

2024 年春学期宜兴市初三第一次适应性考试数学试题

本试卷分试题和答题卡两部分，所有答案一律写在答题卡上。

考试时间为 120 分钟，试卷满分 150 分。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用 0.5 毫米黑色墨水签字笔将自己的姓名、班级、考试号填写在答题卡的相应位置上，并认真核对姓名、班级、考试号是否与本人的相符合。
2. 答选择题必须用 2B 铅笔将答题卡上对应题目中的选项标号涂黑，如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答非选择题必须用 0.5 毫米黑色墨水签字笔作答，写在答题卡上各题目指定区域内相应的位置，在其他位置答题一律无效。
3. 作图必须用 2B 铅笔作答。
4. 卷中除要求近似计算的结果取近似值外，其他均应给出精确结果。

一、选择题（本大题共 10 小题，每题 3 分，共计 30 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，请用 2B 铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑）

1. 2024 的相反数是（ ）

- A. 2024 B. -2024 C. $\frac{1}{2024}$ D. $-\frac{1}{2024}$

2. 下列运算正确的是（ ）

- A. $6x - 2x = 4$ B. $x^6 \div x^3 = x^3$
C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ D. $(x - y)^2 = x^2 - y^2$

3. 下列事件属于随机事件的是（ ）

- A. 常压下，温度降到 0°C 以下，自来水会结冰 B. 随意打开一本书，书的页码是奇数
C. 任意一个五边形的外角和等于 540° D. 如果 $a = b$ ，那么 $a^2 = b^2$

4. 若一次函数 $y = 2x + 1$ 的图象经过点 $(-3, y_1)$ ， $(4, y_2)$ ，则 y_1 与 y_2 的大小关系是（ ）

- A. $y_1 < y_2$ B. $y_1 > y_2$ C. $y_1 \leq y_2$ D. $y_1 \geq y_2$

5. 某服装加工厂计划加工 400 套运动服，在加工完 160 套后，采用了新技术，工作效率比原计划提高了 20%，结果共有了 18 天完成全部任务。设原计划每天加工 x 套运动服，根据题意可列方程为

- A. $\frac{160}{x} + \frac{400}{(1+20\%)x} = 18$ B. $\frac{160}{x} + \frac{400-160}{(1+20\%)x} = 18$

C. $\frac{160}{x} + \frac{400-160}{20\%x} = 18$

D. $\frac{400}{x} + \frac{400-160}{(1+20\%)x} = 18$

6. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 若 $\tan A = \frac{1}{3}$, 则 $\cos B$ 的值为 ()

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

7. 下列结论: ①三点确定一个圆; ②相等的圆心角所对的弧相等; ③经过半径的端点并且垂直于这条半径的直线是圆的切线; ④圆内接四边形对角互补; ⑤三角形的外心到三角形三个顶点的距离都相等; ⑥直角三角形的内心在斜边的中点上. 正确的个数是 ()

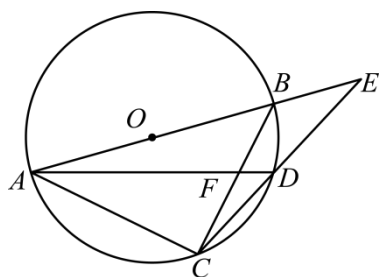
A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

8. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $\widehat{AC} = \widehat{BC}$, 弦 CD 与 AB 延长线交于点 E , AD 、 BC 交于 F , 若 $CD = DE$, 则 $\angle AFC$ 的度数为 ()



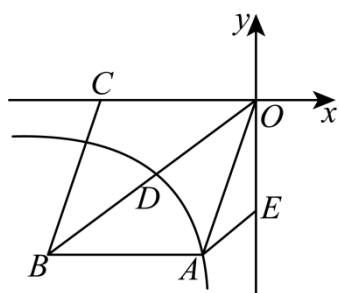
A. 50°

B. 55°

C. 60°

D. 67.5°

9. 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 $OABC$ 的边 OC 在 x 轴负半轴上, 函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象经过顶点 A 和对角线 OB 的中点 D , $AE \parallel OB$ 交 y 轴于点 E , 若 $\triangle AOE$ 的面积为 3, 则 k 的值为 ()



