2023-2024学年江苏省无锡市梁溪区九年级（上）期末数学试卷

一、选择题：本题共10小题，每小题3分，共30分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列方程是一元二次方程的是(   )

A. $x-3=(-3)^2$　　B. $x+3=\frac{1}{x}$　　C. $x^2+4x+3=0$　　D. $2x^2-3y=x^2$

2. 已知$\odot O$与直线l相交，圆心到直线l的距离为$6cm$，则$\odot O$的半径可能为(   )

A. $4cm$　　B. $5cm$　　C. $6cm$　　D. $7cm$

3. $\mathrm{Rt}\triangle ABC$的边长都扩大2倍，则$\cos A$的值(   )

A. 不变　　B. 变大　　C. 变小　　D. 无法判断

4. 下列说法正确的是(   )

A. 三点确定一个圆　　B. 垂直于弦且过圆心的直线平分这条弦

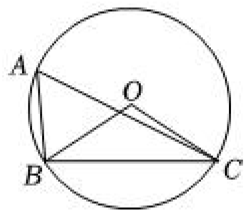
C. 各边都相等的多边形是正多边形　　D. 三角形的外心到三角形三边的距离相等

5. 某农家前年水蜜桃亩产量为900千克，今年的亩产量为1200千克.设从前年到今年平均增长率都为x，则可列方程(   )

A. $900(1+2x)=1200$　　B. $900(1+x^2)=1200$

C. $900(1+x)^2=1200$　　D. $900(1+x)=1200$

6. 如图，$\odot O$是$\triangle ABC$的外接圆，$OB=3$，$\angle A=50^\circ$，则弧BC的长是(   )



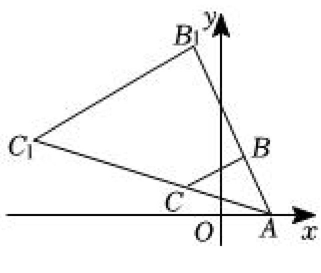
A. $\frac{5}{6}\pi$

B. $\frac{5}{3}\pi$

C. $\frac{10}{3}\pi$

D. 2π

7. 如图，平面直角坐标系中，$A(2,0)$，$B(1,2)$，$C(-1,1)$，以A为位似中心，把$\triangle ABC$在点A同侧按相似比1：3放大，放大后的图形记作$\triangle AB_1C_1$，则C_1的坐标为(   )



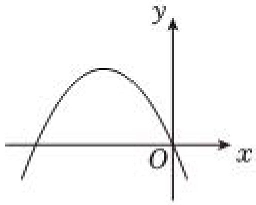
A. $(-10,4)$

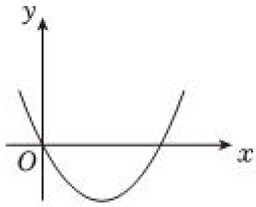
B. $(-7,4)$

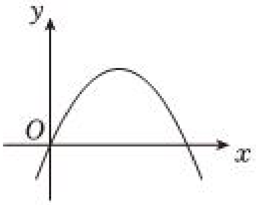
C. $(-10,3)$

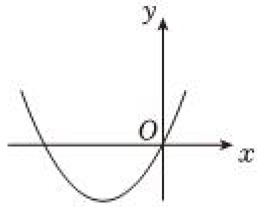
D. $(-7,3)$

8. 已知一次函数 $y=ax+b(a\neq0)$ 的图象经过第一、二、四象限，则二次函数 $y=ax^2-bx(a\neq0)$ 的图象大致为( )

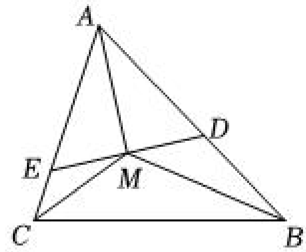
A. 

B. 

C. 

D. 

9. 如图，点 M 是三边均不等的 $\triangle ABC$ 三条角平分线的交点，过 M 作 $DE\perp AM$，分别交 AB、AC 于 D、E 两点，设 $BD=a$，$DE=b$，$CE=c$，关于 x 的方程 $2ax^2+bx+c=0$ ( )



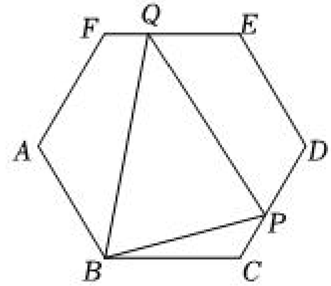
A. 一定有两个相等实数根

B. 一定有两个不相等实数根

C. 有两个实数根，但无法确定是否相等

D. 没有实数根

10. 如图，多边形 $ABCDEF$ 为正六边形，点 P 在边 CD 上，过点 P 作 $PQ//ED$ 交 EF 于点 Q，连接 BQ，且满足 $\angle BPC=\angle BQP$. 设四边形 $PQED$、四边形 $AFQB$ 和 $\triangle BCP$ 的面积分别为 S_1、S_2、S_3，则正六边形 $ABCDEF$ 的面积为( )



A. $S_1+2S_2+2S_3$

B. $S_1+2S_2+\frac{5}{2}S_3$

C. $S_1+2S_2+3S_3$

D. $2S_1+S_2+2S_3$

二、填空题：本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。

11. 在某市建设规划图上，城区南北长为 $120cm$，该市城区南北实际长为 $36km$，则该规划图的比例尺是______.

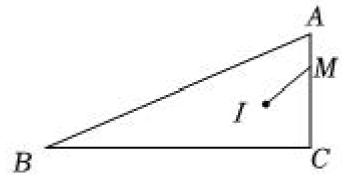
12. 已知圆锥的底面半径是 $6cm$，高是 $8cm$，则圆锥的侧面积是______ m^2.

13. 若抛物线 $y=x^2-2x+ax+2$ 的对称轴是 y 轴，则 a 的值是______.

14. 已知点 $A(-2,3)$、$B(3,3)$、$C(5,3)$、$D(3,-1)$，若一条抛物线经过其中三个点，则不在该抛物线上的点是点______.

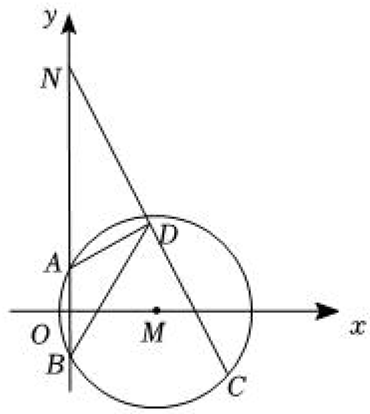
15. 点 C 是线段 AB 的黄金分割点 $(AC>BC)$，若 $AB=2a$，则 $AC=$______ (结果用含 a 的代数式表示).

16. 如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^{\circ}$，$AC=5$，$BC=12$，$AM=1$，I 为 $\triangle ABC$ 的内心，则 $IM=$______.



17. 若二次函数 $y=x^2+2x-b$ 的图象与坐标轴有两个公共点，则 b 满足的条件是______.

18. 如图，点 $M(2,0)$、$N(0,4)$，以点 M 为圆心 $\sqrt{5}$ 为半径作 $\odot M$ 交 y 轴于 A、B 两点，点 C 为 $\odot M$ 上一动点，连接 CN，取 CN 中点 D，连接 AD、BD，则 AD^2+BD^2 的最大值为______.



三、解答题：本题共 10 小题，共 96 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

19.（本小题 8 分）

计算：

(1)$\sqrt{27}+(\pi-\sqrt{5})^0-2\tan 60^{\circ}$；

(2)$2\cos 30^{\circ}-|\sin 60^{\circ}-1|-\tan 45^{\circ}$.

20.（本小题 8 分）

解方程：

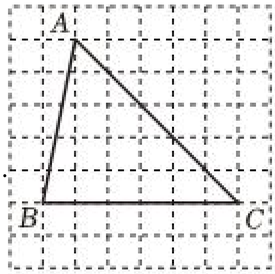
(1)$(x-1)^2-2(x-1)=0$；

(2)$2x^2+3x-1=0$.

