

2023-2024 学年初三数学中考模拟试题

一、选择题（本大题共 10 小题，每题 3 分，共计 30 分）

1. 2 的相反数是（ ）

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. 下列计算正确的是（ ）

- A. $a^2 + a^2 = a^4$ B. $(a^2)^3 = a^5$ C. $a + 2 = 2a$ D. $(ab)^3 = a^3b^3$

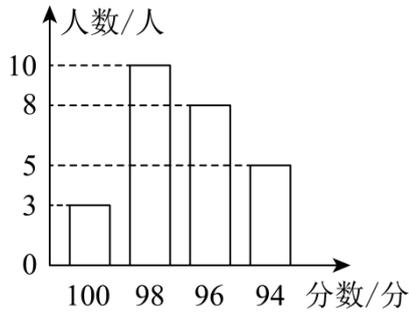
3. 函数 $y = \frac{\sqrt{x-2}}{2}$ 中 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \leq 2$ B. $x \geq 2$ C. $x < 2$ D. $x > 2$

4. 如果圆锥的母线长为 5，底面半径为 2，那么这个圆锥的侧面积为（ ）

- A. 10 B. 10π C. 20 D. 20π

5. 为了增强学生预防新冠肺炎的安全意识，某校开展疫情防控知识竞赛。来自不同年级的 26 名参赛同学的得分情况如图所示，这些成绩的众数和中位数分别是（ ）

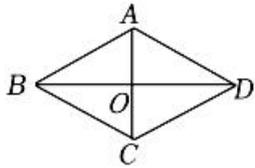


- A. 98, 98 B. 98, 97 C. 96, 98 D. 96, 96

6. 已知有理数 x, y 满足方程组 $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ 2y - x = -4 \end{cases}$ ，则 $2x + y$ 的值为（ ）

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

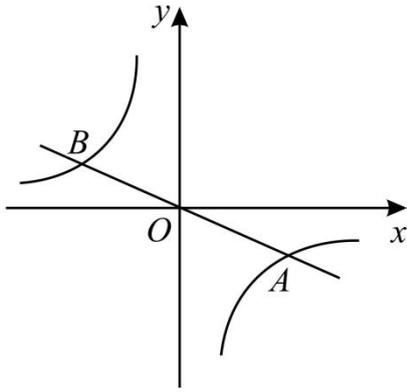
7. 如图， $\Psi ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，添加下列条件不能证明 $\Psi ABCD$ 是菱形的是（ ）



- A. $\angle ABD = \angle ADB$ B. $AC \perp BD$ C. $AB = BC$ D. $AC = BD$

8. 如图，正比例函数 $y = k_1x$ 与反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象交于 $A(1, m)$ 、 B 两点，当 $k_1x \leq \frac{k_2}{x}$ 时， x 的取值

范围是（ ）



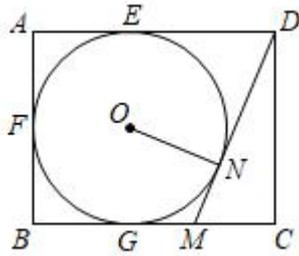
A. $-1 \leq x < 0$ 或 $x \geq 1$

B. $x \leq -1$ 或 $0 < x \leq 1$

C. $x \leq -1$ 或 $x \geq 1$

D. $-1 \leq x < 0$ 或 $0 < x \leq 1$

9. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=4$ ， $AD=5$ ， AD ， AB ， BC 分别与 $\odot O$ 相切于 E ， F ， G 三点，过点 D 作 $\odot O$ 的切线交 BC 于点 M ，切点为 N ，则 DM 的长为 ()



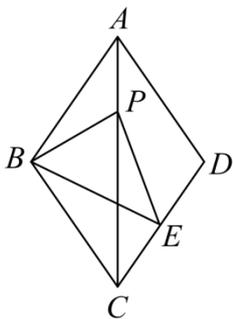
A. $\frac{13}{3}$

B. $\frac{9}{2}$

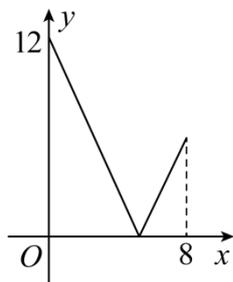
C. $\frac{4\sqrt{13}}{3}$

D. $2\sqrt{5}$

10. 如图 (1)，点 P 为菱形 $ABCD$ 对角线 AC 上一动点，点 E 为边 CD 上一定点，连接 PB ， PE ， BE 。图 (2) 是点 P 从点 A 匀速运动到点 C 时， $\triangle PBE$ 的面积 y 随 AP 的长度 x 变化的关系图象 (当点 P 在 BE 上时，令 $y=0$)，则菱形 $ABCD$ 的周长为 ()



图(1)



图(2)

A. $8\sqrt{3}$

B. $8\sqrt{5}$

C. 20

D. 24

二、填空题 (本大题共 8 小题，每题 3 分，共计 24 分)

11. 分解因式 $m^2 - 9$ 的结果是_____.

