

2024 年江苏省无锡外国语学校中考数学一模试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每题 3 分，共 30 分）

1. 数 9 的平方根是（ ）

A. ± 3 B. 3 C. $\sqrt{3}$ D. $\pm\sqrt{3}$

2. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-3}}$ 中，自变量 x 的取值范围为（ ）

A. $x \geq 3$ B. $x > 3$ C. $x < 3$ D. $x \neq 3$

3. 下列运算正确的是（ ）

A. $3a^2 + 2a^4 = 5a^6$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $(2a^2)^3 = 6a^6$ D. $(-2a^3)^2 = 4a^6$

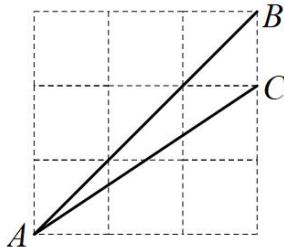
4. 将函数 $y = -3x + 1$ 的图象向右平移 2 个单位长度，所得图象对应的函数表达式是（ ）

A. $y = -3x - 1$ B. $y = -3x + 3$ C. $y = -3x + 7$ D. $y = -3x - 5$

5. 分式 $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a(a+1)}$ 的计算结果是（ ）

A. $\frac{1}{a+1}$ B. $\frac{a}{a+1}$ C. $\frac{1}{a}$ D. $\frac{a+1}{a}$

6. 如图，A，B，C 是正方形网格的格点，连接 AC，AB，则 $\tan\angle BAC$ 的值是（ ）



A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{5}$

7. 已知一组数据 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 的平均数是 2，方差是 3，那么另一组数据 $3x_1 - 2, 3x_2 - 2, 3x_3 - 2,$

$3x_4 - 2, 3x_5 - 2$ 的平均数和方差分别是（ ）

A. 2, 3 B. 2, 9 C. 4, 18 D. 4, 27

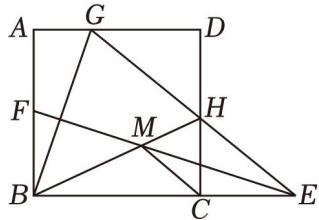
8. 下列四个命题不正确的是（ ）

A. 各角相等的圆内接五边形是正五边形 B. 各边相等的圆内接五边形是正五边形
C. 各角相等的圆内接六边形是正六边形 D. 各边相等的圆内接六边形是正六边形

9. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 是 BC 延长线上一点, 在 AB 上取一点 F , 使点 B 关于直线 EF 的对称点 G 落在 AD 上, 连接 EG 交 CD 于点 H , 连接 BH 交 EF 于点 M , 连接 CM . 现有下列结论:

① $\angle BHG = \angle BHC$; ② $\angle GBH = \angle BCM$; ③ $GD = \frac{\sqrt{5}}{2} CM$; ④ 若 $AG = 1$, $GD = 2$, 则 $BM = \sqrt{5}$, 其中

正确的是 ()



10. 二次函数 $y = x^2 - x + a$ ($0 < a < \frac{1}{4}$)，若当 $x = t$ 时， $y < 0$ ，则当 $x = t - 1$ 时，函数值 y 的取值范围是 ()

A. $0 < y < \frac{1}{2}$ B. $0 < y < 2$ C. $\frac{1}{2} < y < 1$ D. $\frac{1}{2} < y < 2$

二、填空题（本大题共 8 小题，每题 3 分，共 24 分）

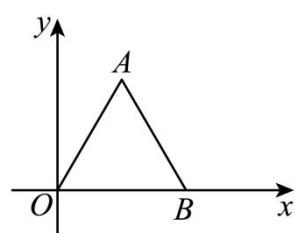
11. 分解因式: $2a^3 - 8a = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 2024年3月5日, 李强总理在十四届全国人大二次会议上提到2023年全国城镇新增就业1244万人, 将数据1244万用科学记数法表示是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

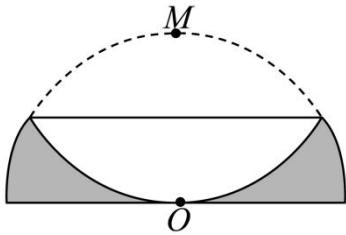
13. 某一次函数的图象经过点 $(-2, 3)$, 且函数 y 的值随着自变量 x 的增大而减小, 请你写一个符合条件的函数表达式: $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知传送带与水平面所成斜坡的坡度 $i=1: 2.4$, 如果它把物体送到离地面 10 米高的地方, 那么物体所经过的路程为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 米.

15. 等边 $\triangle AOB$ 的边长为 4, 如图所示地放置在平面直角坐标系中, 点 B 绕点 A 旋转 30° , 恰好落在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

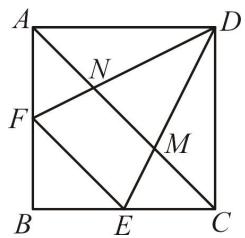


16. 如图, 半径为 1 的半圆形纸片, 按如图方式折叠, 使对折后半圆弧的中点 M 与圆心 O 重合, 则图中阴影部分的面积是_____.