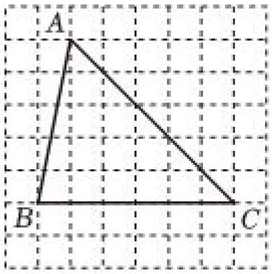
21.（本小题 10 分）

图 1、图 2 均是 8×8 的正方形网格，每个小正方形的顶点称为格点，小正方形的边长为 1，点 A、B、C 均在格点上.在图 1、图 2 中，只用无刻度的直尺，在给定的网格中按要求画图，不要求写出画法，保留作图

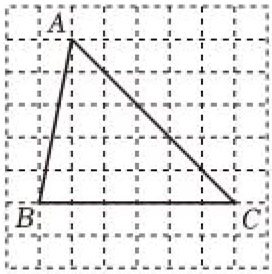
痕迹.



（图1）



（图2）



(备用图)

(1) 在图 1 中画出$\triangle ABC$的中线 BD;

(2) 在图 2 中$\triangle ABC$的边 BC 上找到一点 F，使$S_{\triangle ABF}$； $S_{\triangle ACF}=2$：3;

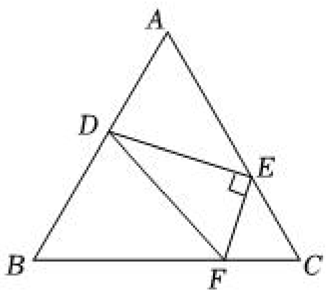
(3) $\sin A=$______.

22.（本小题 10 分）

如图，点 D、E、F 分别在等边$\triangle ABC$的三边 AB、AC、BC 上，且$DE\perp EF$，$\angle DFE=60°$.

(1) 求证：$\triangle DBF\backsim\triangle FCE$；

(2) 若$EC=1$，求 BF 的长.

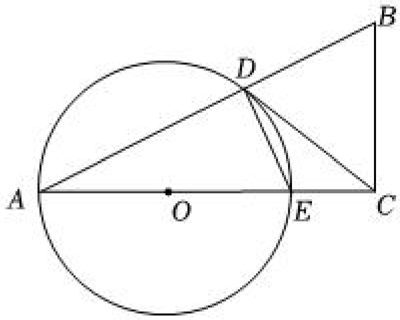


23.（本小题 10 分）

如图，$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，在边 AC 上取一点 O，以 O 为圆心，AO 为半径作圆，分别交 AB、AC 于点 D、E，连接 DE、DC，$\angle DCB=2\angle A$.

(1) 求证：DC 是$\odot O$的切线;

(2) 若$\tan A=\dfrac{1}{2}$，$BC=5$，求$\triangle DBC$的面积.



24.（本小题 10 分）

某天李老师佩戴运动手环进行快走锻炼，两次锻炼后的数据如下表.与第一次锻炼相比，李老师第二次锻炼步数增长的百分率是其平均步长减少的百分率的 2 倍.设李老师第二次锻炼时平均步长减少的百分率为 $x(0 < x < 0.4)$.

项目	第一次锻炼	第二次锻炼
步数（步）	10000	①______
平均步长（米/步）	0.6	②______
距离（米）	6000	6480

注：步数 × 平均步长=距离.

(1) 根据题意完成表格填空（用含 x 的代数式表示）；

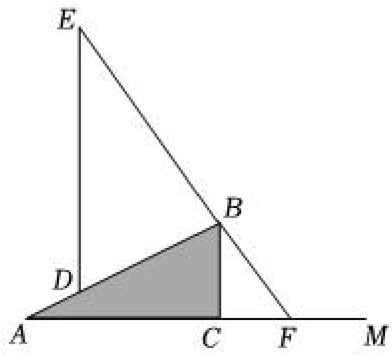
(2) 求 x 的值.

25.（本小题 10 分）

如图，校园内有一个横截面近似为 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 的小土坡，坡度（或坡比）$i = 1$：2，古树 DE 长在该土坡上，树干与水平线 AC 垂直，同学们选在阳光明媚的一天测量其高度.他们测得坡底点 A 与古树底端 D 的距离是 $5m$，在坡底点 C 处沿着 AC 所在直线向右走了 $6m$ 到达点 F 处，此时发现古树顶端 E 的影子与土坡最高点 B 的影子恰好在 F 处重合，在 F 处测得树顶 E 的仰角为 53°.（参考数据：$\sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}$，$\cos 53^\circ \approx \frac{3}{5}$，$\tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$，$\sqrt{5} \approx 2.4$).

(1) 求土坡的水平距离 AC；

(2) 求树高 DE（结果精确到 $0.1m$).



26.（本小题 10 分）

已知二次函数 $y = ax^2 - (a + b)x + b$（a、b 是常数，$a \neq 0$).

(1) 若 $M(-4, m)(m > 0)$ 在该二次函数的图象上，当 $a < 0$ 时，试判断代数式 $a + b$ 的正负性；

(2) 已知对于任意的常数 a、$b(a\neq0)$，二次函数的图象始终过定点 P，求证：一次函数 $y=(k^2+3)x+3k(x\geqslant1)$ 图象上所有的点都高于点 P.

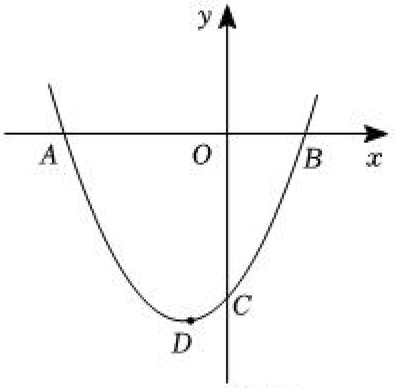
27.（本小题 10 分）

如图 1，二次函数 $y=\dfrac{1}{2}x^2+bx-4$ 的图象与 x 轴相交于点 $A(-4,0)$ 和点 B，与 y 轴相交于点 C.

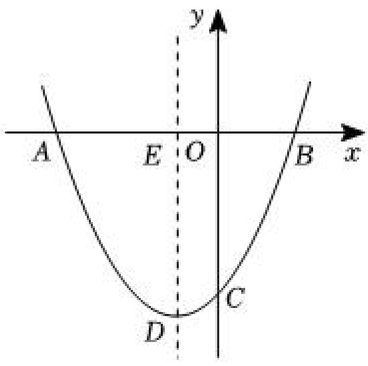
(1) ① $b=$______，②顶点 D 的坐标为______；

(2) 如图 2，抛物线的对称轴 l 交 x 轴于点 E，点 P 是线段 DE 上的一个动点（不与点 E 重合），连接 PC，作 $PQ\perp PC$ 交 x 轴于点 $Q(k,0)$，求 k 的取值范围；

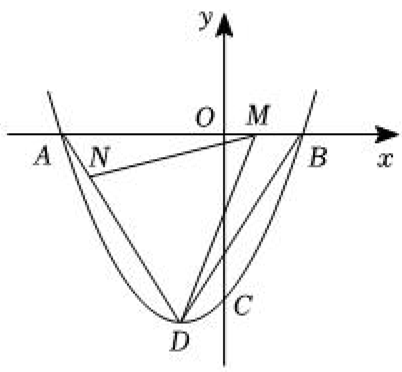
(3) 如图 3，连接 AD、BD，点 M、N 分别在线段 AB、AD 上（均含端点），且 $\angle DMN=\angle DBA$，若 $\triangle DMN$ 是等腰三角形，求点 M 的坐标.



（图1）



（图2）



（图3）

28.（本小题 10 分）

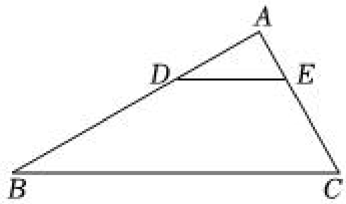
$\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle ADE$，$\angle BAC=\angle DAE=90^\circ$，$AB=2\sqrt{7}$，$AC=\dfrac{2\sqrt{21}}{3}$，$AD=\sqrt{3}$，$\tan\angle ADE=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

(1) 如图 1，当点 D、E 分别恰好在 AB、AC 上时，求 $\triangle ADE$ 与四边形 $DBCE$ 的面积比；

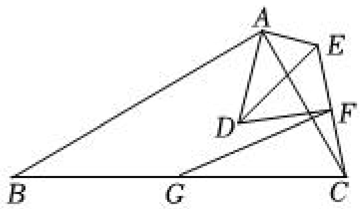
(2) 如图 2，$\triangle ADE$ 绕点 A 逆时针旋转角度 $\alpha(30^\circ<\alpha<90^\circ$,连接 EC，在 EC 上找一点 F，使得 $\angle ADF+\angle AEF=180^\circ$，取 BC 中点 G，连接 GF，求 GF 的长；

(3) 如图 3，$\triangle ADE$ 经旋转得到以 AD 为长、AE 为宽的矩形 $ADME$，矩形 $ADME$ 绕点 A 逆时针旋转一周，

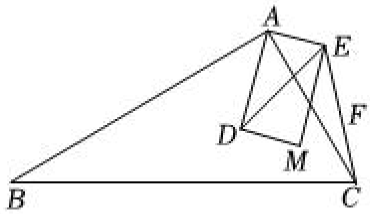
当 B、M、E 三点共线时，直接写出 EC 的长.



