

# 2024 年江苏省无锡外国语学校中考数学一模试卷

## 一、选择题（本大题共 10 小题，每题 3 分，共 30 分）

1. 数 9 的平方根是（ ）

- A.  $\pm 3$                       B. 3                      C.  $\sqrt{3}$                       D.  $\pm\sqrt{3}$

2. 函数  $y = \frac{1}{\sqrt{x-3}}$  中，自变量  $x$  的取值范围为（ ）

- A.  $x \geq 3$                       B.  $x > 3$                       C.  $x < 3$                       D.  $x \neq 3$

3. 下列运算正确的是（ ）

- A.  $3a^2 + 2a^4 = 5a^6$                       B.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$                       C.  $(2a^2)^3 = 6a^6$                       D.  $(-2a^3)^2 = 4a^6$

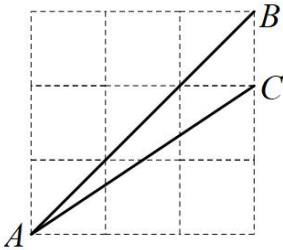
4. 将函数  $y = -3x + 1$  的图象向右平移 2 个单位长度，所得图象对应的函数表达式是（ ）

- A.  $y = -3x - 1$                       B.  $y = -3x + 3$                       C.  $y = -3x + 7$                       D.  $y = -3x - 5$

5. 分式  $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a(a+1)}$  的计算结果是（ ）

- A.  $\frac{1}{a+1}$                       B.  $\frac{a}{a+1}$                       C.  $\frac{1}{a}$                       D.  $\frac{a+1}{a}$

6. 如图，A，B，C 是正方形网格的格点，连接 AC，AB，则  $\tan \angle BAC$  的值是（ ）



- A.  $\frac{\sqrt{2}}{5}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $\frac{1}{5}$

7. 已知一组数据  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  的平均数是 2，方差是 3，那么另一组数据  $3x_1 - 2, 3x_2 - 2, 3x_3 - 2, 3x_4 - 2, 3x_5 - 2$  的平均数和方差分别是（ ）

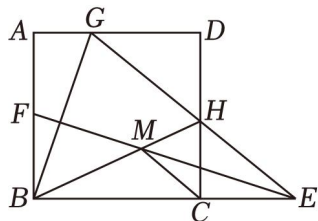
- A. 2, 3                      B. 2, 9                      C. 4, 18                      D. 4, 27

8. 下列四个命题不正确的是（ ）

- A. 各角相等的圆内接五边形是正五边形                      B. 各边相等的圆内接五边形是正五边形  
C. 各角相等的圆内接六边形是正六边形                      D. 各边相等的圆内接六边形是正六边形

9. 如图，在正方形  $ABCD$  中， $E$  是  $BC$  延长线上一点，在  $AB$  上取一点  $F$ ，使点  $B$  关于直线  $EF$  的对称点  $G$  落在  $AD$  上，连接  $EG$  交  $CD$  于点  $H$ ，连接  $BH$  交  $EF$  于点  $M$ ，连接  $CM$ 。现有下列结论：

①  $\angle BHG = \angle BHC$ ；②  $\angle GBH = \angle BCM$ ；③  $GD = \frac{\sqrt{5}}{2}CM$ ；④若  $AG = 1$ ， $GD = 2$ ，则  $BM = \sqrt{5}$ ，其中正确的是（ ）



- A. ②③④      B. ①②③      C. ①③④      D. ①②④

10. 二次函数  $y = x^2 - x + a$  ( $0 < a < \frac{1}{4}$ )，若当  $x = t$  时， $y < 0$ ，则当  $x = t - 1$  时，函数值  $y$  的取值范围是（ ）

- A.  $0 < y < \frac{1}{2}$       B.  $0 < y < 2$       C.  $\frac{1}{2} < y < 1$       D.  $\frac{1}{2} < y < 2$

## 二、填空题（本大题共 8 小题，每题 3 分，共 24 分）

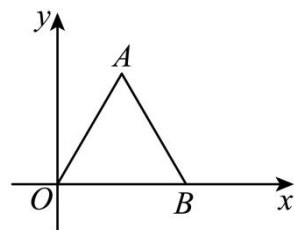
11. 分解因式： $2a^3 - 8a =$ \_\_\_\_\_.