A. 3

B. 6

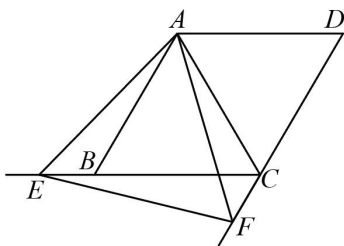
C. 8

D. 12

10. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 已知 $\angle ABC = 60^\circ$, 点 E 在 CB 的延长线上, 点 F 在 DC 的延长线上,

$\angle EAF = 60^\circ$, 则以下结论: ① $BE = CF$; ② $\triangle ABE$ 与 $\triangle EFC$ 相似; ③当 $\angle BAE = 15^\circ$ 时, 则 $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AEF}} = \frac{2}{3}$;

④当 $\angle BAE = 15^\circ$ 时, $\frac{S_{\triangle AEB}}{S_{\triangle ECF}} = \frac{3-\sqrt{3}}{2}$. 其中正确的是 ()



A. ①③

B. ②③

C. ①④

D. ①③④

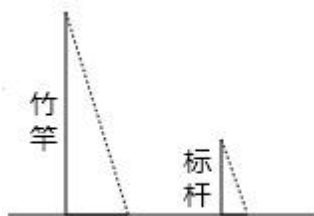
二、填空题（本大题共 8 小题，每题 3 分，共计 24 分．请把答案直接填写在答题卡相应位置上）

11. 分解因式： $4a - ab^2 =$ _____.

12. 函数 $y = \sqrt{x-1}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.

13. 请写出一个函数表达式，使其图像是开口向上，顶点在第三象限，与 y 轴交于负半轴的抛物线：_____.

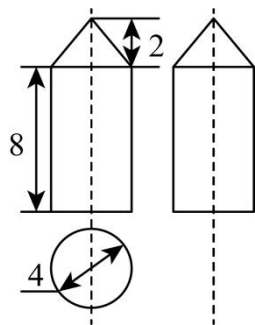
14. 《孙子算经》是中国古代重要的数学著作，成书于约一千五百年前，其中有首歌谣：“今有竿不知其长，量得影长一丈五尺，立一标杆，长一尺五寸，影长五寸，问竿长几何？”意思就是：有一根竹竿不知道有多长，量出它在太阳下的影子长一丈五尺，同时立一根一尺五寸的小标杆（如图所示），它的影长五寸（提示：1 丈=10 尺，1 尺=10 寸），则竹竿的长为_____.



15. 若关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x-1} + 1 = \frac{m}{1-x}$ 有增根，则 m 的值为_____.

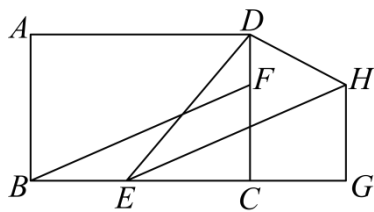
16. 小明沿着坡度 $i = 1:2.4$ 的斜坡向上行走了 26 米，则他距离地面的垂直高度升高了_____米.

17. 一个几何体的三视图如图所示，则这个几何体的表面积是_____。（结果保留 π ）



18. 如图，已知矩形 $ABCD$ ， $AB = 2$ ， $BC = 3$ ， E 、 F 分别是边 BC 、 CD 上的动点，且 $BE = CF$ ，将 $\triangle BCF$ 沿着 BC 方向向右平移到 $\triangle EGH$ ，连接 DH 、 EH ，当 $DE = EH$ 时， DH 长是_____；运动

过程中， $\triangle DEH$ 的面积的最小值是_____.