（图1）



（图2）



（图3）

答案和解析

1.【答案】C

【解析】解：$A.$方程$x-3=(-3)^2$，是一元一次方程，故本选项不符合题意；

B、方程$x+3=\dfrac{1}{x}$，是分式方程，不是一元二次方程，故本选项不符合题意；

$C.$方程$x^2+4x+3=0$，是一元二次方程，故本选项符合题意；

$D.$方程$2x^2-3y=x^2$，是二元二次方程，故本选项不符合题意.

故选：C.

根据一元二次方程的定义对题目中给出的四个选项逐一进行甄别即可得出答案.

本题考查了一元二次方程的定义，一元二次方程定义，只含有一个未知数，并且未知数项的最高次数是2的整式方程叫做一元二次方程.

2.【答案】D

【解析】解：$\because \odot O$和直线l相交，

$\therefore d<r$，

又$\because$圆心到直线l的距离为$6cm$，

$\therefore r>6cm$，

故选：D.

根据直线与圆的位置关系的判断的方法可求解.

本题考查了直线与圆的位置关系，熟练掌握判断直线和圆的位置关系的方法：设$\odot O$的半径为r，圆心O到直线l的距离为d.

①直线l和$\odot O$相交$\Leftrightarrow d<r$

②直线l和$\odot O$相切$\Leftrightarrow d=r$

③直线l和$\odot O$相离$\Leftrightarrow d>r$.

3.【答案】A

【解析】解：$\because \mathrm{Rt}\triangle ABC$的边长都扩大2倍，

$\therefore$所得的三角形与原三角形相似，

$\therefore \angle A$的大小没有发生变化，

$\therefore \cos A$的值不变，

故选：A.

根据题意可得所得的三角形与原三角形相似，从而可得 $\angle A$ 的大小没有发生变化，即可解答．

本题考查了解直角三角形，熟练掌握锐角三角函数的定义是解题的关键．

4.【答案】B

【解析】解：不在同一条直线上的三个点确定一个圆，如果三个点在同一条直线上，则没有同时过这三个点的圆，故选项 A 错误，不符合题意；

垂直于弦且过圆心的直线平分这条弦，故选项 B 正确，符合题意；

各边都相等各角都相等的多边形是正多边形，故选项 C 错误，不符合题意；

三角形的内心到三角形三边的矩离相等，三角形的外心到三角形各个顶点的距离相等，故选项 D 错误，不符合题意；

故选：B．

根据不在同一条直线上的三个点确定一个圆，如果三个点在同一条直线上，则没有同时过这三个点的圆，可以判断 A；

根据垂径定理可以判断 B；

根据正多边形的定义，可以判断 C；

根据三角形的内心到三角形三边的矩离相等，三角形的外心到三角形各个顶点的距离相等，可以判断 D．

本题考查三角形的内心和外心、垂径定理、确定圆的条件，解答本题的关键是明确题意，可以判断各个选项中的结论是否正确．

5.【答案】C

【解析】解：去年水蜜桃的亩产量为 $900\times(1+x)$，今年水蜜桃的亩产量为 $900\times(1+x)\times(1+x)$，

则列出的方程是 $900(1+x)^2=1200$．

故选：C．

可先表示出去年水蜜桃的亩产量，那么去年水蜜桃的亩产量 $\times(1+$ 增长率 $)=1200$，把相应数值代入即可求解．

本题考查由实际问题抽象出一元二次方程的知识，若设变化前的量为 a，变化后的量为 b，平均变化率为 x，则经过两次变化后的数量关系为 $a(1\pm x)^2=b$．

6.【答案】B

【解析】解：由圆周角定理得，$\angle BOC=2\angle A=100^\circ$，

$\therefore$ 弧 BC 的长是 $=\dfrac{100\pi\times 3}{180}=\dfrac{5}{3}\pi$．

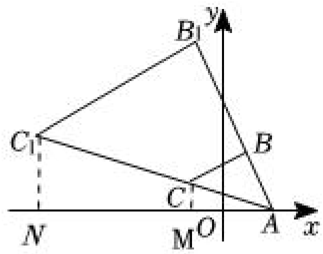
故选：B．

根据圆周角定理求出$\angle BOC$，利用弧长公式计算即可.

本题考查的是弧长的计算和圆周角定理，掌握圆周角定理、弧长公式是解题的关键.

7.【答案】D

【解析】解：过C点作$CM\perp x$轴于M点，过C_1点作$C_1N\perp x$轴于N点，如图，



$\because A(2,0)$，$C(-1,1)$，

$\therefore OA=2$，$OM=1$，$CM=1$，

$\because$以A为位似中心，把$\triangle ABC$在点A同侧按相似比1：3放大，放大后的图形记作$\triangle AB_1C_1$，

$\therefore \dfrac{AC}{AC_1}=\dfrac{1}{3}$，

$\because CM//C_1N$，

$\therefore \triangle ACM\backsim\triangle AC_1N$，

$\therefore \dfrac{AM}{AN}=\dfrac{CM}{C_1N}=\dfrac{AC}{AC_1}=\dfrac{1}{3}$，

$\therefore C_1N=3CM=3$，$AN=3AM=3\times3=9$，

$\therefore ON=AN-OA=9-2=7$，

$\therefore$点C_1的坐标为$(-7,3)$.

故选：D.

过C点作$CM\perp x$轴于M点，过C_1点作$C_1N\perp x$轴于N点，如图，先根据位似的性质得到$\dfrac{AC}{AC_1}=\dfrac{1}{3}$，再证明$\triangle ACM\backsim\triangle AC_1N$，根据相似三角形的性质得到$\dfrac{AM}{AN}=\dfrac{CM}{C_1N}=\dfrac{AC}{AC_1}=\dfrac{1}{3}$，则可求出$C_1N=3$，$AN=9$，所以$ON=7$，从而得到点$C_1$的坐标.

本题考查了位似变换：位似两个图形不仅是相似图形，而且对应顶点的连线相交于一点，对应边互相平行或共线；位似比等于相似比.

8.【答案】A

【解析】解：$\because$一次函数$y=ax+b$的图象经过第一、二、四象限，

$\therefore a<0$，$b>0$.

$\therefore$二次函数$y=ax^2-bx$的图象，开口向下，与x轴交于点$(0,0)$和$(\dfrac{b}{a},0)$.

符合函数性质的图象是A.

故选：A.

依据题意，由于一次函数$y=ax+b$的图象经过第一、二、四象限，由此可以确定$a<0$，$b>0$，然后利

用二次函数的性质与图象得出二次函数 $y=ax^2-bx$ 的图象即可.

本题主要考查二次函数的图象，利用一次函数的图象得出 a、b 的数值是解决问题的关键.