12. 2024 年 3 月 5 日，李强总理在十四届全国人大二次会议上提到 2023 年全国城镇新增就业 1244 万人，将数据 1244 万用科学记数法表示是\_\_\_\_\_.

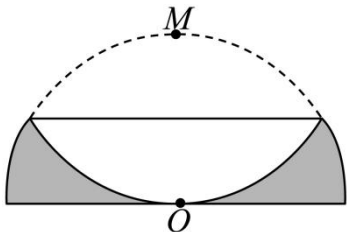
13. 某一次函数的图象经过点  $(-2, 3)$ ，且函数  $y$  的值随着自变量  $x$  的增大而减小，请你写一个符合条件的函数表达式：\_\_\_\_\_.

14. 已知传送带与水平面所成斜坡的坡度  $i = 1 : 2.4$ ，如果它把物体送到离地面 10 米高的地方，那么物体所经过的路程为\_\_\_\_\_米.

15. 等边  $\triangle AOB$  的边长为 4，如图所示地放置在平面直角坐标系中，点  $B$  绕点  $A$  旋转  $30^\circ$ ，恰好落在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象上，则  $k =$ \_\_\_\_\_.

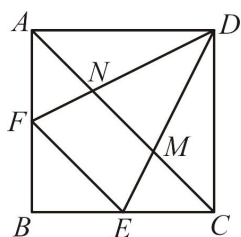


16. 如图，半径为 1 的半圆形纸片，按如图方式折叠，使对折后半圆弧的中点  $M$  与圆心  $O$  重合，则图中阴影部分的面积是\_\_\_\_\_.



17. 已知函数  $y = \begin{cases} x+1 & (x \geq 0) \\ -x-1 & (x < 0) \end{cases}$ ，且关于  $x$ 、 $y$  的二元一次方程  $ax - 2a - y = 0$  有两组解，则  $a$  的取值范围是\_\_.

18. 如图，在正方形  $ABCD$  中，点  $E$ ， $F$  分别在  $BC$ ， $AB$  上，且  $DE = DF$ ， $AC$  分别交  $DE$ ， $DF$  于点  $M$ ， $N$ ．设  $\triangle DMN$  和  $\triangle AFN$  的面积分别为  $S_1$  和  $S_2$ ，若  $S_2 = 2S_1$ ，则  $\tan \angle ADF$  的值为\_\_\_\_\_.



### 三、解答题（本大题共 8 小题，共 96 分）

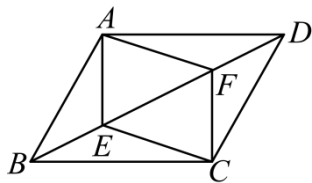
19. (1) 计算： $\sqrt{\cos^2 60^\circ} - (\tan 45^\circ)^{-1} - |-\sqrt{3}|$ ；

(2) 化简： $(2a-3b)^2 - (2a+3b)(2a-3b)$ .

20. (1) 解方程： $2y^2 = 4y - 1$ ；

(2) 解不等式组：
$$\begin{cases} 5x - 3 \leq 2x + 9 \\ 3x > \frac{x+10}{2} \end{cases}$$
.

21. 如图， $E$ 、 $F$  是  $\square ABCD$  的对角线  $BD$  上两点， $BE = DF$ .



(1) 求证：四边形  $AECF$  是平行四边形；

(2) 连接  $AC$  交  $BD$  于  $O$ ，若  $AE \perp EC$ ， $AC = 6$ ，求  $OE$  的长.

22. 某校组织了一次防溺水、防交通事故、防食物中毒、防校园欺凌及其他各种安全意识的调查活动，了解同学们在哪些方面的安全意识薄弱，便于今后更好地开展安全教育活动．根据调查结果，绘制出图 1，图 2 两幅不完整的统计图．

请结合图中的信息解答下列问题：

- (1)本次调查的人数为\_\_\_\_\_，其中防校园欺凌意识薄弱的人数占\_\_\_\_\_ %；
- (2)补全条形统计图；
- (3)若该校共有 1500 名学生，请估计该校学生中防溺水意识薄弱的人数；
- (4)请你根据题中的信息，给该校的安全教育提一个合理的建议.