三、解答题（本大题共 10 小题，共计 96 分．解答需写出必要的文字说明或演算步骤）

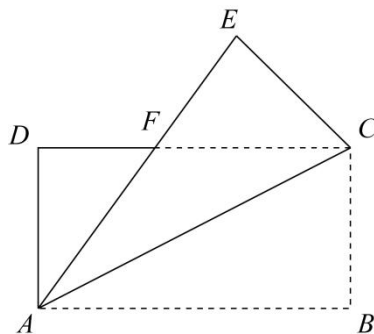
19. (1) 计算： $(\pi + 2024)^0 + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} + \sqrt{6} \tan 30^\circ$.

(2) 化简： $\left(1 - \frac{1}{x+1}\right) \div \frac{x}{x^2 + 2x + 1}$.

20. (1) 解方程： $2x^2 - 4x - 1 = 0$

(2) 解不等式组 $\begin{cases} x - 3 < 2x \\ \frac{x+1}{3} \geq \frac{x-1}{2} \end{cases}$.

21. 如图，将矩形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折叠，点 B 的对应点为 E ， AE 与 CD 交于点 F .



(1) 求证： $\triangle DAF \cong \triangle ECF$ ；

(2) 若 $\angle FCE = 40^\circ$ ，求 $\angle CAB$ 的度数.

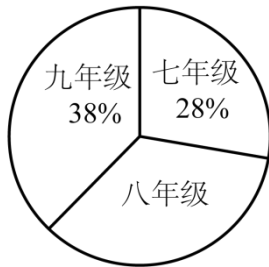
22. 阅读对人成长的影响是巨大的，一本好书往往能改变人的一生，每年的 4 月 23 日被联合国教科文组织确定为“世界读书日”. 某校倡导学生读书，下面是该校学生阅读课外书籍情况统计表和初中三个年级学生人数分布的扇形统计图，其中八年级学生人数为 204 人，请你根据图表中提供的信息，解答下列问题：

某校学生阅读课外书籍情况统计表

图书种类	频数	频率
科普常	840	b

识		
名人传记	816	0.34
中外名著	a	0.25
其他	144	c

某校初中三个年级学生人数分布的扇形统计图

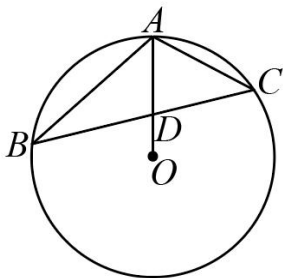


- (1) 求该校八年级学生的人数占全校学生总人数的百分比；
- (2) 求表中 a , b 的值；
- (3) 求该校学生平均每人读多少本课外书？

23. 小明参加某个“知书答理”竞答节目，答对最后两道单选题就顺利通关，第一道单选题有 3 个选项（分别表示为 A , B , C ），第二道单选题有 4 个选项（分别表示为 a , b , c , d ），这两道题小明都不会，不过小明还有一个“求助”没有用（使用“求助”可以让主持人去掉其中一题的一个错误选项）。



- (1) 如果小明第一题不使用“求助”，那么小明答对第一道题的概率是_____。
 - (2) 如果小明将“求助”留在第二题使用，请用树状图或者列表来分析小明顺利通关的概率。
24. 如图， ΓO 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，连接 OA 交 BC 于点 D 。



(1) 求证: $\angle OAC$ 与 $\angle B$ 互余;

(2) 若 $AD=6$, $BD=10$, $CD=8$, 求 ΓO 的半径.

25. 小明大学毕业回家乡创业, 第一期培植盆景与花卉各 50 盆, 已知 2 盆盆景与 1 盆花卉的利润共 300 元, 1 盆盆景与 3 盆花卉的利润共 200 元.

(1) 求 1 盆盆景和 1 盆花卉的利润各为多少元?