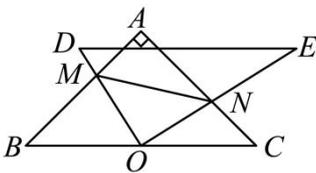
12. 马拉松长跑是国际上非常普及的长跑比赛项目, 全程距离约 42200 米, 将数字 42200 用科学记数法表示为_____.

13. 已知方程 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 的两个解分别为 x_1 、 x_2 , 则 $x_1 + x_2$ 的值为_____.

14. 已知圆锥的底面半径为 1cm, 母线长为 3cm, 则这个圆锥的侧面积是_____.

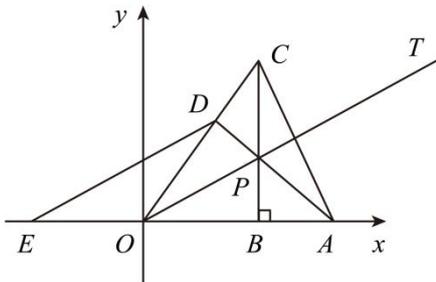
15. 已知 $a - 2b + 2 = 0$, 则 $4 - 2a + 4b$ 的值为_____.

16. 笑笑将一副三角板按如图所示的位置放置, $\triangle DOE$ 的直角顶点 O 在边 BC 的中点处, 其中 $\angle A = \angle DOE = 90^\circ$. $\angle B = 45^\circ$, $\angle D = 60^\circ$, $\triangle DOE$ 绕点 O 自由旋转, 且 OD , OE 分别交 AB , AC 于点 M , N 当 $AN = 4$, $NC = 2$ 时, MN 的长为_____.



17. 已知抛物线 $y = ax^2 + 4ax + 4a + 1$ ($a \neq 0$) 过点 $A(m, 3)$, $B(n, 3)$ 两点, 若线段 AB 的长不大于 4, 则代数式 $a^2 + a + 1$ 的最小值是_____.

18. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知 $A(4, 0)$, 射线 OT 满足 $\tan \angle TOA = \frac{1}{2}$, 点 P 为射线 OT 上的一个动点, 过 P 作 $PB \perp x$ 轴于 B , 过 A 作 $AC \perp$ 射线 OT 交 BP 延长线于点 C , 连接 AP 并延长交 OC 于点 D , 过 D 作 $DE \parallel$ 射线 OT 交 x 轴于点 E .



(1) 若 $OB = 2$, 则 C 坐标为_____;

(2) AE 的最大值为_____.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共计 96 分)

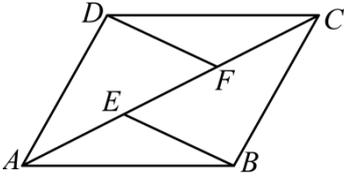
19. (1) 计算: $\sqrt{27} - 3\cos 30^\circ + (1 - \pi)^0$

(2) 化简: $\frac{a-1}{a-b} - \frac{a+1}{b-a} + \frac{2b}{b-a}$

20. (1) 解不等式组
$$\begin{cases} 4(x+1) \leq 7x+7 \\ \frac{x-1}{2} - \frac{x-4}{4} < 1 \end{cases}$$

(2) 已知 $M = 2x^2 - 2x + 3$, $N = 4x^2 - 3x + 4$, 请比较 M 和 N 的大小.

21. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别是对角线 AC 上任意两点, 且满足 $AF = CE$, 连接 DF , BE , 若 $DF = BE$, $DF \parallel BE$. 求证:



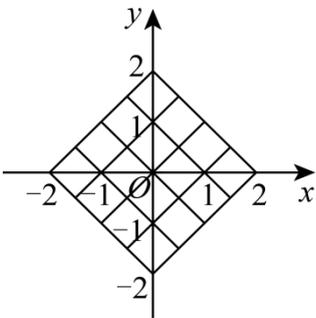
(1) $\triangle AFD \cong \triangle CEB$;

(2) 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

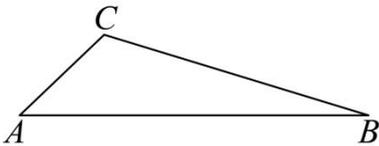
22. 在一个不透明的布袋中装有三个小球, 小球上分别标有数字 -1、0、2, 它们除了数字不同外, 其他都完全相同.

(1) 随机地从布袋中摸出一个小球, 则摸出的球为标有数字 2 的小球的概率为_____;

(2) 小丽先从布袋中随机摸出一个小球, 记下数字作为平面直角坐标系内点 M 的横坐标. 再将此球放回、搅匀, 然后由小华再从布袋中随机摸出一个小球, 记下数字作为平面直角坐标系内点 M 的纵坐标, 请用树状图或表格列出点 M 所有可能的坐标, 并求出点 M 落在如图所示的正方形网格内 (包括边界) 的概率.



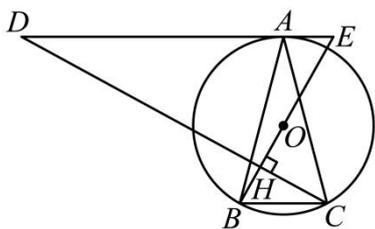
23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB$ 为钝角.



