

无锡市天一实验学校 2022 年秋学期初二年级

数学学科期中试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 下列图形中，是轴对称图形的是（ ）



2. 式子 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围有意义，则 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \geq 0$ B. $x > 0$ C. $x > 2$ D. $x \geq 2$

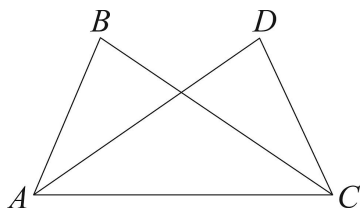
3. 将 23700 精确到千位并用科学记数法表示为()

- A. 2.37×10^4 B. 2.4×10^4 C. 23.7×10^3 D. 24×10^3

4. 下列各组数中，不能作为直角三角形三边长度的是（ ）

- A. 3, 4, 5 B. $\sqrt{7}$, 3, 4 C. 6, 8, 10 D. 1, $\sqrt{2}$, 3

5. 如图，已知 $AB = CD$ ，从下列条件中补充一个条件后，仍不能判定 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ 的是（ ）

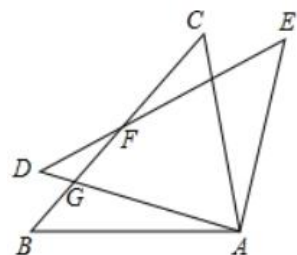


- A. $BC = AD$ B. $\angle B = \angle D = 90^\circ$ C. $\angle BAC = \angle DCA$
D. $\angle ACB = \angle CAD$

6. 若等腰三角形的一个外角是 80° ，则它底角的度数是（ ）

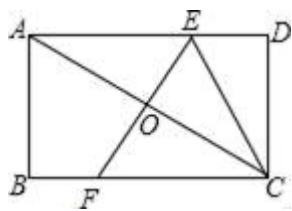
- A. 80° B. 40° C. 100° 或 40° D. 100°

7. 如图， $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ， $\angle DAC = 70^\circ$ ， $\angle BAE = 100^\circ$ ，BC、DE 相交于点 F，则 $\angle DFB$ 度数是（ ）



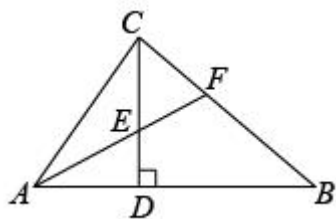
- A. 15° B. 20° C. 25° D. 30°

8. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $BC=4$, 对角线 AC 的垂直平分线分别交 AD 、 BC 于点 E 、 F , 连接 CE , 则 $\triangle DCE$ 的面积为 ()



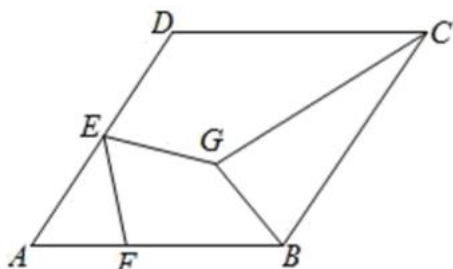
- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. 1

9. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $CD \perp AB$, 垂足为 D , AF 平分 $\angle CAB$, 交 CD 于点 E , 交 CB 于点 F , 若 $AC=3$, $AB=5$, 则 CE 的长为 ()



- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{8}{5}$

10. 如图, 菱形 $ABCD$ 的边长为 4, $\angle A=60^\circ$, E 是边 AD 的中点, F 是边 AB 上的一个动点, 将线段 EF 绕着 E 逆时针旋转 60° , 得到 EG , 连接 EG 、 CG , 则 $BG+CG$ 的最小值为 ()



- A. $3\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{7}$ C. $4\sqrt{3}$ D. $2+2\sqrt{3}$

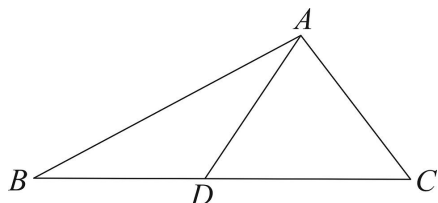
二、填空题 (本大题共 8 小题, 每空 2 分, 共 16 分)

11. 16 的算术平方根是_____.

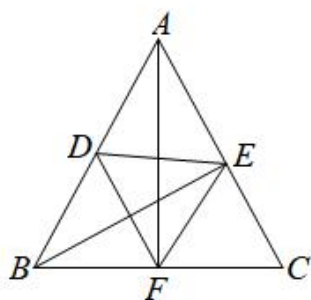
12. 若 $|x+2|+\sqrt{y-3}=0$, 则 y^x 的值为_____.

13. 若等腰三角形的周长为 12, 其中一边长为 2, 则腰长为_____.

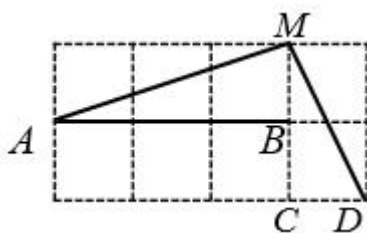
14. 如图, $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 上一点, 若 $AC=AD=DB$, 且 $\angle C=50^\circ$, 则 $\angle BAC=$ _____.



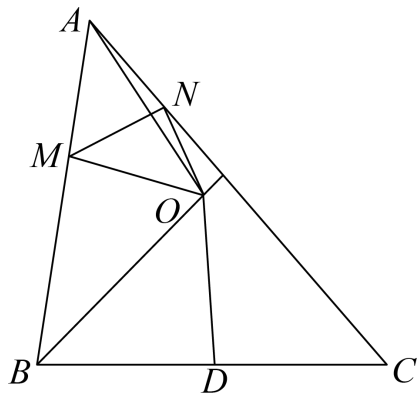
15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $BC = 6$, $\triangle DEF$ 的周长是 8, $AF \perp BC$ 于 F , $BE \perp AC$ 于 E , 且点 D 是 AB 的中点, 则 $AF =$ _____.



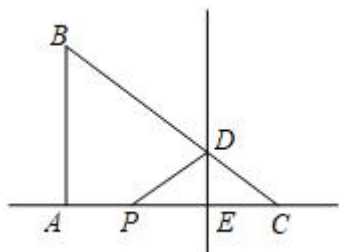
16. 如图所示的是正方形网格, 则 $\angle MDC - \angle MAB =$ _____° (点 A, B, C, D, M 网格线交点).



17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC$, $\angle ABC = 80^\circ$, $\angle ABC$ 的平分线与 BC 的垂直平分线相交于点 O , 点 M, N 分别在 AB, AC 上, 点 A 沿 MN 折叠后与点 O 重合, 则 $\angle ONC =$ _____.



18. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AC = 12$, $AB = 9$, $DE \perp AC$, $CD = \frac{1}{3}BC$, $CE = \frac{1}{3}AC$, P 是直线 AC 上一点, 把 $\triangle CDP$ 沿 DP 所在的直线翻折后, 点 C 落在直线 DE 上的点 H 处, $CP =$ _____.