各种安全意识薄弱人数的比例统计图

各种安全意识薄弱的人数统计图

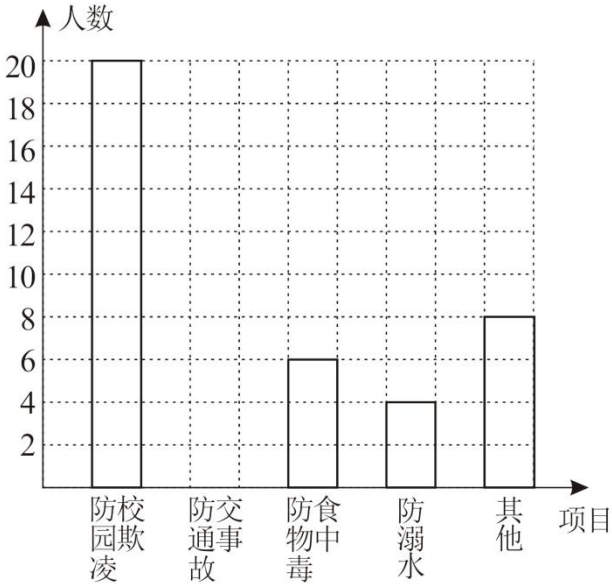


图1

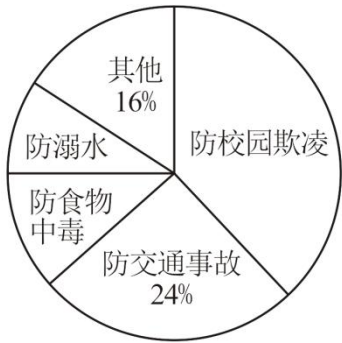


图2

23. 为创建“全国文明城市”，周末团委组织志愿者进行宣传活动. 班主任梁老师决定从 4 名女班干部（小悦、小惠、小艳和小倩）中通过抽签方式确定 2 名女生去参加. 抽签规则：将 4 名女班干部姓名分别写在四张完全相同的卡片正面，把四张卡片背面朝上，洗匀后放在桌面上，梁老师先从中随机抽取一张卡片，记下姓名，再从剩余的三张卡片中随机抽取第二张，记下姓名.

- (1) 第一次抽取卡片“小悦被抽中”的概率为\_\_\_\_\_；
- (2) 试用画树状图或列表的方法表示这次抽签所有可能的结果，求出“小惠被抽中”的概率.

24. 某蔬菜经销商去蔬菜生产基地批发某种蔬菜，已知这种蔬菜的批发量在 20 千克~50 千克之间（含 20 千克和 50 千克）时，每千克批发价是 5 元；若超过 50 千克时，批发的这种蔬菜全部打八折.

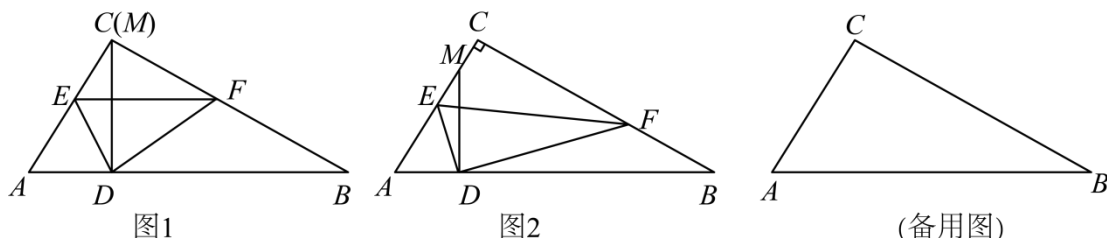
零售价 $x$ （元/千克）	5	5.5	6	6.5	7
日销售量 $y$ （千克）	90	75	60	45	30

- (1) 此种蔬菜的日销售量  $y$ （千克）受零售价  $x$ （元/千克）的影响较大，为此该经销商试销一周获得如上数据（ $y$  是  $x$  的一次函数），根据以上数据求出  $y$  与  $x$  之间的函数关系式；

(2) 若每天批发的蔬菜能够全部销售完, 且当日零售价不变, 那么零售价定为多少时, 该经销商销售此种蔬菜的当日利润最大? 最大利润为多少元?