9.【答案】D

【解析】解：$\because AM$ 是 $\angle BAC$ 的平分线，

$\therefore \angle DAM=\angle EAM$，

$\because DE\perp AM$，

$\therefore \angle AMD=\angle AME=90^\circ$，

在 $\triangle AMD$ 和 $\triangle AME$ 中，

$$\begin{cases}\angle DAM=\angle EAM\\ AM=AM\\ \angle AMD=\angle AME=90^\circ\end{cases},$$

$\therefore \triangle AMD\cong\triangle AME(ASA)$，

$\therefore MD=ME$， $AD=AE$，

$\because DE=b$，

$\therefore MD=ME=\frac{1}{2}DE=\frac{1}{2}b$，

设 $\angle BAC=\alpha$，

则 $\angle ABC+\angle ACB=180^\circ-\angle BAC=180^\circ-\alpha$，

$\because BM$，CM 分别是 $\angle ABC$， $\angle ACB$ 的平分线，

$\therefore \angle MBC=\angle DBM=\frac{1}{2}\angle ABC$， $\angle MCB=\frac{1}{2}\angle ACB$，

$\therefore \angle MBC+\angle MCB=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)=90^\circ-\frac{1}{2}\alpha$，

$\therefore \angle BMC=180^\circ-(\angle MBC+\angle MCB)=180^\circ-(90^\circ-\frac{1}{2}\alpha)=90^\circ+\frac{1}{2}\alpha$，

$\because AD=AE$，

$\therefore \angle ADE=\angle AED$，

$\because \angle ADE+\angle AED+\angle BAC=180^\circ$，

$\therefore \angle ADE=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle BAC)=90^\circ-\frac{1}{2}\alpha$，

$\therefore \angle BDM=180^\circ-\angle ADE=180^\circ-(90^\circ-\frac{1}{2}\alpha)=90^\circ+\frac{1}{2}\alpha$，

$\therefore \angle BMC=\angle BDM$，

又$\because \angle MBC=\angle DBM$，

$\therefore \triangle MBC\backsim\triangle DBM$，

$\therefore CM:MD=BM:BD$，

即 $CM:BM=MD:BD$，

同理可证：$\triangle MBC\backsim\triangle EMC$，

$\therefore CM:CE=BM:ME$，

即 $CM:BM=CE:ME$，

$\therefore MD:BD=CE:ME$，

即 $MD\cdot ME=BD\cdot CE$，

$\because MD=ME=\frac{1}{2}b>0$，$BD=a>0$，$CE=c>0$，

$\therefore \frac{1}{2}b\cdot\frac{1}{2}b=ac$，

$\therefore b^2=4ac$，

$\because$关于 x 的方程 $2ax^2+bx+c=0$ 的根的判别式 $\Delta=b^2-4\times 2ac=b^2-8ac$，

$\therefore \Delta=4ac-8ac=-4ac<0$，

$\therefore$关于 x 的方程 $2ax^2+bx+c=0$ 没有实数根.

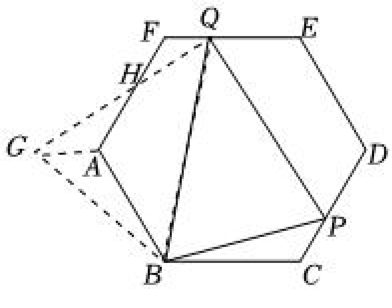
故选：D.

先证 $\triangle AMD$ 和 $\triangle AME$ 全等得 $MD=ME=\frac{1}{2}b$，$AD=AE$，再证 $\angle BMC=\angle BDM$，进而可证 $\triangle MBC$ 和 $\triangle DBM$ 相似，则 $CM:MD=BM:BD$，同理可证 $\triangle MBC$ 和 $\triangle EMC$ 相似，则 $CM:CE=BM:ME$，由此即可得出 $MD:BD=CE:ME$，进而得 $b^2=4ac$，然后在对方程 $2ax^2+bx+c=0$ 的根的判别式的符号进行判断即可得出结论.

此题主要考查了一元二次方程根的判别式，全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，熟练掌握一元二次方程根的判别式，全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质是解决问题的关键.

10.【答案】A

【解析】解：如图，将 $\triangle BCP$ 绕点 B 逆时针旋转 120° 得到 $\triangle BAG$，连接 QG 交 AF 于 H.



$\because \angle BAG=\angle C=120^\circ$，

$\therefore \angle FAG=360^\circ-\angle BAG-\angle BAF=120^\circ=\angle F$，

$\therefore PQ//DE$， $\angle E=\angle D$，

$\therefore$四边形 $DEQP$ 是等腰梯形，

$\therefore DP=EQ$，

$\because CD=EF$，

$\therefore CP=AG=FQ$，

$\because \angle GHA=\angle QHF$，

$\therefore \triangle AGH\cong\triangle QFH(AAS)$，

$\therefore S_{\triangle AHG}=S_{\triangle QFH}$，

$\because \angle PBQ=180^\circ-\angle BQP-\angle BPQ=180^\circ-\angle BPC-\angle BPQ=\angle DPQ=60^\circ$， $\angle PBG=120^\circ$，

$\therefore \angle GBQ=\angle QBP=60^\circ$，

$\because BG=BP$， $BQ=BQ$，

$\therefore \triangle GBQ\cong\triangle PBQ(SAS)$，

$\therefore S_{\triangle BPQ}=S_{\angle BGQ}=S_{\triangle BCP}+S_{四边形BAFQ}=S_2+S_3$，

$\therefore S_{正六边形ABCDEF}=S_1+S_2+S_3+S_2+S_3=S_1+2S_2+2S_3$.

故选： A.

如图，将$\triangle BCP$绕点 B 逆时针旋转120°得到$\triangle BAG$，连接 QG 交 AF 于 H. 证明$\triangle AGH\cong\triangle QFH$，$\triangle GBQ\cong\triangle PBQ$可得结论.

本题考查正多边形与圆，平行线的性质，全等三角形的判定和性质，旋转变换等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题，属于中考选择题中的压轴题.

11.【答案】1：30000

【解析】解：$\because 36km=3600000cm$，

$\therefore 120$： $3600000=1$：30000，

$\therefore$该规划图的比例尺是 1： 30000.

故答案为：1：30000.

比例尺=图上距离与实际距离的比，由此即可计算.

本题考查比例尺，关键是掌握比例尺的定义.

12.【答案】 60π

【解析】解：根据题意得，圆锥的母线$=\sqrt{6^2+8^2}=10cm$，

$\therefore$圆锥的底面周长$2\pi r=12\pi cm$，

$\therefore$ 圆锥的侧面积 $=\frac{1}{2}lR=\frac{1}{2}\times 12\pi\times 10=60\pi cm^2$.

故答案为：60π.

先根据圆锥的底面半径和高求出母线长，圆锥的侧面积是展开后扇形的面积，计算可得．

本题考查了圆锥的计算，圆锥的高和圆锥的底面半径圆锥的母线组成直角三角形，扇形的面积公式为 $\frac{1}{2}lR$.

13.【答案】2

【解析】解：$\because$ 抛物线 $y=x^2-2x+ax+2$ 的对称轴是 y 轴，

$\therefore -\frac{-2+a}{2}=0$.

$\therefore a=2$.

故答案为：2.

依据题意，根据抛物线的对称轴公式，列出关于 a 的方程即可解答．

本题主要考查了二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴是直线 $x=-\frac{b}{2a}$，记住二次函数的对称轴公式是解题的关键．

14.【答案】B

【解析】解：点 $A(-2,3)$、$B(3,3)$、$C(5,3)$ 的纵坐标相同，故三点中有一点不在同一条抛物线，

$B(3,3)$、$D(3,-1)$ 的横坐标相同，故两点中有一点不在同一条抛物线，

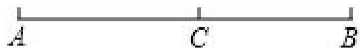
所以，不在该抛物线上的点是点 B.

故答案为：B.

根据二次函数图象上点的坐标特征即可判断．

本题考查了二次函数图象上点的坐标特征：二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象上点的坐标满足其解析式．

15.【答案】$(-1+\sqrt{5})a$



【解析】解：$\because AC>BC$，$AB=2a$，

$\therefore BC=AB-AC=2a-AC$，

$\because$ 点 C 是线段 AB 的黄金分割点，

$\therefore AC^2=AB\cdot BC$，

$\therefore AC^2=2a(2a-AC)$，

整理得，$AC^2+2aAC-4a^2=0$，

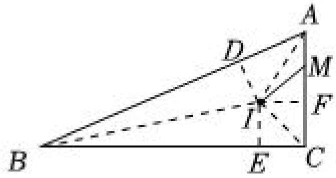
解得 $AC=(-1+\sqrt{5})a$，$AC=(-1-\sqrt{5})a$(舍去).

故答案为：$(-1+\sqrt{5})a$.