三、解答题 (本大题共 9 小题, 共 84 分. 解答应写出必要的计算过程、推

演步骤或文字说明)

19. 计算:

(1) $9 - |2 - \sqrt{3}| + \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$;

(2) $2^{-2} - \sqrt[3]{27} - (\sqrt{3} - 1)^0$.

20. 求下列各式中 x 的值:

(1) $4(x+1)^2 = 64$;

(2) $(x-2)^3 - 8 = 0$.

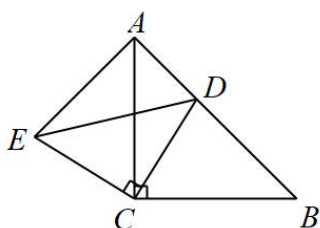
21. (1) 已知 $5a-1$ 的算术平方根是 2, $b-9$ 的立方根是 2, 求 a 、 b 的值;

(2) 已知一个正数 x 的平方根分别是 $-a+2$ 和 $2a-1$, 求 x 的值.

22. 如图所示, $\triangle ACB$ 和 $\triangle ECD$ 都是等腰直角三角形, $\angle ACB = \angle ECD = 90^\circ$, D 为 AB 边上一点.

(1) 求证: $\triangle ACE \cong \triangle BCD$;

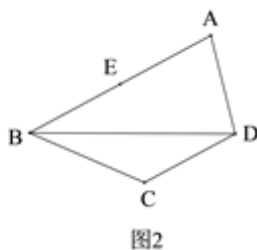
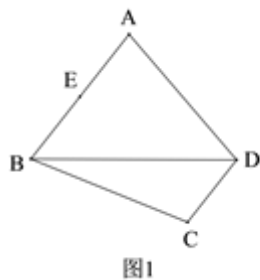
(2) 若 $AD=5$, $BD=12$, 求 DE 的长.



23. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB=2CD$, E 为 AB 的中点, 请仅用无刻度的直尺分别按下列要求画图(保留作图痕迹)

(1) 在图 1 中, 画出 $\triangle ABD$ 的 BD 边上的中线;

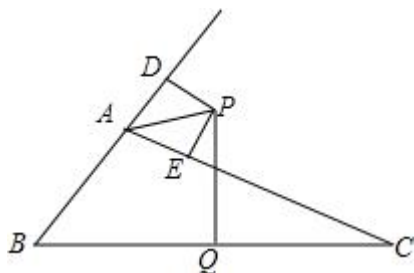
(2) 在图 2 中, 若 $BA=BD$, 画出 $\triangle ABD$ 的 AD 边上的高.



24. 如图, $\triangle ABC$ 的外角 $\angle DAC$ 的平分线交 BC 边的垂直平分线于 P 点, $PD \perp AB$ 于 D , $PE \perp AC$ 于 E .

(1) 求证: $BD=CE$;

(2) 若 $AB=6\text{cm}$, $AC=10\text{cm}$, 求 AD 的长.



25. 在 $\triangle ABC$ 中, AB 、 BC 、 AC 三边的长分别为 $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{13}$, 求这个三角形的面积. 小明同学在解答这道题时, 先画一个正方形网格 (每个小正方形的边长为 1), 再在网格中画出格点 $\triangle ABC$ (即 $\triangle ABC$ 三个顶点都在小正方形的顶点处), 如图 1 所示. 这样不需求 $\triangle ABC$ 的高, 而借用网格就能计算出它的面积.

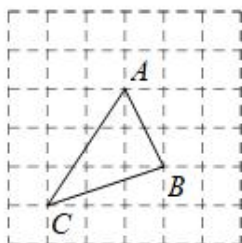


图 1

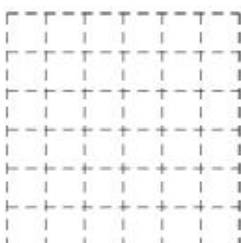
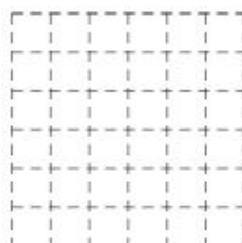


图 2



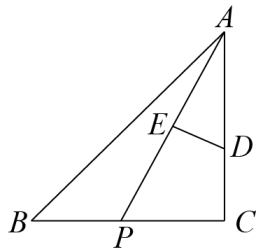
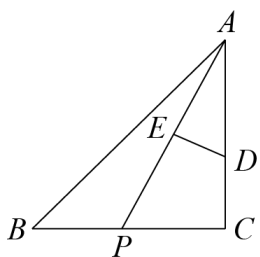
备用图

(1) $\triangle ABC$ 的面积为_____.

(2) 若 $\triangle DEF$ 的三边 DE 、 EF 、 DF 长分别为 $\sqrt{8}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{17}$, 请在图 2 的正方形网格中画出相应的 $\triangle DEF$, 并求出 $\triangle DEF$ 的面积为_____.

(3) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=\sqrt{10}$, $AC=3$ 、 $BC=1$, 以 AB 为边向 $\triangle ABC$ 外作 $\triangle ABD$ (D 与 C 在 AB 异侧), 使 $\triangle ABD$ 为等腰直角三角形, 则线段 CD 的长为_____.

26. 如图, 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=8$, $BC=8$, D 是 AC 上的一点, $CD=3$, 点 P 从 B 点出发沿射线 BC 方向以每秒 2 个单位的速度向右运动. 设点 P 的运动时间为 t . 连接 AP .



备用图

(1) 当 $t=2$ 秒时, 求 AP 的长度;

(2) 当 $\triangle ABP$ 为等腰三角形时, 求 t 的值;

(3) 过点 D 作 $DE \perp AP$ 于点 E . 在点 P 的运动过程中, 当 t 为何值时, 能使 $DE=CD$?