(2) 调研发现: 盆景每增加 1 盆, 盆景的平均每盆利润减少 3 元; 每减少 1 盆, 每盆利润增加 3 元; 花卉每增加 1 盆, 花卉的平均每盆利润减少 1 元; 每减少 1 盆, 每盆利润增加 1 元. 小明计划第二期培植盆景与花卉共 100 盆, 设培植的盆景比第一期增加 x 盆, 第二期盆景与花卉售完后利润分别为 W_1 , W_2 (单位: 元).

①求 W_1 , W_2 关于 x 的函数关系式;

②当 x 取何值时, 第二期培植的盆景与花卉售完后获得的总利润 W 最大, 最大总利润是多少元?

26. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AC=AB$.

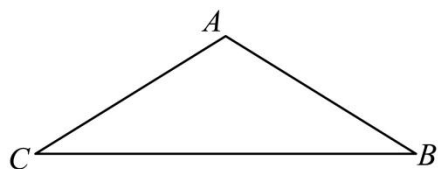


图1

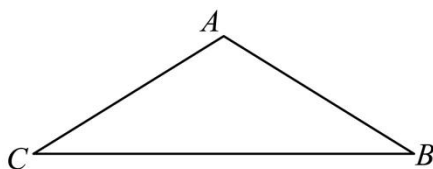


图2

(1) 请在图 1 中用圆规和无刻度的直尺作 ΓO , 使得 ΓO 经过点 A, 同时圆心 O 落在边 AB 上, 且与边 BC 相切于 D .

(2) 在 (1) 的条件下, 若 $AC=5$, $BC=8$, I 为 $\triangle ABC$ 的内心, 则 ΓO 的半径长为 _____, $DI =$ _____.

27. 如图 1, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $\angle B=60^\circ$, 点 F 为 CD 边上的动点.

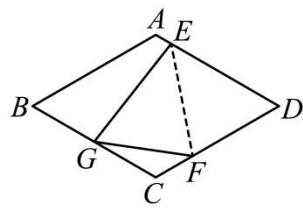


图1

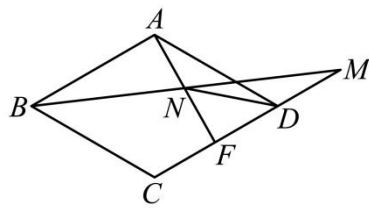


图2

(1) E 为边 AD 上一点, 连接 EF , 将 $\triangle DEF$ 沿 EF 进行翻折, 点 D 恰好落在 BC 边的中点 G 处,

①求 DE 的长;

②求 $\tan \angle GFC$ 的值.

(2) 如图 2, 延长 CD 到 M , 使 $DM=DF$, 连接 BM 与 AF , BM 与 AF 交于点 N , 连接 DN , 设 $DF=x(x>0)$, $DN=y$, 求 y 关于 x 的函数表达式; 当点 F 从点 D 沿 DC 方向运动到点 C 时, 直接写出点 N 运动路径的长.

28. 已知二次函数 $y = ax^2 + 4x + c$ 的图象交 x 轴于 A, B 两点, 交 y 轴于点 C . 一次函数 $y = x - 3\sqrt{2}$ 的图象经过点 B, C .

(1) 求二次函数的解析式;

(2) 若二次函数 $y = ax^2 + 4x + c$ 的图象与平行于 x 轴的直线 l 始终有两个交点 D, E (点 D 在点 E 的左侧), P 为该抛物线上异于 D, E 的一点, 点 E, P 的横坐标分别为 $m, m+1$. 当 m 的值发生变化时, $\angle PDE$ 的度数是否也发生变化? 若变化, 请求出 $\angle PDE$ 度数的范围; 若不变, 请说明理由;

(3) 过点 A 的直线交直线 BC 于点 M , 连接 AC , 当直线 AM 与直线 BC 的夹角等于 $\angle ACB$ 的 2 倍时, 求出点 M 的坐标.