用 AC 表示出 BC，然后根据黄金分割点的定义列方程求解即可．

本题考查了黄金分割，熟记黄金分割点的定义并列出关于 AC 的方程是解题的关键．

16.【答案】$2\sqrt{2}$



【解析】解：作 $ID\perp AB$ 于点 D，$IE\perp BC$ 于点 E，$IF\perp AC$ 于点 F，连接 IA、IB、IC，

$\because \angle ACB=90^\circ$，$AC=5$，$BC=12$，$AM=1$，

$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{5^2+12^2}=13$，

$\because \angle IEC=\angle IFC=\angle ACB=90^\circ$，

$\therefore$ 四边形 $IECF$ 是矩形，

$\because I$ 为 $\triangle ABC$ 的内心，

$\therefore ID=IE=IF$，

$\therefore$ 四边形 $IECF$ 是正方形，

设 $CF=IF=ID=IE=r$，

$\because S_{\triangle AIB}+S_{\triangle BIC}+S_{\triangle AIC}=S_{\triangle ABC}$，

$\therefore \frac{1}{2}\times 13r+\frac{1}{2}\times 12r+\frac{1}{2}\times 5r=\frac{1}{2}\times 12\times 5$，

解得 $r=2$，

$\therefore CF=IF=2$，

$\because \angle AFI=90^\circ$，$MF=AC-CF-AM=5-2-1=2$，

$\therefore IM=\sqrt{IF^2+MF^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，

故答案为：$2\sqrt{2}$.

作 $ID\perp AB$ 于点 D，$IE\perp BC$ 于点 E，$IF\perp AC$ 于点 F，连接 IA、IB、IC，由 $\angle ACB=90^\circ$，$AC=5$，$BC=12$，求得 $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=13$，因为 I 为 $\triangle ABC$ 的内心，所以 $ID=IE=IF$，则四边形 $IECF$ 是正方形，设 $CF=IF=ID=IE=r$，则 $\frac{1}{2}\times 13r+\frac{1}{2}\times 12r+\frac{1}{2}\times 5r=\frac{1}{2}\times 12\times 5=S_{\triangle ABC}$，求得 $CF=IF=r=2$，由 $\angle AFI=90^\circ$，$IF=MF=2$，求得 $IM=\sqrt{IF^2+MF^2}=2\sqrt{2}$，于是得到问题的答案．

此题重点考查勾股定理、三角形的内心的性质、正方形的判定与性质、根据面积等式求线段的长度等知识与方法，正确地作出辅助线是解题的关键.

17.【答案】-1或0

【解析】解：$\because$二次函数$y=x^2+2x-b$的图象与坐标轴只有两个公共点，

$\therefore$二次函数$y=x^2+2x-b$的图象与x轴只有一个公共点或者与x轴有两个公共点，其中一个为原点，

当二次函数$y=x^2+2x-b$的图象与x轴只有一个公共点时，

$2^2-4\times1\times(-b)=0$，得$b=-1$；

当二次函数$y=x^2+2x-b$的图象与x轴有两个公共点，其中一个为原点时，

则$b=0$，$y=x^2+2x=x(x+2)$，与x轴两个交点，坐标分别为$(0,0)$，$(-2,0)$；

由上可得，b的值是-1或0，

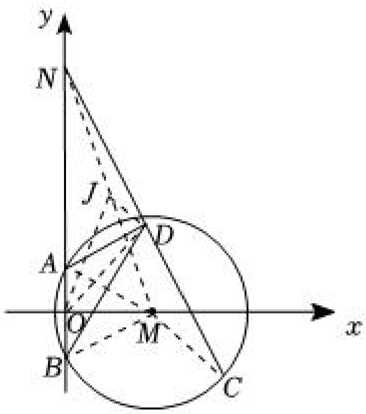
故答案为：-1或0.

根据二次函数$y=x^2+2x-b$的图象与坐标轴只有两个公共点，可知二次函数$y=x^2-2x+b$的图象与x轴只有一个公共点或者与x轴有两个公共点，其中一个为原点两种情况，然后分别计算出b的值即可解答本题.

本题考查抛物线与x轴的交点、二次函数的性质、二次函数图象上点的坐标特征，解答本题的关键是明确题意，利用二次函数的性质和分类讨论的方法解答.

18.【答案】$\frac{49}{2}$

【解析】解：如图，连接MN，取MN的中点J，连接MC，JD，OJ，OD，MA，MB.



$\because$点$M(2,0)$、$N(0,4)$，

$\therefore OM=2$，$ON=4$，

$\therefore MN=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，

$\because MJ=JN$，

$\therefore OJ=\frac{1}{2}MN=\sqrt{5}$，

$\because MJ=JN$， $CD=DN$，

$\therefore JD=\frac{1}{2}MC=\frac{\sqrt{5}}{2}$，

$\because MA=MB=\sqrt{5}$， $OM=2$， $OM\perp AB$，

$\therefore OA=OB=\sqrt{MA^2-OM^2}=\sqrt{5-4}=1$，

$\therefore A(1,0)$， $B(-1,0)$，

$\therefore$点D的运动轨迹是以J为圆心，$\frac{\sqrt{5}}{2}$为半径的圆，

设$D(m,n)$，则$AD^2+BD^2=(n-1)^2+m^2+(n+1)^2+m^2=2(m^2+n^2)+2$，

$\because OD^2=m^2+n^2$，

$\therefore OD$最大时，m^2+n^2的值最大，

$\because OD\leqslant OJ+JD$，

$\therefore OD\leqslant\frac{3\sqrt{5}}{2}$，

$\therefore m^2+n^2$的最大值为$\frac{45}{4}$，

$\therefore AD^2+BD^2$的最大值为$2\times\frac{45}{4}+2=\frac{49}{2}$，

故答案为：$\frac{49}{2}$.

如图，连接MN，取MN的中点J，连接MC，JD，OJ，OD，MA，MB.利用三角形中位线定理求出$DJ=\frac{\sqrt{5}}{2}$，推出点D的运动轨迹是以J为圆心，$\frac{\sqrt{5}}{2}$为半径的圆，设$D(m,n)$，则$AD^2+BD^2=(n-1)^2+m^2+(n+1)^2+m^2=2(m^2+n^2)+2$，想办法求出$m^2+n^2$的最大值，可得结论.

本题考查点与圆的位置关系，三角形的中位线定理，勾股定理等知识，解题的关键是正确寻找点D的运动轨迹，学会利用参数解决问题，属于中考填空题中的压轴题.

19.【答案】解：(1)$\sqrt{27}+(\pi-\sqrt{5})^0-2\tan 60^\circ$；

$=3\sqrt{3}+1-2\times\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}+1$；

(2)$2\cos 30^\circ-|\sin 60^\circ-1|-\tan 45^\circ$

$=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-|\frac{\sqrt{3}}{2}-1|-1$

$= \sqrt{3} - 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} - 1$

$= \frac{3\sqrt{3}}{2} - 2.$

【解析】(1) 根据实数的运算性质和运算法则计算即可；

(2) 分别用 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 代替 $\cos 30^\circ$ 和 $\sin 60^\circ$，用 1 代替 $\tan 45^\circ$，再根据实数的运算性质的运算法则计算即可．

本题考查实数的运算，是基础计算题，熟练掌握二次根式的化简，零次幂，记注特殊角的三角函数值是解答的关键．

20.【答案】解：(1)$(x-1)^2 - 2(x-1) = 0$，

$(x-1)(x-1-2) = 0$，

$x-1=0$，$x-3=0$，

$x_1 = 1$，$x_2 = 3$；

(2)$2x^2 + 3x - 1 = 0$，

$\because \Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times (-1)$

$= 9 + 8$

$= 17 > 0$，

$\therefore x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$，

$\therefore x_1 = \frac{-3+\sqrt{17}}{4}$，$x_2 = \frac{-3-\sqrt{17}}{4}$.