27. 定义：三角形中，连接一个顶点和它所对的边上一点，如果所得线段把三角形的周长分成相等的两部分，则称这条线段为三角形的“周长平分线”。

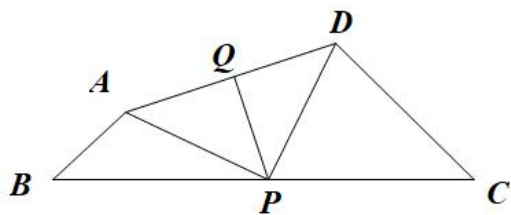


图 1

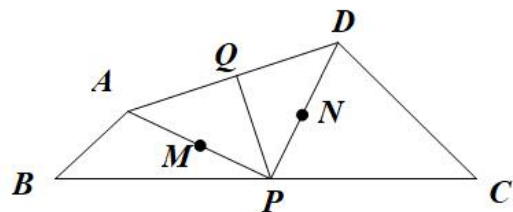


图 2

(1) 下列与等腰三角形相关的线段中，一定是所在等腰三角形的“周长平分线”的是 _____ (只要填序号)；

①腰上的高；②底边上的中线；③底角平分线。

(2) 如图 1，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle B = \angle C = 45^\circ$ ， P 为 BC 的中点， $\angle APD = 90^\circ$ 。取 AD 中点 Q ，连接 PQ 。求证： PQ 是 $\triangle APD$ 的“周长平分线”。

(3) 在 (2) 的基础上，分别取 AP ， DP 的中点 M ， N ，如图 2。请在 BC 上找点 E ， F ，使 EM 为 $\triangle APE$ 的“周长平分线”， FN 为 $\triangle DPF$ 的“周长平分线”。

①用无刻度直尺确定点 E ， F 的位置 (保留画图痕迹)；

②若 $AB = \sqrt{2}$ ， $CD = 2\sqrt{2}$ ，直接写出 EF 的长。

1. C

【分析】根据轴对称图形的定义逐项分析判断即可，轴对称图形：平面内，一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够完全重合的图形。

【详解】A. 不是轴对称图形，不符合题意，

B. 不是轴对称图形，不符合题意，

C. 是轴对称图形，符合题意，

D. 不是轴对称图形，不符合题意，

故选 C.

【点睛】本题考查了轴对称图形的识别，解题的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合.

2. D

【分析】根据二次根式有意义的条件：被开方数 ≥ 0 ，计算即可.

【详解】由题意知： $x-2 \geq 0$ ，

解得： $x \geq 2$ ，

故选：D.

【点睛】此题主要考查了二次根式有意义的条件，根据被开方数是非负数即可解决问题.

3. B

【分析】先用科学记数法表示，再看近似数精确到哪一位，应当看末位数字实际在哪一位.

【详解】 $23700 = 2.37 \times 10^4 \approx 2.4 \times 10^4$.

故选 B.

【点睛】考查了科学记数法与有效数字，对于用科学记数法表示的数，有效数字的计算方法以及与精确到哪一位是需要识记的内容，经常会出错.

4. D

【分析】根据勾股定理的逆定理，逐项判断即可求解.

【详解】解：A. 因为 $3^2 + 4^2 = 5^2$ ，所以能作为直角三角形三边长度，故本选项不符合题意；

B. 因为 $(\sqrt{7})^2 + 3^2 = 4^2$ ，所以能作为直角三角形三边长度，故本选项不符合题意；

C. 因为 $6^2 + 8^2 = 10^2$ ，所以能作为直角三角形三边长度，故本选项不符合题意；

D. 因为 $1^2 + (\sqrt{2})^2 \neq 3^2$ ，所以不能作为直角三角形三边长度，故本选项符合题意；

故选：D.

【点睛】本题主要考查了勾股定理的逆定理，熟练掌握若一个三角形的两边的平方和等于第三边的平方，则该三角形为直角三角形是解题的关键.

5. D

【分析】全等三角形的判定定理有SAS，ASA，AAS，SSS（直角三角形还有HL），看看是否符合定理，即可判断选项.

【详解】解：A、添加 $BC = AD$ ，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中，

$$\begin{cases} AC = CA \\ AB = CD, \\ BC = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA$ (SSS)，正确，故本选项不符合题意；

B、添加 $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle CDA$ 中，

$$\begin{cases} AC = CA \\ AB = CD, \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle CDA$ (HL)，正确，故本选项不符合题意；

C、添加 $\angle BAC = \angle DCA$ ，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中，

$$\begin{cases} AB = CD \\ \angle BAC = \angle DCA, \\ AC = CA \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA$ (SAS)，正确，故本选项不符合题意；

D、添加 $\angle ACB = \angle CAD$ ，

根据 $AB = CD$ ， $AC = CA$ ， $\angle ACB = \angle CAD$ 不能推出 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ ，故本选项符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定定理的应用，全等三角形的判定定理有SAS，ASA，AAS，SSS（直角三角形还有HL）. 注意：AAA、SSA不能判定两个三角形全等，判定两个三角形全等时，必须有边的参与，若有两边一角对应相等时，角必须是两边的夹角.

6. B

【分析】根据三角形的外角性质和等腰三角形的性质求解.

【详解】解：∵等腰三角形的一个外角为 80° ，

∴相邻角为 $180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ ，

∵三角形的底角不能为钝角，

∴ 100° 角为顶角，

∴底角为： $(180^\circ - 100^\circ) \div 2 = 40^\circ$ ．

故选：B．

【点睛】本题考查三角形的内角和定理、等腰三角形的性质等知识，解题的关键是学会用分类讨论的思想思考问题．

7. A

【分析】先根据全等三角形对应角相等求出 $\angle B = \angle D$ ， $\angle BAC = \angle DAE$ ，所以 $\angle BAD = \angle CAE$ ，然后求出 $\angle BAD$ 的度数，再根据 $\triangle ABG$ 和 $\triangle FDG$ 的内角和都等于 180° ，所以 $\angle DFB = \angle BAD$ ．

【详解】解：∵ $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ，

∴ $\angle B = \angle D$ ， $\angle BAC = \angle DAE$ ，

又 $\angle BAD = \angle BAC - \angle CAD$ ， $\angle CAE = \angle DAE - \angle CAD$ ，

∴ $\angle BAD = \angle CAE$ ，

∵ $\angle DAC = 70^\circ$ ， $\angle BAE = 100^\circ$ ，

∴ $\angle BAD = \frac{1}{2} (\angle BAE - \angle DAC) = \frac{1}{2} (100^\circ - 70^\circ) = 15^\circ$ ，

在 $\triangle ABG$ 和 $\triangle FDG$ 中，

∵ $\angle B = \angle D$ ， $\angle AGB = \angle FGD$ ，

∴ $\angle DFB = \angle BAD = 15^\circ$ ．

故选：A．

【点睛】本题主要利用全等三角形对应角相等的性质．需注意：全等三角形的对应边相等，对应角相等．

8. B

【分析】由EF垂直平分AC可得 $AE = CE$ ，设 $CE = x$ ，则 $ED = AD - AE = 4 - x$ ，在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中，利用勾股定理求出x的长，继而根据三角形的面积公式进行求解即可．

【详解】∵四边形ABCD是矩形，

∴ $CD = AB = 2$ ， $AD = BC = 4$ ， $\angle D = 90^\circ$ ，

∵EO是AC的垂直平分线，

$$\therefore AE = CE,$$

设 $CE = x$, 则 $ED = AD - AE = 4 - x$,

在 $Rt\triangle CDE$ 中, $CE^2 = CD^2 + ED^2$,

$$\text{即 } x^2 = 2^2 + (4 - x)^2,$$

$$\text{解得: } x = \frac{5}{2},$$

即 CE 的长为 $\frac{5}{2}$,

$$DE = 4 - \frac{5}{2} = \frac{3}{2},$$

$$\text{所以 } \triangle DCE \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 2 = \frac{3}{2},$$

故选 B .