17. 已知函数 $y = \begin{cases} x+1 & (x \geq 0) \\ -x-1 & (x < 0) \end{cases}$ ，且关于 x 、 y 的二元一次方程 $ax - 2a - y = 0$ 有两组解，则 a 的取值范围是 ____.

18. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在 BC 、 AB 上，且 $DE = DF$ ， AC 分别交 DE 、 DF 于点 M 、 N . 设 $\triangle DMN$ 和 $\triangle AFN$ 的面积分别为 S_1 和 S_2 ，若 $S_2 = 2S_1$ ，则 $\tan \angle ADF$ 的值为 ____.



三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 96 分)

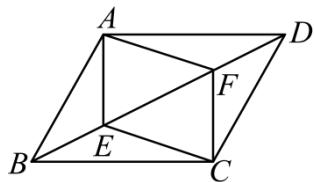
19. (1) 计算: $\sqrt{\cos^2 60^\circ} - (\tan 45^\circ)^{-1} - |-\sqrt{3}|$;

(2) 化简: $(2a-3b)^2 - (2a+3b)(2a-3b)$.

20. (1) 解方程: $2y^2 = 4y - 1$;

(2) 解不等式组: $\begin{cases} 5x-3 \leq 2x+9 \\ 3x > \frac{x+10}{2} \end{cases}$.

21. 如图, E 、 F 是 $\square ABCD$ 的对角线 BD 上两点, $BE = DF$.



(1) 求证: 四边形 $AECF$ 是平行四边形;

(2) 连接 AC 交 BD 于 O , 若 $AE \perp EC$, $AC = 6$, 求 OE 的长.

22. 某校组织了一次防溺水、防交通事故、防食物中毒、防校园欺凌及其他各种安全意识的调查活动, 了解同学们在哪些方面的安全意识薄弱, 便于今后更好地开展安全教育活动. 根据调查结果, 绘制出图 1, 图 2 两幅不完整的统计图.

请结合图中的信息解答下列问题：

(1) 本次调查的人数为_____，其中防校园欺凌意识薄弱的人数占_____%；

(2) 补全条形统计图；

(3) 若该校共有 1500 名学生，请估计该校学生中防溺水意识薄弱的人数；

(4) 请你根据题中的信息，给该校的安全教育提一个合理的建议.

各种安全意识薄弱人数的比例统计图

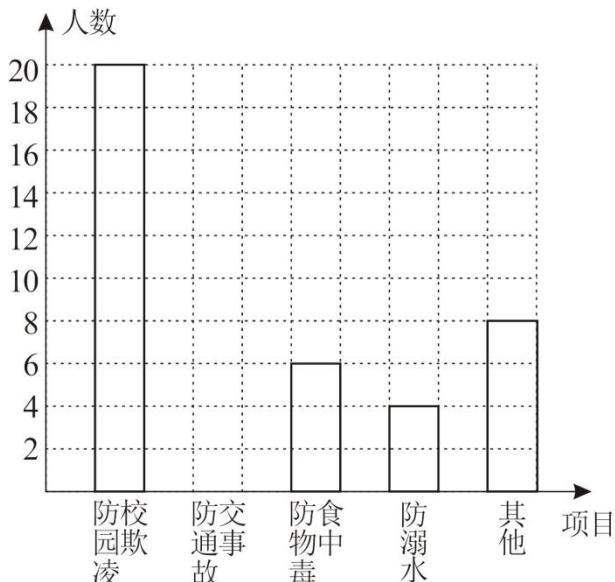


图1

各种安全意识薄弱的人数统计图

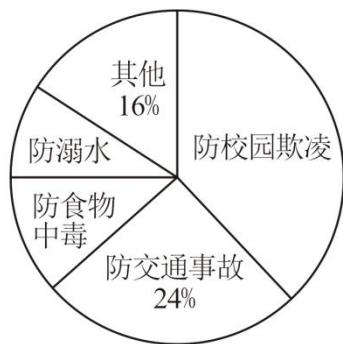


图2

23. 为创建“全国文明城市”，周末团委组织志愿者进行宣传活动. 班主任梁老师决定从 4 名女班干部（小悦、小惠、小艳和小倩）中通过抽签方式确定 2 名女生去参加. 抽签规则：将 4 名女班干部姓名分别写在四张完全相同的卡片正面，把四张卡片背面朝上，洗匀后放在桌面上，梁老师先从中随机抽取一张卡片，记下姓名，再从剩余的三张卡片中随机抽取第二张，记下姓名.

(1) 第一次抽取卡片“小悦被抽中”的概率为_____；

(2) 试用画树状图或列表的方法表示这次抽签所有可能的结果，求出“小惠被抽中”的概率.

24. 某蔬菜经销商去蔬菜生产基地批发某种蔬菜，已知这种蔬菜的批发量在 20 千克~50 千克之间（含 20 千克和 50 千克）时，每千克批发价是 5 元；若超过 50 千克时，批发的这种蔬菜全部打八折.