25. 已知  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle B = 30^\circ$ ,  $AB = 4$ , 点  $E$ 、 $F$  分别在边  $AC$ 、边  $BC$  上 (点  $E$  不与点  $A$  重合, 点  $F$  不与点  $B$  重合), 连接  $EF$ , 将  $\triangle CEF$  沿着直线  $EF$  翻折后, 点  $C$  恰好落在边  $AB$  上的点  $D$  处,

过点  $D$  作  $DM \perp AB$ , 交射线  $AC$  于点  $M$ . 设  $AD = x$ ,  $\frac{CF}{CE} = y$ .

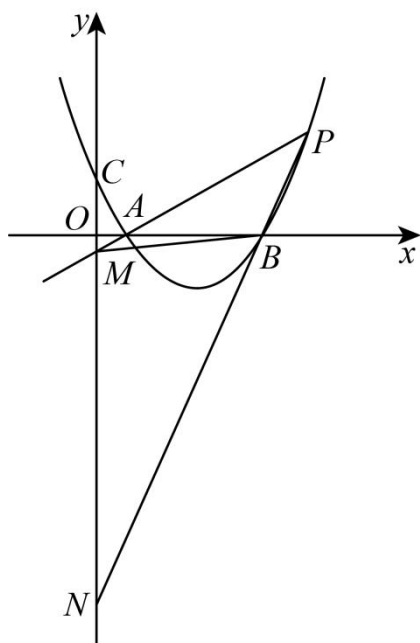


(1) 如图 1, 当点  $M$  与点  $C$  重合时, 求  $\frac{MD}{ED}$  的值;

(2) 如图 2, 当点  $M$  在线段  $AC$  上时, 求  $y$  关于  $x$  的函数解析式, 并写出定义域;

(3) 当  $\frac{CM}{CE} = \frac{1}{2}$  时, 求  $AD$  的长.

26. 某数学兴趣小组, 开展项目式学习, 问题如下: 如图, 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a > 0$ ) 与  $x$  轴正半轴分别交于  $A$ 、 $B$  两点 (点  $B$  在点  $A$  的右边), 与  $y$  轴交于点  $C$ , 点  $P$  为抛物线上位于第一象限内的一动点 ( $P$  在  $B$  的右侧), 过点  $A$ 、 $P$  的直线交  $y$  轴于点  $M$ , 过点  $B$ 、 $P$  的直线交  $y$  轴于点  $N$ . 试探究  $CM$ 、 $CN$ 、 $OA$ 、 $OB$  之间的数量关系. 为研究该问题, 小组拟采用问题研究的一般路径——从特殊到一般的研究方法:



(1) 设  $a = 1$ ,  $b = -3$ ,  $c = 2$ .

①若点  $P$  的横坐标为 3, 请计算  $\frac{CM}{CN} = \underline{\hspace{2cm}}$ ; 比较大小:  $\frac{OA}{OB} \underline{\hspace{2cm}} \frac{CM}{CN}$  (填 “<”, “>” 或 “=”).

②若点  $P$  的横坐标为  $m$ ，上述  $\frac{OA}{OB}$  与  $\frac{CM}{CN}$  之间的数量关系是否仍然成立，若成立，请证明；若不成立，请说明理由。

(2)小明在研究时发现：当  $A$ 、 $B$  两点的横坐标为  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ) 时，将抛物线变形为  $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ ，研究此问题更加方便，请借助小明的发现再次探究  $\frac{OA}{OB}$  与  $\frac{CM}{CN}$  之间的数量关系。

(3)连接  $BM$ 、 $BC$ 、 $AC$ ，请利用上述经验，解决项目式问题，若  $k = \frac{S_{\triangle BCM} - S_{\triangle ACM}}{S_{\triangle BCN}}$ ，请直接写出  $k$  的取值范围\_\_\_\_\_。