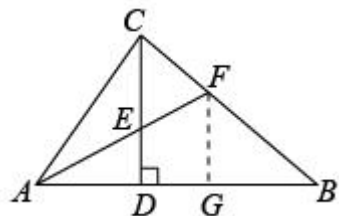
【点睛】本题考查了矩形的性质, 线段垂直平分线的性质, 勾股定理的应用等, 熟练掌握相关知识是解题的关键.

9. A

【分析】解法一: 过点 F 作 $FG \perp AB$ 于点 G , 根据三角形的内角和定理得出 $\angle CAF + \angle CFA = 90^\circ$, $\angle FAD + \angle AED = 90^\circ$, 根据角平分线和对顶角相等得出 $\angle CEF = \angle CFE$, 即可得出 $EC = FC$, 再利用相似三角形的判定与性质得出答案.

解法二: 过点 E 作 $EG \perp AC$ 于 G , 先在 $Rt\triangle ABC$ 中, 由勾股定理求出 $BC = 4$, 再根据三角形面积求得 $CD = \frac{12}{5}$, 在 $Rt\triangle ADC$ 中, 由勾股定理, 求得 $AD = \frac{9}{5}$, 然后证 $\triangle AGE \cong \triangle ADE$ (AAS), 得出 $AG = AD = \frac{9}{5}$, $EG = ED$, 从而得 $CG = AC - AG = 3 - \frac{9}{5} = \frac{6}{5}$, $CE = CD - DE = CD - EG$, 设 $CE = x$, 则 $EG = \frac{12}{5} - x$, 在 $Rt\triangle CGE$ 中, 由勾股定理即可求解.

【详解】解: 解法一: 过点 F 作 $FG \perp AB$ 于点 G ,



$$\because \angle ACB = 90^\circ, CD \perp AB,$$

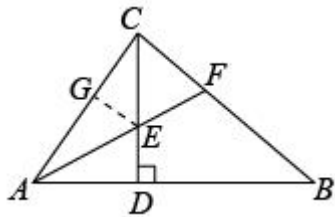
$$\therefore \angle CDA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAF + \angle CFA = 90^\circ, \angle FAD + \angle AED = 90^\circ,$$

$\because AF$ 平分 $\angle CAB$,
 $\therefore \angle CAF = \angle FAD$,
 $\therefore \angle CFA = \angle AED = \angle CEF$,
 $\therefore CE = CF$,
 $\because AF$ 平分 $\angle CAB$, $\angle ACF = \angle AGF = 90^\circ$,
 $\therefore FC = FG$,
 $\because \angle B = \angle B$, $\angle FGB = \angle ACB = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle BFG \sim \triangle BAC$,
 $\therefore \frac{BF}{AB} = \frac{FG}{AC}$,
 $\because AC = 3$, $AB = 5$, $\angle ACB = 90^\circ$,
 $\therefore BC = 4$,
 $\therefore \frac{4 - FC}{5} = \frac{FG}{3}$,
 $\because FC = FG$,
 $\therefore \frac{4 - FC}{5} = \frac{FC}{3}$,
 解得: $FC = \frac{3}{2}$, 即 CE 的长为 $\frac{3}{2}$.

故选: A.

解法二: 过点 E 作 $EG \perp AC$ 于 G , 如图,



在 $Rt\triangle ABC$ 中, 由勾股定理, 得

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$\because CD \perp AB$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot CD,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5CD,$$

$$\therefore CD = \frac{12}{5},$$

在 $Rt\triangle ADC$ 中，由勾股定理，得

$$AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{3^2 - \frac{12}{5}^2} = \frac{9}{5},$$

$\because AF$ 平分 $\angle BAC$,

$\therefore \angle GAF = \angle DAF$,

$\because EG \perp AC, CD \perp AB$,

$\therefore \angle AGE = \angle ADE = 90^\circ$,

$\because AE = AE$,

$\therefore \triangle AGE \cong \triangle ADE (AAS)$,

$\therefore AG = AD = \frac{9}{5}, EG = ED$,

$\therefore CG = AC - AG = 3 - \frac{9}{5} = \frac{6}{5}, CE = CD - DE = CD - EG$,

设 $CE = x$, 则 $EG = \frac{12}{5} - x$,

在 $Rt\triangle CGE$ 中，由勾股定理，得

$$CG^2 + GE^2 = CE^2, \text{ 即 } \left(\frac{6}{5}\right)^2 + \left(\frac{12}{5} - x\right)^2 = x^2,$$

解得: $x = \frac{3}{2}$, 即 CE 的长为 $\frac{3}{2}$.

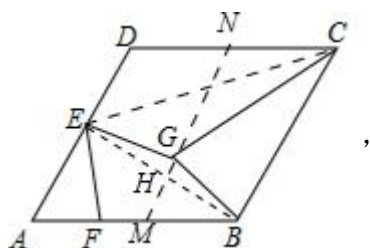
故选: A.

【点睛】 本题考查了直角三角形性质、等腰三角形的性质和判定，勾股定理，三角形的内角和定理以及相似三角形的判定与性质等知识，熟练掌握相关性质与判定是解题的关键.

10. B

【分析】 取 AB 与 CD 的中点 M, N , 连接 MN , 作点 B 关于 MN 的对称点 E' , 连接 $E'C$, $E'B$, 此时 CE 的长就是 $GB + GC$ 的最小值; 先证明 E 点与 E' 点重合, 再在 $Rt\triangle EBC$ 中, $EB = 2\sqrt{3}$, $BC = 4$, 求 EC 的长.

【详解】 取 AB 与 CD 的中点 M, N , 连接 MN , 作点 B 关于 MN 的对称点 E' , 连接 $E'C$, $E'B$



此时 CE 的长就是 GB+GC 的最小值；

$\because MN \parallel AD$,

$\therefore HM = \frac{1}{2} AE$,

$\because HB \perp HM$, $AB=4$, $\angle A=60^\circ$,

$\therefore MB=2$, $\angle HMB=60^\circ$,

$\therefore HM=1$,

$\therefore AE'=2$,

$\therefore E$ 点与 E' 点重合,

$\because \angle AEB = \angle MHB = 90^\circ$,

$\therefore \angle CBE = 90^\circ$,

在 $Rt\triangle EBC$ 中, $EB=2\sqrt{3}$, $BC=4$,

$\therefore EC=2\sqrt{7}$,

故选 B

【点睛】 本题考查菱形的性质，直角三角形的性质；确定 G 点的运动轨迹，是找到对称轴的关键.