零售价 x (元/千克)	5	5.5	6	6.5	7
日销售量 y (千克)	90	75	60	45	30

(1) 此种蔬菜的日销售量 y (千克) 受零售价 x (元/千克) 的影响较大，为此该经销商试销一周获得如上数据 (y 是 x 的一次函数)，根据以上数据求出 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 若每天批发的蔬菜能够全部销售完, 且当日零售价不变, 那么零售价定为多少时, 该经销商销售此种蔬菜的当日利润最大? 最大利润为多少元?

25. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $AB = 4$, 点 E 、 F 分别在边 AC 、边 BC 上 (点 E 不与点 A 重合, 点 F 不与点 B 重合), 连接 EF , 将 $\triangle CEF$ 沿着直线 EF 翻折后, 点 C 恰好落在边 AB 上的点 D 处, 过点 D 作 $DM \perp AB$, 交射线 AC 于点 M . 设 $AD = x$, $\frac{CF}{CE} = y$.

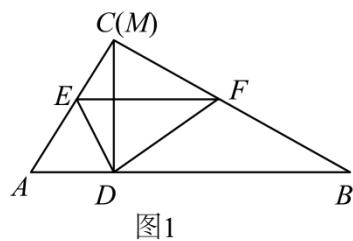


图1

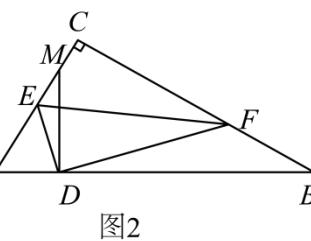
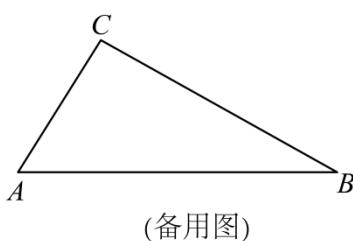


图2



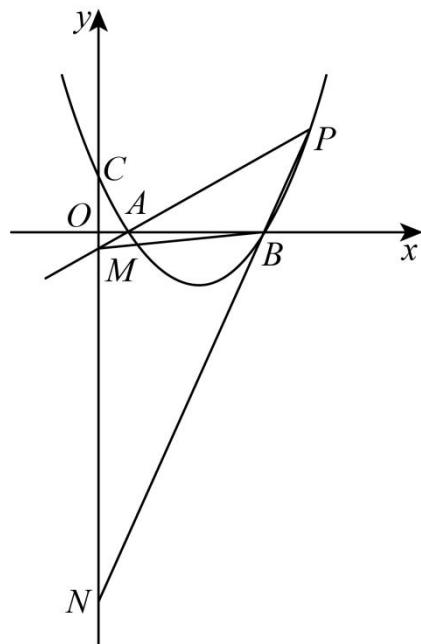
(备用图)

(1) 如图 1, 当点 M 与点 C 重合时, 求 $\frac{MD}{ED}$ 的值;

(2) 如图 2, 当点 M 在线段 AC 上时, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;

(3) 当 $\frac{CM}{CE} = \frac{1}{2}$ 时, 求 AD 的长.

26. 某数学兴趣小组, 开展项目式学习, 问题如下: 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 与 x 轴正半轴分别交于 A 、 B 两点 (点 B 在点 A 的右边), 与 y 轴交于点 C , 点 P 为抛物线上位于第一象限内的一动点 (P 在 B 的右侧), 过点 A 、 P 的直线交 y 轴于点 M , 过点 B 、 P 的直线交 y 轴于点 N . 试探究 CM 、 CN 、 OA 、 OB 之间的数量关系. 为研究该问题, 小组拟采用问题研究的一般路径一一从特殊到一般的研究方法:



(1) 设 $a = 1$, $b = -3$, $c = 2$.

①若点 P 的横坐标为 3, 请计算 $\frac{CM}{CN} = \underline{\hspace{2cm}}$; 比较小: $\frac{OA}{OB} \underline{\hspace{2cm}} \frac{CM}{CN}$ (填 " $<$ ", " $>$ " 或 " $=$ ").

②若点 P 的横坐标为 m , 上述 $\frac{OA}{OB}$ 与 $\frac{CM}{CN}$ 之间的数量关系是否仍然成立, 若成立, 请证明; 若不成立, 请说明理由.

(2) 小明在研究时发现: 当 A, B 两点的横坐标为 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ 时, 将抛物线变形为 $y = a(x - x_1)(x - x_2)$, 研究此问题更加方便, 请借助小明的发现再次探究 $\frac{OA}{OB}$ 与 $\frac{CM}{CN}$ 之间的数量关系.

(3) 连接 BM, BC, AC , 请利用上述经验, 解决项目式问题, 若 $k = \frac{S_{\triangle BCM} - S_{\triangle ACM}}{S_{\triangle BCN}}$, 请直接写出 k 的取值范围_____.