

江苏省天一中学 2023-2024 学年 12 月阶段测试卷

高一数学试卷

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

1. 已知集合 $M = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, $N = \{x | y = \log_2(1-x)\}$, 则 $M \cap N$ 为 ()

- A. $[0,1]$ B. $[0,1)$ C. $(1,2]$ D. $[1,2]$

2. 已知条件 $p: 2x-4 < 0$, 条件 $q: 3^{x^2-5x+6} > 1$, 则 p 是 q 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 设 α 是第二象限角, $P(x,1)$ 为其终边上一点, 且 $\cos \alpha = \frac{1}{3}x$, 则 $\tan \alpha =$ ()

- A. $-2\sqrt{2}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{8}$

4. 若函数 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, 则 $f(x)$ 的值域为 ()

- A. $(-1,1)$ B. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ C. $(-1,0) \cup (0,1)$ D. $(-\infty,0) \cup (0,+\infty)$

5. 已知 $\cos(-x) + \sin(\pi-x) = \frac{3}{5}$, 则 $\sin x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right) =$ ()

- A. $\frac{16}{25}$ B. $-\frac{16}{25}$ C. $\frac{8}{25}$ D. $-\frac{8}{25}$

6. 设 $a = \log_{0.1} 0.2$, $b = \log_{1.1} 0.2$, $c = 1.2^{0.2}$, 则 ()

- A. $b > a > c$ B. $c > b > a$ C. $c > a > b$ D. $a > c > b$

7. 若存在正实数 x, y 满足于 $\frac{4}{y} + \frac{1}{x} = 1$, 且使不等式 $x + \frac{y}{4} < m^2 - 3m$ 有解, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $(-4,1)$ B. $(-1,4)$
C. $(-\infty, -4) \cup (1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$

8. 已知 $a > 0$, 且 $a \neq 1$, 函数 $f(x) = \begin{cases} 2a-x, & x > 2 \\ |a^x - a|, & x \leq 2 \end{cases}$, 若关于 x 的方程 $f(x) = 1$ 有两个不相等的实数根,

则 a 的取值范围是 ()

- A. $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1\right)$ B. $\left(0, \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$ C. $\left(1, \frac{3}{2}\right)$ D. $\left(\frac{3}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

9. 以下运算正确的是 ()

- A. $\lg 5 + \lg 2 = 1$ B. $\log_4 3 = 2 \log_2 3$
 C. $25^{\log_5 3} = 9$ D. $\lg 5 \div \lg 2 = \log_5 2$

10. 下列判断正确的是 ()

- A. 若 $\sin \beta = \frac{1}{2}$, 则 $\beta = \frac{\pi}{6}$
 B. 已知扇形的面积是 2cm^2 , 扇形的圆心角的弧度数为 4, 则扇形半径是 1cm
 C. $\forall \alpha \in \mathbf{R}, \cos\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$

D. 角 β 为第四象限角的充要条件是 $\cos \beta > 0$ 且 $\sin \beta < 0$

11. 已知函数 $f(x) = \ln(x^2 + x + m)$ ($m \in \mathbf{R}$), 则 ()

- A. 当 $m > \frac{1}{4}$ 时, $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R}
 B. $f(x)$ 一定存在最小值
 C. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{1}{2}$ 对称
 D. 当 $m \geq 1$ 时, $f(x)$ 的值域为 \mathbf{R}

12. 定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y) = f(x) + f(y)$, 当 $x < 0$ 时, $f(x) > 0$, 则下列说法正确的是 ()

- A. $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递减
 B. 复合函数 $f(\sin x)$ 为偶函数
 C. 复合函数 $f(\cos x)$ 为偶函数
 D. 当 $x \in [0, 2\pi]$, 不等式 $f(\sin x) + f\left(-\frac{1}{2}\right) < 0$ 的解集为 $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right)$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 计算: $\sin \frac{23\pi}{6} - \tan \frac{3\pi}{4} \cdot \ln e - \cos \frac{13\pi}{3} =$ _____.

14. 计算：函数 $f(x) = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x}}$ 的单调递减区间为_____.

15. 用二分法求方程 $x^2 = 2$ 的正实数根的近似解（精确度 0.0001）时，如果我们选取初始区间是 $[1.4, 1.5]$ ，则要达到精确度至少需要计算的次数是_____.

16. 已知函数 $f(x) = 1 + \sin(\pi x) + x \cos\left[\left(\frac{3}{2} - x\right)\pi\right]$ ，则 $f(x)$ 在区间 $[-3, 5]$ 内的所有零点之和为_____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.

17. 已知集合 $A = \{x | 8 \leq 2^x < 64\}$ ， $B = \{x | x^2 - 13x + 36 < 0\}$.

(1) 分别求 $A \cap B$ ， $A \cup B$ ；

(2) 已知 $C = \{x | a < x \leq a + 1\}$ ，若 $C \subseteq B$ ，求实数 a 的取值范围.

18. 已知函数 $f(x) = \log_2(x^2 - 2ax + 3)$.

(1) 当 $a = -2$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

(2) $\forall x \in \mathbf{R}$ ， $f(x) \geq 1$ 恒成立，求 a 的取值范围.

19. 在平面直角坐标系： xOy 中，角 α 以为 Ox 始边，它的终边与单位圆交于第二象限内的点 $P(m, n)$.

(1) 若 $n = \frac{12}{13}$ ，求 $\tan \alpha$ 及 $\frac{2 \sin(\pi + \alpha) + \cos(-\alpha)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + 2 \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}$ 的值；

(2) 若 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{5}$ ，求点 P 的坐标.

20. 已知函数 $f(x) = 2 \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right) + 1$.

(1) 已知 $\omega > 0$ ，且函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π ，求函数 $f(x)$ 图象的对称中心及其单调减区间；

(2) 若 $\omega = -2$ ，函数 $f(x)$ 在 $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上的最值及其对应的 x 的值.

21. 已知函数 $f(x) = \frac{m}{x^2} - 2x$.

(1) 当 $m = 1$ 时，用定义法证明函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数；

(2) 已知二次函数 $g(x)$ 满足 $g(2^{x+1}) = 4g(2^x) + 2^{x+2} + 6$ ， $g(1) = -3$ ，若不等式 $g(x) < f(x)$ 有解，求 m 的取值范围.

22. 若函数 $f(x)$ 在定义域内存在实数 x ，满足 $f(-x) = -f(x)$ ，则称 $f(x)$ 为“局部奇函数”。

(1) 试判断 $g(x) = 2^x - 2 (x \in \mathbb{R})$ 是否为“局部奇函数”；

(2) 已知 $a > 1$ ，对于任意的 $b \in [0, 1]$ ，函数 $h(x) = \ln(x+1+a) - x^2 + x - b$ 都是定义域为 $[-1, 1]$ 上的“局部奇函数”，求实数 a 的取值范围。