11. 4

【详解】 解: $\because (\pm 4)^2 = 16$

$\therefore 16$ 的平方根为 4 和 -4,

$\therefore 16$ 的算术平方根为 4,

故答案为: 4

12. $\frac{1}{9}$

【分析】 利用算术平方根和绝对值的非负性，求出 x、y 的值，然后即可得到答案.

【详解】 解: $\because |x+2| + \sqrt{y-3} = 0$,

$\therefore x+2=0$, $y-3=0$,

$$\therefore x = -2, \quad y = 3,$$

$$\therefore y^x = 3^{-2} = \frac{1}{9};$$

故答案为: $\frac{1}{9}$.

【点睛】本题考查了求代数式的值，以及二次根式和绝对值的非负性，解题的关键是正确求出 x 、 y 的值.

13. 5

【分析】要确定等腰三角形的另外两边长，可根据已知边的长，结合周长公式求解，由于长为 2 的边已知没有明确是腰还是底边，要分类进行讨论.

【详解】解: $\because$ 等腰三角形的周长为 12,

$\therefore$ 当 2 为腰时，它的底长 $= 12 - 2 - 2 = 8$ ， $2 + 2 = 4 < 8$ ，不能构成等腰三角形；

当 2 为底时，它的腰长 $= (12 - 2) \div 2 = 5$ ， $2 + 5 > 5$ 能构成等腰三角形，

即腰长为 5.

故答案为: 5.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系；难点在于要分情况讨论并利用三角形的三边关系判定是否能组成三角形.

14. 105°

【分析】根据等腰三角形的性质得到 $\angle ADC = 50^\circ$ ，再根据三角形外角的性质和等腰三角形可求 $\angle B$ 的度数，再利用三角形内角和定理即可求解.

【详解】解: $\because AC = AD$ ， $\angle C = 50^\circ$ ，

$$\therefore \angle ADC = \angle C = 50^\circ,$$

$$\because AD = DB,$$

$$\therefore \angle B = \angle BAD,$$

$$\therefore \angle B = \frac{1}{2} \angle ADC = 25^\circ.$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 50^\circ - 25^\circ = 105^\circ.$$

故答案为: 105° .

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质: ①等腰三角形的两腰相等; ②等腰三角形的两个底角相等，熟练掌握等腰三角形的性质是解题的关键.

15. 4

【分析】根据直角三角形斜边上的中线、等腰三角形的性质以及勾股定理即可求出答案.

【详解】解：∵ $AB = AC$ ， $AF \perp BC$ ，

∴ AF 是 $\triangle ABC$ 的中线， $CF = BF = \frac{1}{2}BC = 3$ ，

∵ D 是 AB 的中点， $AF \perp BC$ ，

∴ $DF = \frac{1}{2}AB$ ，

设 $AB = AC = 2x$ ，

∴ $DF = x$ ，

∵ $BE \perp AC$ ，点 D 是 AB 的中点，点 F 是 BC 的中点，

∴ $DE = \frac{1}{2}AB = x$ ， $EF = \frac{1}{2}BC = 3$ ，

∵ $\triangle DEF$ 的周长为 8，

∴ $x + x + 3 = 8$ ，

∴ $x = 2.5$ ，

∴ $AB = AC = 5$ ，

由勾股定理可知： $AF = \sqrt{AC^2 - CF^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ ，

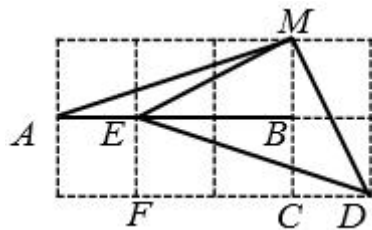
故答案为：4.

【点睛】本题考查勾股定理，直角三角形斜边上的中线，解题的关键是熟练运用直角三角形斜边上的中线，等腰三角形的性质.

16. 45

【分析】如图，连接 ME 、 DE ，可知 $\angle MAB = \angle EDF$ ， $\angle MDC - \angle MAB = \angle MDC - \angle EDF = \angle EDM$ ，勾股定理计算得到 $\triangle EMD$ 是等腰直角三角形，进而求出角的值.

【详解】解：如图，连接 ME 、 DE



可知 $\angle MAB = \angle EDF$

∴ $\angle MDC - \angle MAB = \angle MDC - \angle EDF = \angle EDM$

∵ $ME = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ ， $MD = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ ， $DE = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$

∴ $ME = MD$ ， $ME^2 + MD^2 = DE^2$

$\therefore \triangle EMD$ 是等腰直角三角形

$\therefore \angle MDE = 45^\circ$

即 $\angle MDC - \angle MAB = 45^\circ$

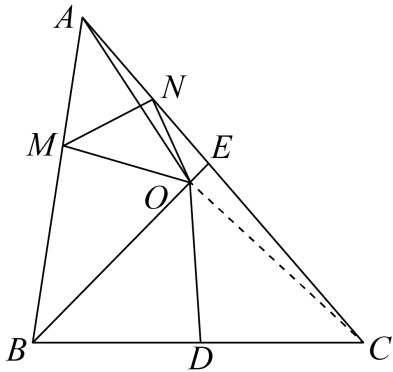
故答案为：45.

【点睛】本题考查了勾股定理，等腰三角形．解题的关键在于找出角度之间的数量关系．

17. 20° ##20 度

【分析】连接 OC ，设 $\angle ABC$ 的平分线与 AC 交于点 E ，求出 $\angle BAC = \angle BCA = 50^\circ$ ， $\angle ABE = \angle CBE = 40^\circ$ ，根据 OD 垂直平分 BC ，得到 $OB = OC$ ，即 $\angle OBC = \angle OCB = 40^\circ$ ，进一步可得 $\angle OCE = 50^\circ - 40^\circ = 10^\circ$ ，利用 BE 垂直平分 AC ，得到 $\angle OAC = \angle OCA = 10^\circ$ ，由折叠的性质可知： $AN = ON$ ，所以 $\angle NAO = \angle NOA = 10^\circ$ ，进一步可得 $\angle ONC = \angle NAO + \angle NOA = 20^\circ$ ．

【详解】解：连接 OC ，设 $\angle ABC$ 的平分线与 AC 交于点 E ，如图



$\because AB = BC$ ， $\angle ABC = 80^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC = \angle BCA = \frac{180^\circ - 80^\circ}{2} = 50^\circ$ ，

$\because BE$ 平分 $\angle ABC$ ，

$\therefore \angle ABE = \angle CBE = 40^\circ$ ，

$\because OD$ 垂直平分 BC ，

$\therefore OB = OC$ ，即 $\angle OBC = \angle OCB = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle OCE = 50^\circ - 40^\circ = 10^\circ$ ，