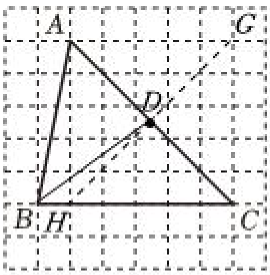
【解析】(1) 利用解一元二次方程-因式分解，进行计算即可解答；

(2) 利用解一元二次方程-公式法，进行计算即可解答．

本题考查了解一元二次方程-配方法，公式法，熟练掌握解一元二次方程的方法是解题的关键．

21.【答案】$\frac{3\sqrt{13}}{13}$

【解析】解：(1) 取格点 G，H，连接 GH 交 AC 于 D，连接 BD，如图：



（图1）

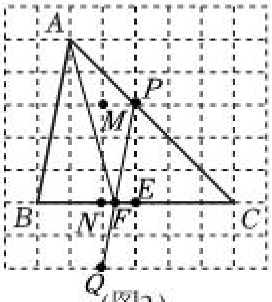
BD 即为所求；

理由：$\because$四边形 $AGCH$ 是正方形，

$\therefore D$ 为 AC 中点，

$\therefore BD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线；

(2) 取格点 P，Q，连接 PQ 交 BC 于 F，连接 AF，如图：



(图2)

点 F 即为所求；

理由：$\because \frac{NF}{PM}=\frac{QN}{QM}=\frac{2}{5}$，$PM=1$，

$\therefore NF=0.4$，

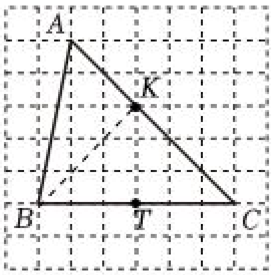
$\therefore EF=0.6$，

$\therefore BF=2.4$，$CF=3.6$，

$\therefore \frac{BF}{CF}=\frac{2}{3}$，

$\therefore S_{\triangle ABF}$：$S_{\triangle ACF}=2$：3；

(3) 取 AC 上的格点 K，连接 BK，如图：



(备用图)

由图可知，$\triangle CKT$，$\triangle BKT$ 都是等腰直角三角形，

$\therefore \angle CKT=\angle BKT=45^{\circ}$，

$\therefore \angle BKC=90^{\circ}=\angle BKA$，

$\therefore \sin A=\frac{BK}{AB}=\frac{\sqrt{3^2+3^2}}{\sqrt{1^2+5^2}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$；

故答案为：$\frac{3\sqrt{13}}{13}$.

(1) 取格点 G，H，连接 GH 交 AC 于 D，连接 BD，BD 即为所求；

(2) 取格点 P，Q，连接 PQ 交 BC 于 F，连接 AF，点 F 即为所求；

(3) 取 AC 上的格点 K，连接 BK，可求出 $\angle CKT=\angle BKT=45^\circ$，故 $\angle BKC=90^\circ=\angle BKA$，从而 $\sin A=\dfrac{BK}{AB}=\dfrac{\sqrt{3^2+3^2}}{\sqrt{1^2+5^2}}=\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$.

本题考查作图-应用与设计作图，解题的关键是掌握网格的特征，作出满足条件的图形.

22.【答案】(1) 证明：$\because \triangle ABC$ 为等边三角形，

$\therefore \angle B=\angle C=60^\circ$，

$\therefore \angle BDF+\angle DFB=180^\circ-\angle B=120^\circ$，

$\because \angle DFE=60^\circ$，

$\therefore \angle DFB+\angle EFC=180^\circ-60^\circ=120^\circ$，

$\therefore \angle BDF=\angle EFC$，

$\therefore \triangle BDF\backsim\triangle CFE$；

(2) 解：$\because DE\perp EF$，$\angle DFE=60^\circ$，

$\therefore \angle EDF=30^\circ$，

$\therefore DF=2EF$，

由 (1) 知：$\triangle BDF\backsim\triangle CFE$，

$\therefore \dfrac{DF}{EF}=\dfrac{BF}{CE}=2$，

$\because EC=1$，

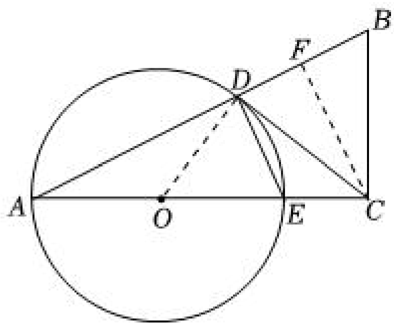
$\therefore BF=2$.

【解析】(1) 根据题中条件可推出 $\angle B=\angle C=60^\circ$，即可推出 $\angle BDF+\angle DFB=120^\circ$，根据 $\angle DFE=60^\circ$ 可推出 $\angle DFB+\angle EFC=120^\circ$，证出 $\angle BDF=\angle EFC$，即可证出 $\triangle BDF\backsim\triangle CFE$；

(2) 根据含 30 度角的直角三角形的性质得 $DF=2EF$，结合 (1) 利用比例即可求出 BF 的长.

本题主要考查了相似三角形的判定与性质以及等边三角形的性质，解题关键是证出 $\triangle BDF$ 和 $\triangle CFE$ 相似.

23.【答案】(1) 证明：连接 OD，



$\because \angle COD=2\angle A$，$\angle DCB=2\angle A$，

$\therefore \angle COD=\angle DCB$，

$\because \angle ACB=90^\circ$，

$\therefore \angle COD+\angle OCD=\angle DCB+\angle OCD=\angle ACB=90^\circ$，

$\therefore \angle ODC=180^\circ-(\angle COD+\angle OCD)=90^\circ$，

$\because OD$ 是 $\odot O$ 的半径，且 $DC\perp OD$，

$\therefore DC$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 解：作 $CF \perp AB$ 于点 F，则 $\angle CFB = \angle ACB = 90^{\circ}$，

$\therefore \angle BCF = \angle A = 90^{\circ} - \angle B$，

$\because AE$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ADE = 90^{\circ}$，

$\therefore \angle BDE = 90^{\circ}$，

$\therefore \angle B + \angle CED = 360 - \angle ACB - \angle BDE = 180^{\circ}$，

$\because \angle OED + \angle CED = 180^{\circ}$，

$\therefore \angle B = \angle OED$，

$\because \angle DCB = \angle DOE$，

$\therefore \triangle DCB \backsim \triangle DOE$，

$\therefore \angle CDB = \angle ODE$，

$\because OD = OE$，

$\therefore \angle OED = \angle ODE$，

$\therefore \angle B = \angle CDB$，

$\therefore DC = BC$，

$\therefore BF = DF$，

$\because \dfrac{BF}{CF} = \tan \angle BCF = \tan aA = \dfrac{1}{2}$， $BC = 5$，

$\therefore CF = 2BF$，

$\therefore BC = \sqrt{CF^2 + BF^2} = \sqrt{(2BF)^2 + BF^2} = \sqrt{5}BF = 5$，

$\therefore BF = \sqrt{5}$，

$\therefore BD = 2BF = 2\sqrt{5}$， $CF = 2BF = 2\sqrt{5}$，

$\therefore S_{\triangle DBC} = \dfrac{1}{2}BD \cdot CF = \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} = 10$，

$\therefore \triangle DBC$ 的面积为 10.

【解析】(1) 连接 OD，由 $\angle COD = 2\angle A$， $\angle DCB = 2\angle A$，得 $\angle COD = \angle DCB$，则 $\angle COD + \angle OCD = \angle DCB + \angle OCD = \angle ACB = 90^{\circ}$，所以 $\angle ODC = 90^{\circ}$，即可证明 DC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 作 $CF \perp AB$ 于点 F，则 $\angle BCF = \angle A = 90^{\circ} - \angle B$，由 $\angle ADE = \angle BDE = 90^{\circ}$，证明 $\angle B + \angle CED = 180^{\circ}$，而 $\angle OED + \angle CED = 180^{\circ}$，所以 $\angle B = \angle OED$，可证明 $\triangle DCB \backsim \triangle DOE$，则 $\angle CDB = \angle ODE$，因为 $\angle OED = \angle ODE$，所以 $\angle B = \angle CDB$，则 $BF = DF$，由

$\frac{BF}{CF} = \tan\angle BCF = \tan aA = \frac{1}{2}$，得 $CF = 2BF$，则 $BC = \sqrt{CF^2 + BF^2} = \sqrt{5}BF = 5$，所以 $BF = \sqrt{5}$，

则 $BD = 2BF = 2\sqrt{5}$， $CF = 2BF = 2\sqrt{5}$，求得 $S_{\triangle DBC} = \frac{1}{2}BD \cdot CF = 10$.

此题重点考查圆周角定理、切线的判定定理、等腰三角形的判定与性质、同角的补角相等、相似三角形的判定与性质、勾股定理、锐角三角函数与解直角三角形等知识，正确地作出所需要的辅助线是解题的关键.

