQ$, 若 $\triangle F'PQ$ 与 $\triangle APF$ 的重合部分面积是 $\triangle APF$ 面积的 $\frac{1}{4}$, 求 AP 的长.