$\because AB = BC$ ， BE 平分 $\angle ABC$ ，

由三线合一的性质可得： BE 垂直平分 AC ，

$\therefore OA = OC$ ，即 $\angle OAC = \angle OCA = 10^\circ$ ，

由折叠的性质可知： $AN = ON$ ，

$$\therefore \angle NAO = \angle NOA = 10^\circ,$$

$$\therefore \angle ONC = \angle NAO + \angle NOA = 20^\circ,$$

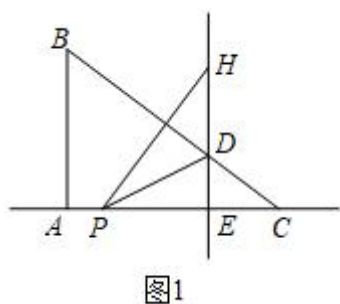
故答案为： 20°

【点睛】本题考查了角平分线的定义、线段垂直平分线的性质、等腰三角形的性质以及折叠的性质，三角形外角的性质，解题的关键是熟练掌握以上相关知识点，并能够综合运用．

$$18. \frac{5}{2} \text{ 或 } 10$$

【分析】分两种情况：当 P 点在 E 点左边时；当 P 点在 E 点右边时．分别画出图形，利用折叠性质和勾股定理解答即可．

【详解】解：当 P 点在 E 点左边时，如图 1，



由折叠性质得 $PC = PH, DC = DH$,

$$\because \angle A = 90^\circ, AC = 12, AB = 9,$$

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 15,$$

$$\because DH = CD = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3} \times 15 = 5,$$

$$\therefore CE = \frac{1}{3}AC = \frac{1}{3} \times 12 = 4,$$

$$\because DE \perp AC,$$

$$\therefore DE = \sqrt{CD^2 - EC^2} = 3$$

$$\therefore EH = ED + DH = 3 + 5 = 8,$$

$$\text{设 } PC = x, \text{ 则 } PH = x, PE = x - 4,$$

$$\because PH^2 - PE^2 = EH^2,$$

$$\therefore x^2 - (x - 4)^2 = 8^2,$$

解得， $x = 10$,

即 $CP = 10$;

当 P 点在 E 点右边时，如图 2，

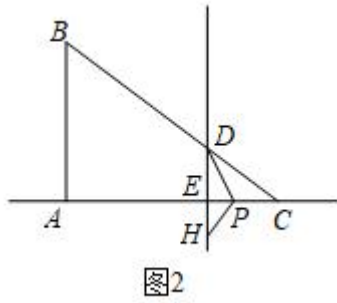


图2

由折叠知， $DH = CD = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3} \times 15 = 5$ ，

$$\therefore EH = DH - ED = 5 - 3 = 2,$$

设 $PC = a$ ，则 $PE = EC - PC = 4 - a$ ， $PH = a$ ，

$$\because PH^2 - PE^2 = EH^2,$$

$$\therefore a^2 - (4 - a)^2 = 2^2,$$

$$\text{解得，} a = \frac{5}{2},$$

$$\text{即 } PC = \frac{5}{2};$$

综上， $PC = \frac{5}{2}$ 或 10.

故答案为： $\frac{5}{2}$ 或 10.

【点睛】本题考查了折叠的性质、勾股定理等知识，注意分类讨论的思想是解答本题的关键.

$$19. (1) 12 + \sqrt{3}$$

$$(2) -\frac{15}{4}$$

【分析】(1) 根据负整数指数幂 $a^{-n} = \frac{1}{a^n} (a \neq 0)$ 和绝对值的意义，计算求值即可；

(2) 根据立方根的定义，负整数指数幂 $a^{-n} = \frac{1}{a^n} (a \neq 0)$ 和零指数幂 $a^0 = 1 (a \neq 0)$ ，计算求值

即可；

$$\text{【详解】}(1) (1) \quad 9 - |2 - \sqrt{3}| + \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$$

$$= 9 - (2 - \sqrt{3}) + 5$$

$$=9-2+\sqrt{3}+5$$

$$=12+\sqrt{3};$$

$$(2) 2^{-2}-\sqrt[3]{27}-(\sqrt{3}-1)^0$$

$$=\frac{1}{4}-3-1$$

$$=-\frac{15}{4}$$

【点睛】本题考查了绝对值的意义，负整数指数幂和零指数幂运算，立方根的计算，解题的关键是掌握以上运算法则.

$$20. (1)x=3 \text{ 或 } x=-5$$

$$(2)x=4$$

【分析】(1) 利用平方根解题即可.

(2) 利用立方根解题即可.

$$\text{【详解】(1) 解: } 4(x+1)^2=64$$

$$(x+1)^2=16$$

$$x+1=\pm 4$$

$$x=3 \text{ 或 } x=-5$$

$$(2) \text{ 解: } (x-2)^3-8=0$$

$$x-2=2$$

$$x=4$$

【点睛】本题主要考查利用平方根及立方根解方程，能够熟练运用平方根及立方根公式是解题关键.

$$21. (1) a=1, b=17; (2) x \text{ 的值为 } 9.$$

【分析】(1) 利用算术平方根和立方根的概念即可求得 a 和 b 的值;

(2) 根据一个正数有两个平方根且它们互为相反数，列方程求解得到 a 的值，即可确定正数 x 的值.

【详解】解: (1) 由题意可得:

$$5a-1=4, b-9=8,$$

解得： $a=1$ ， $b=17$ ；

(2) 由题意可得：

$$-a+2+2a-1=0,$$

解得： $a=-1$ ，

$$x=(1+2)^2=9$$

$\therefore x$ 的值为 9.

【点睛】本题考查算术平方根和立方根，理解算术平方根，平方根，立方根的概念列出相应的方程是解题关键.

22. (1) 证明见解析 (2) 13

【分析】(1) 先根据同角的余角相等得到 $\angle ACE=\angle BCD$ ，再结合等腰直角三角形的性质即可证得结论；

(2) 根据全等三角形的性质可得 $AE=BD$ ， $\angle EAC=\angle B=45^\circ$ ，即可证得 $\triangle AED$ 是直角三角形，再利用勾股定理即可求出 DE 的长.

【详解】(1) $\because \triangle ACB$ 和 $\triangle ECD$ 都是等腰直角三角形

$$\therefore AC=BC, EC=DC, \angle ACB=\angle ECD=90^\circ$$

$$\because \angle ACE=\angle DCE-\angle DCA, \angle BCD=\angle ACB-\angle DCA$$

$$\therefore \angle ACE=\angle BCD$$

$$\therefore \triangle ACE \cong \triangle BCD \text{ (SAS)};$$

(2) $\because \triangle ACB$ 和 $\triangle ECD$ 都是等腰直角三角形

$$\therefore \angle BAC=\angle B=45^\circ$$

$$\because \triangle ACE \cong \triangle BCD$$

$$\therefore AE=BD=12, \angle EAC=\angle B=45^\circ$$

$$\therefore \angle EAD=\angle EAC+\angle BAC=90^\circ,$$

$\therefore \triangle EAD$ 是直角三角形

$$\therefore DE=\sqrt{AE^2+AD^2}=\sqrt{12^2+5^2}=13$$

【点睛】解答本题的关键是熟练掌握全等三角形的性质：全等三角形的对应边相等、对应角相等.