24.【答案】$10000(1+3x)$ $0.6(1-x)$

【解析】解：(1) ①根据题意可得：$10000(1+3x)$；

②第二次锻炼的平均步长(米/步)为：$0.6(1-x)$；

故答案为：$10000(1+3x)$；$0.6(1-x)$；

(2) 由题意：$10000(1+3x) \times 0.6(1-x) = 7020$

解得：$x_1 = \frac{17}{30} > 0.5$(舍去)，$x_2 = 0.1$.

则 $x = 0.1$，

答：x 的值为 0.1.

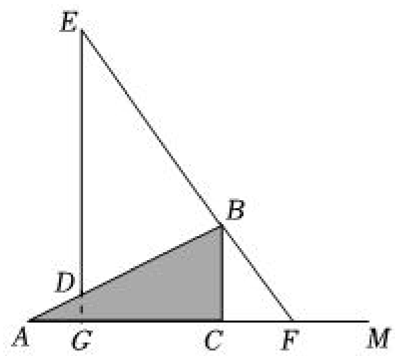
(1) ①直接利用王老师第二次锻炼步数增长的百分率是其平均步长减少的百分率的 3 倍，得出第二次锻炼的步数；

②利用王老师第二次锻炼时平均步长减少的百分率为 x，即可表示出第二次锻炼的平均步长(米/步)；

(2) 根据题意表示出第二次锻炼的总距离，进而得出答案.

此题主要考查了一元二次方程的应用，根据题意正确表示出第二次锻炼的步数与步长是解题关键.

25.【答案】解：(1) $\because BC \perp AF$，



$\therefore \angle BCF = 90^\circ$，

$\because \angle BFC = 53^\circ$， $CF = 6m$，

$\therefore \tan\angle BFC = \frac{BC}{CF} = \frac{BC}{6} \approx \frac{4}{3}$，

$\therefore BC = 8$，

$\because \frac{BC}{AC} = 1:2$，

$\therefore AC = 2BC = 16$，

答：土坡的水平距离 AC 为 $16m$；

(2) 延长 ED 交 AC 于 G，

则 $\angle AGD = 90^\circ$，

$\therefore \dfrac{DG}{AG}=\dfrac{1}{2}$，

设 $AG=2x\,m$， $DG=x\,m$，

$\therefore AD=\sqrt{AG^2+DG^2}=\sqrt{5}x=5$，

$\therefore x=\sqrt{5}$，

$\therefore AG=2\sqrt{5}m$， $DG=\sqrt{5}m$，

$\therefore FG=AC-AG+CF=16-2\sqrt{5}+6=(22-2\sqrt{5})m$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle EFG$ 中， $\tan\angle EFG=\dfrac{EG}{FG}=\dfrac{EG}{22-2\sqrt{5}}\approx\dfrac{4}{3}$，

$\therefore EG=\dfrac{4\times(22-2\sqrt{5})}{3}=\dfrac{88-8\sqrt{5}}{3}(m)$，

$\therefore DE=EG-DG=\dfrac{88-8\sqrt{5}}{3}-\sqrt{5}\approx 17.2(m)$，

答：树高 DE 约为 $17.2m$.

【解析】(1) 根据垂直的定义得到 $\angle BCF=90^\circ$，根据三角函数的定义即可得到结论；

(2) 延长 ED 交 AC 于 G，得到 $\angle AGD=90^\circ$，设 $AG=2x\,m$， $DG=xm$，根据勾股定理得到 $AD=\sqrt{AG^2+DG^2}=\sqrt{5}x=5$，求得 $AG=2\sqrt{5}m$， $DG=\sqrt{5}m$，得到 $FG=AC-AG+CF=16-2\sqrt{5}+6=(22+2\sqrt{5})m$，根据三角函数的定义即可得到结论.

本题考查了解直角三角形的应用-仰角俯角问题，解直角三角形的应用-坡角坡度问题，正确地找出辅助线是解题的关键.

26.【答案】(1) 解：由题意， $y=ax^2-(a+b)x+b=(ax-b)(x-1)$，

又 $M(-4,m)(m>0)$ 在该二次函数的图象上，

$\therefore (-4a-b)\times(-5)>0.$

$\therefore -4a-b<0.$

$\therefore -4a<b.$

$\therefore -4a+a<a+b.$

$\therefore a+b>-3a.$

又 $a<0$，

$\therefore a+b>-3a>0$，即 $a+b$ 为正.

(2) 证明：由 (1) $y=ax^2-(a+b)x+b=(ax-b)(x-1)$，

$\therefore$ 对于任意的常数 a、b，都有当 $x=1$ 时， $y=0$.

$\therefore$二次函数始终过定点$P(1,0)$.

对于一次函数$y=(k^2+3)x+3k(x\geqslant 1)$，

$\therefore$当$x=1$时，$y=k^2+3+3k$

$=k^2+3k+\dfrac{9}{4}+\dfrac{3}{4}$

$=(k+\dfrac{3}{2})^2+\dfrac{3}{4}$.

$\therefore$对于任意的k，当$x=1$时都有$y\geqslant\dfrac{3}{4}>0$.

$\therefore$一次函数$y=(k^2+3)x+3k(x\geqslant 1)$图象上所有的点都高于点$P(1,0)$.

【解析】(1)依据题意，$y=ax^2-(a+b)x+b=(ax-b)(x-1)$，又$M(-4,m)(m>0)$在该二次函数的图象上，从而$(-4a-b)\times(-5)>0$，进而$-4a<b$，再由不等式的性质可以判断得解；

(2)依据题意，由(1)$y=ax^2-(a+b)x+b=(ax-b)(x-1)$，对于任意的常数$a$、$b$，都有当$x=1$时，$y=0$，可得二次函数始终过定点$P(1,0)$，再结合对于一次函数$y=(k^2+3)x+3k(x\geqslant 1)$，当$x=1$时，$y=k^2+3+3k=(k+\dfrac{3}{2})^2+\dfrac{3}{4}$，从而对于任意的$k$，当$x=1$时都有$y\geqslant\dfrac{3}{4}>0$，故可判断得解.

本题主要考查了二次函数的图象与性质，解题时要熟练掌握并能灵活运用是关键.

27.【答案】1 $(-1,-\dfrac{9}{2})$

【解析】解：(1)把$A(-4,0)$代入$y=\dfrac{1}{2}x^2+bx-4$，

得$\dfrac{1}{2}\times 16-4b-4=0$，

解得$b=1$，

得抛物线的解析式为$y=\dfrac{1}{2}x^2+x-4$，

整理得$y=\dfrac{1}{2}(x+1)^2-\dfrac{9}{2}$，

得顶点的坐标为$(-1,-\dfrac{9}{2})$；

故答案为：1，$(-1,-\dfrac{9}{2})$；

(2)把$x=0$代入$y=\dfrac{1}{2}x^2+x-4$，

得$y=-4$，

$\therefore$点C的坐标为$(0,-4)$，

由点P在线段DE上，设点P的坐标为$(-1,a)$，

则 $-\frac{9}{2} \leqslant a < 0$，

$\because Q(k, 0)$， $C(0, -4)$，

$\therefore PQ^2 = (k+1)^2 + a^2$， $CP^2 = 1 + (a+4)^2$， $CQ^2 = k^2 + 6$，

$\because PQ \perp PC$，

$\therefore \angle QPC = 90^{\circ}$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle QPC$ 中， $CQ^2 = PQ^2 + CP^2$，

$\therefore k^2 + 16 = (k+1)^2 + a^2 + 1 + (a+4)^2$，

整理得 $k = -(a+2)^2 + 3$，

$\because -\frac{9}{2} \leqslant a < 0$，

$\therefore$ 当 $a = -2$ 时，k 取得最大值 3；当 $a = -\frac{9}{2}$ 时，k 取得最小值 $-\frac{13}{4}$，

$\therefore -\frac{13}{4} \leqslant k \leqslant 3$；

(3) 由抛物线对称性可得， $\angle DBA = \angle DAB$，

$\because \angle DMN = \angle DBA$，

$\therefore \angle DMN = \angle DBA = \angle DAB$，

把 $y = 0$ 代入 $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$，

解得 $x_1 = -4$， $x_2 = 2$，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(2, 0)$，