(1) 尺规作图: 在边 AB 上确定一点 D , 使 $\angle ADC = 2\angle B$ (不写作法, 保留作图痕迹, 并标明字母);

(2) 在 (1) 的条件下, 若 $\angle B = 15^\circ$, $CD = 4$, $AC = \sqrt{7}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

24. ΓO 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, $AB = AC$, 过点 A 作 $AE \parallel BC$, 交射线 BO 于点 E , 过点 C 作 $CH \perp BE$ 于点 H , 交直线 AE 于点 D .



(1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 已知 $BC=4\sqrt{5}$, $\tan \angle D = \frac{1}{2}$, 求 DE 的长度.

25. 1 是一种儿童可折叠滑板车, 该滑板车完全展开后示意图如图 2 所示, 由车架 $AB-CE-EF$ 和两个大小相同的车轮组成车轮半径为 8 cm , 已知 $BC=58\text{ cm}$, $CD=30\text{ cm}$, $DE=12\text{ cm}$, $EF=68\text{ cm}$,

$\cos \angle ACD = \frac{4}{5}$, 当 A, E, F 在同一水平高度上时, $\angle CEF = 135^\circ$.



图1

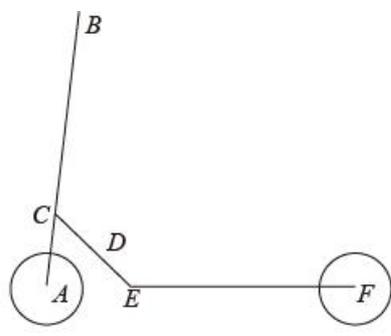


图2

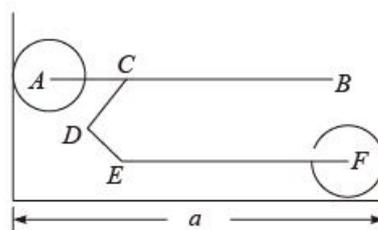


图3

(1) 求 AC 的长;

(2) 为方便存放, 将车架前部分绕着点 D 旋转至 $AB \parallel EF$, 按如图 3 所示方式放入收纳箱, 试问该滑板车折叠后能否放进长 $a = 100\text{ cm}$ 的收纳箱 (收纳箱的宽度和高度足够大), 请说明理由 (参考数据:

$\sqrt{2} \approx 1.4$).

26. 在平面直角坐标系中为, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ (b, c 为常数) 的对称轴为直线 $x = 1$, 与 y 轴交点坐标为 $(0, 3)$.

(1) 求此抛物线对应的函数表达式;

(2) 点 A 、点 B 均在这个抛物线上 (点 A 在点 B 的左侧), 点 A 的横坐标为 m , 点 B 的横坐标为 $4 - m$. 将此抛物线上 A, B 两点之间的部分 (含 A, B 两点) 记为图象 G .

① 当点 A 在 x 轴上方, 图象 G 的最高与最低点的纵坐标差为 6 时, 求 m 的值;

② 设点 $D(1, n)$, 点 $E(1, 1 - n)$, 将线段 DE 绕点 D 逆时针旋转 90° 后得到线段 DF , 连接 EF , 当 ζDEF (不含内部) 和二次函数在 $x \geq 0$ 范围上的图像有且仅有一个公共点时, 求 n 的取值范围.

27. 如图 1, 四边形 $ABCD$ 中 $AD \parallel BC$, $\angle B = 90^\circ$, $\tan C = \frac{4}{3}$, $CD = 10$.

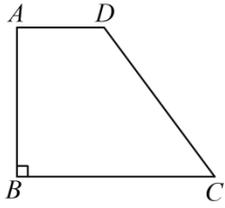


图1

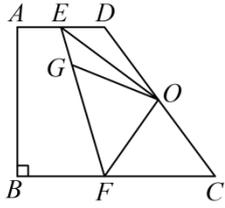


图2

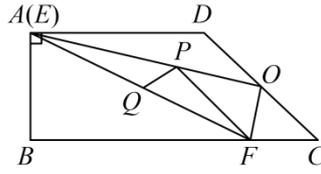


图3

(1) 线段 $AB =$ _____;

(2) 如图 2, 点 O 是 CD 的中点, E, F 分别是 AD, BC 上的点, 将 $\triangle DEO$ 沿着 EO 翻折得 $\triangle GEO$, 将 $\triangle COF$ 沿着 FO 翻折使 CO 与 GO 重合.

① 当点 E 从点 D 运动到点 A 时, 点 G 走过的路径长为 $\frac{5}{2}\pi$, 求 AD 的长;

② 在①的条件下, 若 E 与 A 重合 (如图 3), Q 为 EF 中点, P 为 OE 上一动点, 将 $\triangle FPQ$ 沿 PQ 翻折得到 $\triangle F'PQ$, 若 $\triangle F'PQ$ 与 $\triangle APF$ 的重合部分面积是 $\triangle APF$ 面积的 $\frac{1}{4}$, 求 AP 的长.