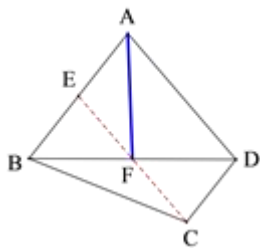
23. (1) 作图见解析；(2) 作图见解析.

【分析】(1) 根据 $AB=2CD$ ， $AB=BE$ ，可知 $BE=CD$ ，再根据 $BE \parallel CD$ ，可知连接 CE ， CE

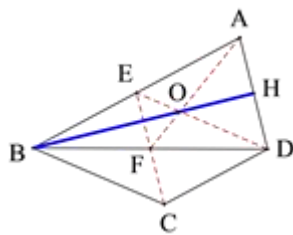
与 BD 的交点 F 即为 BD 的中点，连接 AF，则 AF 即为 $\triangle ABD$ 的 BD 边上的中线；

(2) 由 (1) 可知连接 CE 与 BD 交于点 F，则 F 为 BD 的中点，根据三角形中位线定理可得 $EF \parallel AD$ ， $EF = \frac{1}{2}AD$ ，则可得四边形 ADFE 为等腰梯形，连接 AF，DE 交于点 O，根据等腰梯形的性质可推导出 $OA = OD$ ，再结合 $BA = BD$ 可知直线 BO 是线段 AD 的垂直平分线，据此即可作出可得 $\triangle ABD$ 的 AD 边上的高。

【详解】(1) 如图 AF 是 $\triangle ABD$ 的 BD 边上的中线；



(2) 如图 AH 是 $\triangle ABD$ 的 AD 边上的高。



【点睛】本题考查了利用无刻度的直尺按要求作图，结合题意认真分析图形的成因是解题的关键。

24. (1) 证明见解析；(2) 2

【分析】(1) 连接 BP 、 CP ，根据线段垂直平分线上的点到两端点的距离相等可得 $BP = CP$ ，根据角平分线上的点到角的两边距离相等可得 $DP = EP$ ，然后利用“HL”证明 $\text{Rt}\triangle BDP$ 和 $\text{Rt}\triangle CEP$ 全等，根据全等三角形对应边相等证明即可；

(2) 利用“HL”证明 $\text{Rt}\triangle ADP$ 和 $\text{Rt}\triangle AEP$ 全等，根据全等三角形对应边相等可得 $AD = AE$ ，再根据 AB 、 AC 的长度表示出 AD 、 CE ，然后解方程即可。

【详解】(1) 证明：连接 BP 、 CP ，

$\because$ 点 P 在 BC 的垂直平分线上，

$\therefore BP = CP$ ，

$\because AP$ 是 $\angle DAC$ 的平分线，

$\therefore DP = EP$ ，

在 $\text{Rt}\triangle BDP$ 和 $\text{Rt}\triangle CEP$ 中,

$$\begin{cases} BP = CP \\ DP = EP \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle BDP \cong \text{Rt}\triangle CEP(\text{HL}),$

$$\therefore BD = CE;$$

(2) 解: 在 $\text{Rt}\triangle ADP$ 和 $\text{Rt}\triangle AEP$ 中,

$$\begin{cases} AP = AP \\ DP = EP \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ADP \cong \text{Rt}\triangle AEP(\text{HL}),$

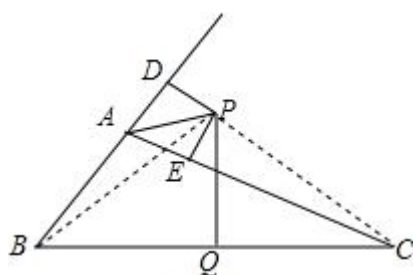
$$\therefore AD = AE,$$

$$\because AB = 6\text{cm}, AC = 10\text{cm},$$

$$\therefore 6 + AD = 10 - AE,$$

$$\text{即 } 6 + AD = 10 - AD,$$

解得 $AD = 2\text{cm}.$



【点睛】本题考查了角平分线上的点到角的两边距离相等的性质，线段垂直平分线上的点到两端点的距离相等的性质，全等三角形的判定与性质，熟记性质并作辅助线构造出全等三角形是解题的关键.

$$25. (1) \frac{7}{2};$$

(2) 图见解析, 5;

$$(3) 2\sqrt{2}.$$

【分析】(1) 利用割补法求 $\triangle ABC$ 的面积即可;

(2) 利用割补法求 $\triangle DEF$ 的面积即可;

(3) 画出符合题意的图形, 运用勾股定理即可解决问题.

【详解】(1) 解: 如图: 将 $\triangle ABC$ 填补成梯形 $BCDE$,

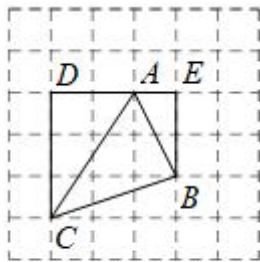


图 1

$$\text{则 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times (2-1) \times (3-1) = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1.$$

故答案为: $\frac{7}{2}$

(2) 解: $\triangle DEF$ 如图所示:

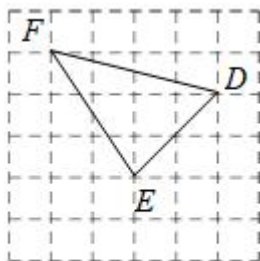


图 2

同(1)中的方法, 将 $\triangle DEF$ 填补成梯形 $FGHD$,

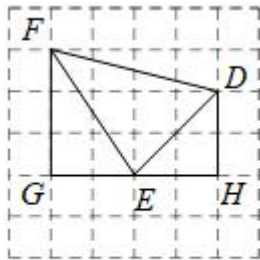


图 2

$$\therefore S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} \times (2-1) \times (3-1) = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1.$$

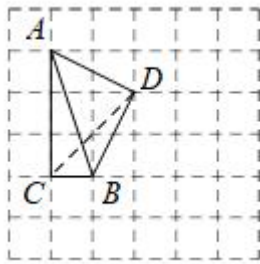
故答案为: 5

(3) 解: $\because AB = \sqrt{10}$, $AC = 3$, $BC = 1$,

$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2$, 即 $\triangle ABC$ 是直角三角形,

$\because D$ 与 C 在 AB 异侧,

$\therefore$ 点 D 如图:



此时 $AD = BD = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$, $AB^2 = AD^2 + BD^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 = (\sqrt{10})^2$,

$$\therefore CD = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}.$$

故答案为: $2\sqrt{2}$

【点睛】本题考查网格问题，解题的关键是掌握割补法求三角形面积，以及勾股定理，结合图形进行求解。

26. (1) AP 的长为 $4\sqrt{5}$;

(2) t 的值为 4 或 8 或 $4\sqrt{2}$;

(3) 当 t 为 1 或 7 时，能使 $DE = CD$.