设点 M 的坐标为 $(m, 0)$，

$\because$ 点 M 在线段 AB 上（含端点），

$\therefore -4 \leqslant m \leqslant 2$，

①若 $DN = DM$，则 $\angle DMN = \angle DNM$，

$\because \angle DMN = \angle DAB$，

$\therefore \angle DAB = \angle DNM$，

得点 N 与点 A 重合，则点 M 与点 B 重合，

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(2, 0)$；

②若 $DN = MN$，则 $\angle DMN = \angle NDM$，

$\because \angle DMN = \angle DAB$，

$\therefore \angle NDM=\angle DAB$，

$\therefore AM=DM$，

即$m+4=\sqrt{(m+1)^2+(\frac{9}{2})^2}$，

解得$m=\frac{7}{8}$，

$\therefore$点M的坐标为$(\frac{7}{8},0)$；

③若$MN=MD$，则$\angle MND=\angle MDN$，

$\because \angle AMD$是$\triangle BDM$的外角，

$\therefore \angle AMN+\angle DMN=\angle BDM+\angle DBA$，

$\because \angle DMN=\angle DBA$，

$\therefore \angle AMN=\angle BDM$，

$\because MN=MD$，$\angle MAN=\angle DBM$，

$\therefore \triangle AMN\cong\triangle BDM(AAS)$，

$\therefore AM=BD$，

$\therefore m+4=\frac{3\sqrt{13}}{2}$，

解得$m=\frac{3\sqrt{13}-8}{2}$，

$\therefore$点M的坐标为$(\frac{3\sqrt{13}-8}{2},0)$；

综上所述，若$\triangle DMN$是等腰三角形，则点M的坐标为$(2,0)$，$(\frac{7}{8},0)$，$(\frac{3\sqrt{13}-8}{2},0)$.

(1)把$A(-4,0)$代入$y=\frac{1}{2}x^2+bx-4$，求出b的值，根据二次函数的性质即可求出顶点的坐标；

(2)由点P在线段DE上，设点P的坐标为$(-1,a)$，则$-\frac{9}{2}\leqslant a<0$，由$Q(k,0)$，$C(0,-4)$，得$PQ^2=(k+1)^2+a^2$，$CP^2=1+(a+4)^2$，$CQ^2=k^2+6$，在$\mathrm{Rt}\triangle QPC$中，根据$CQ^2=PQ^2+CP^2$列方程即可得到$k=-(a+2)^2+3$，根据$a$的取值范围即可求出$k$的取值范围；

(3)证明$\angle DMN=\angle DBA=\angle DAB$，并求出$m$的取值范围，分①若$DN=DM$；②若$DN=MN$；③若$MN=MD$，三种情况讨论，结合等腰三角形的性质即可求出点$M$的坐标.

本题考查了待定系数法求函数解析式，勾股定理，等腰三角形的额性质与判定，二次函数与等腰三角形的存在性问题，本题的关键是把握题目等腰三角形的条件，利用分类讨论思想解决问题.

28.【答案】解：(1)Rt$\triangle ADE$，$AD=\sqrt{3}$，$\tan\angle ADE=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

$\dfrac{AE}{AD}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

$AE=1.$

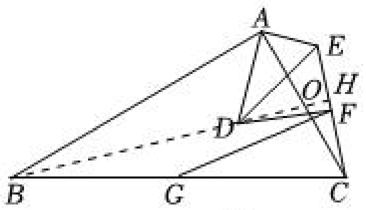
$S_{\triangle ADE}=\dfrac{1}{2}AD\times AE=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 1=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AB\times AC=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{7}\times\dfrac{2\sqrt{21}}{3}=\dfrac{14\sqrt{3}}{3}$，

$S_{\text{四边形}DBCE}=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle ADE}=\dfrac{25\sqrt{3}}{6}$，

$S_{\triangle ADE}:S_{\text{四边形}DBCE}=3$：25.

(2)



（图2）

如图 2，连结 BD 并延长交 AC 于 O，交 CE 于 H，

Rt$\triangle ABC$ 和 Rt$\triangle ADE$，$\angle BAC=\angle DAE=90^\circ$

$\therefore\angle BAD=\angle CAE$，

$\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{2\sqrt{7}}{\frac{2\sqrt{21}}{3}}=\sqrt{3}$，

$\dfrac{AD}{AE}=\dfrac{\sqrt{3}}{1}=\sqrt{3}$，

$\therefore\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{AD}{AE}$，

$\therefore\triangle ABD\backsim\triangle ACE$，

$\therefore\angle ABD=\angle ACE$，

$\because\angle AOB=\angle HOC$，

$\therefore\angle BAC=\angle CHO=90^\circ$，

$\therefore DH\perp CE$，

$\because\angle ADF+\angle AEF=180^\circ$，

$\therefore\angle DAE+\angle DFE=360^\circ-180^\circ=180^\circ$，

$\because\angle DAE=90^\circ$，

$\therefore\angle DFE=90^\circ$，

$\therefore DF\perp CE$，

$\therefore DH$，*DF*是重合的.

$\therefore B$，*D*，*F*再一条直线上，

$\therefore \triangle BFC$是直角三角形，

$\because G$是*BC*的中点，

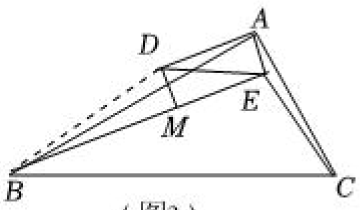
$\therefore FG=\dfrac{1}{2}BC$.

$\mathrm{Rt}\triangle ABC$，$\angle BAC=90^\circ$，$AB=2\sqrt{7}$，$AC=\dfrac{2\sqrt{21}}{3}$，

$\because BC^2=AB^2+AC^2$，

$\therefore BC=\dfrac{4\sqrt{21}}{3}$，

$\therefore FG=\dfrac{2\sqrt{21}}{3}$.

(3) 

（图3）

①如图3，*B*，*M*，*E*在一条直线上，连结*BD*，

$\triangle ABD\backsim\triangle ACE$，

$\dfrac{BD}{CE}=\dfrac{AD}{AE}=\sqrt{3}$，

矩形*ADME*中，$DM=AE=1$，$\angle DME=90^\circ$，$\angle AEM=90^\circ$

$AB^2=AE^2+BE^2$，

$BE=\sqrt{AB^2-AE^2}=\sqrt{28-1}=3\sqrt{3}$.

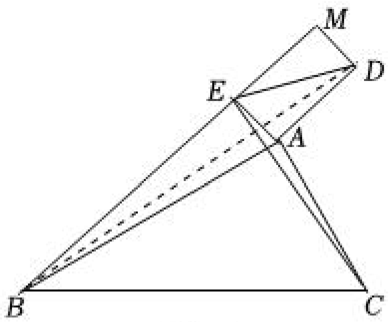
$BM=BE-ME=3\sqrt{3}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}$，

$\therefore \angle BND=90^\circ$，

$BD^2=DM^2+BM^2$，

$BD=\sqrt{1+12}=\sqrt{13}$，

$CE=\dfrac{BD}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{13}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{39}}{3}$.



（图4）

②如图 3，B，M，E 在一条直线上，连结 BD，

$BM=BE+EM=4\sqrt{3}$，

$BD=\sqrt{1+48}=7$，

$CE=\dfrac{BD}{\sqrt{3}}=\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$，

CE 长为 $\dfrac{\sqrt{39}}{3}$ 或 $\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$.

【解析】(1) 利用正切函数，求 AE 的长，算出 $\triangle ADE$，$\triangle ABC$ 的面积，得到四边形 $DBCE$ 的面积，再求面积比.

(2) 如图 2，连结 BD 并延长交 AC 于 O，交 CE 于 H，证明 $\triangle ABD \backsim \triangle ACE$，$\angle ABD=\angle ACE$，再得出 $\angle DHC=90^{\circ}$，$DH \perp EC$，已知 $DF \perp EC$，所以 DH 和 DF 重合，GF 是直角三角形斜边的中线，等于斜边 BC 的一半，用勾股定理求出 BC 即可.

(3) 如图 3，图 4，连结 BD，当 B、M、E 三点共线时，有两种可能，先用勾股定理求出 BD，$\triangle ABD \backsim \triangle ACE$，$\dfrac{BD}{CE}=\dfrac{AD}{AC}$，可求 CE.

本题考查了图形的旋转，三角函数，相似三角形的判定和性质，直角三角形的性质，矩形性质，关键是添加辅助线，构造相似三角形，找出线段的比例关系.