【分析】(1) 根据动点的运动速度和时间先求出 PC ，再根据勾股定理即可求解；

(2) 根据动点运动过程中形成三种等腰三角形，分情况即可求解；

(3) 根据动点运动的不同位置利用勾股定理即可求解。

【详解】(1) 解：根据题意，得 $BP = 2t$, $PC = 8 - 2t = 8 - 2 \times 2 = 4$, $AC = 8$,

在 $\text{Rt}\triangle APC$ 中，根据勾股定理，得 $AP = \sqrt{AC^2 + PC^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}$.

答： AP 的长为 $4\sqrt{5}$;

(2) 解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AC = 8$, $BC = 8$,

根据勾股定理，得 $AB = \sqrt{8^2 + 8^2} = 8\sqrt{2}$,

若 $BA = BP$ ，则 $2t = 8\sqrt{2}$ ，解得 $t = 4\sqrt{2}$;

若 $AB = AP$ ，则 $BP = 16$ ，即 $2t = 16$ ，解得 $t = 8$;

若 $PA = PB$ ，此时，点 P 与点 C 重合，则 $2t = 8$ ，解得 $t = 4$.

综上， t 的值为 4 或 8 或 $4\sqrt{2}$;

(3) 若 P 在 C 点的左侧， $CP = 8 - 2t$.

$$\because S_{\triangle APD} = \frac{1}{2} \times AP \times DE = \frac{1}{2} \times AD \times PC, \quad DE = DC = 3,$$

$$\therefore AP = \frac{5}{3}(8-2t),$$

$$\therefore \frac{25}{9}(8-2t)^2 = (8-2t)^2 + 8^2,$$

解得： $t=1$ ， $t=7$ （舍去），

若 P 在 C 点的右侧， $CP=2t-8$ ． $AP = \frac{5}{3}(2t-8)$ ；

$$\therefore \frac{25}{9}(2t-8)^2 = (2t-8)^2 + 8^2,$$

解得： $t=7$ ， $t=1$ （舍去）．

答：当 t 为 1 或 7 时，能使 $DE=CD$ ．

【点睛】本题是三角形综合题，考查了等腰三角形的性质、勾股定理，解决本题的关键是动点运动到不同位置形成不同的等腰三角形．

27. (1) ②；(2) 见详解；(3) ①见详解；② $\frac{15}{4}$

【分析】(1) 根据等腰三角形的性质以及“周长平分线”的定义，即可判断；

(2) 延长 BA ， CD 交于点 M ，连接 MP ，则 $\triangle BMC$ 是等腰直角三角形，再证明 $\triangle ABP \cong \triangle DMP$ ，进而即可得到结论；

(3) ①连接 QM ，并延长交 BP 于点 E ，连接 QN ，并延长交 BC 于点 F ，即可；②连接 AE ， DF ，过点 A 作 $AG \perp BC$ 于点 G ，过点 D 作 $DH \perp BC$ 于点 H ，由等腰直角三角形的性质得 AG ， DH 的值，再证明 $\triangle GAP \cong \triangle HPD$ ，设 $PE=m$ ， $PF=n$ ，结合勾股定理，即可求解．

【详解】(1) $\because$ 等腰三角形底边上的中线所在直线也是等腰三角形的对称轴，

$\therefore$ 腰三角形底边上的中线一定是所在等腰三角形的“周长平分线”，

故答案是：②；

(2) 延长 BA ， CD 交于点 M ，连接 MP ，

$$\because \angle B = \angle C = 45^\circ,$$

$\therefore \angle BMC = 90^\circ$ ，即 $\triangle BMC$ 是等腰直角三角形，

$\because P$ 为 BC 的中点，

$$\therefore BP = CP = MP, \quad MP \perp BC, \quad \angle PMC = \angle PMB = 45^\circ,$$

又 $\because \angle APD = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle APB + \angle APM = \angle DPM + \angle APM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = \angle DPM,$$

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle DMP$ 中，

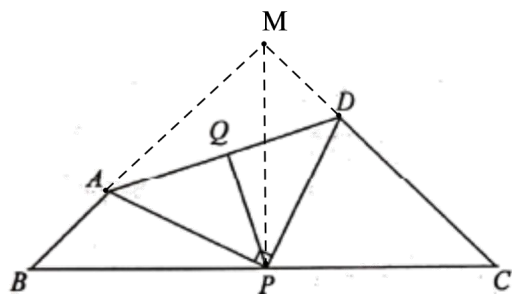
$$\because \begin{cases} \angle APB = \angle DPM \\ BP = MP \\ \angle B = \angle PMB = 45^\circ \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle DMP$ (ASA),

$\therefore AP = DP$,

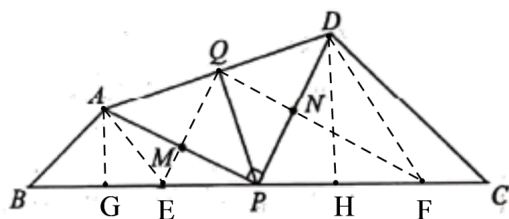
$\because$ 点Q是AD的中点，

$\therefore PQ$ 是 $\triangle APD$ 的“周长平分线”；



(3) ①连接QM，并延长交BP于点E，连接QN，并延长交BC于点F，则EM是PA的中垂线，FN是PD的中垂线，

$\therefore$ 点E，F即为所求；



②连接AE，DF，过点A作 $AG \perp BC$ 于点G，过点D作 $DH \perp BC$ 于点H，

则 $\angle AGB = \angle AGP = \angle DHC = \angle DHP = 90^\circ$ ，

$\because \angle B = \angle C = 45^\circ$ ， $\angle AGB = \angle DHC = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle AGB$ 和 $\triangle DHC$ 都是等腰直角三角形，且 $AG = BG$ ， $DH = CH$ ，

又 $\because AB = \sqrt{2}$ ， $CD = 2\sqrt{2}$ ，

$$\therefore AG = BG = \frac{\sqrt{2}}{2} AB = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{2} = 1, \quad DH = CH = \frac{\sqrt{2}}{2} CD = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2\sqrt{2} = 2,$$

$\because \angle GAP + \angle APG = \angle HPD + \angle APG = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle GAP = \angle HPD,$$

在 $\triangle GAP$ 和 $\triangle HPD$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle AGP = \angle DHP = 90^\circ \\ \angle GAP = \angle HPD \\ PA = PD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle GAP \cong \triangle HPD,$$

$$\therefore AG = PH = 1, PG = DH = 2,$$

$\because$ EM 是 PA 的中垂线, FN 是 PD 的中垂线,

$$\therefore PE = AE, PF = DF,$$

设 $PE = m$, 则 $AE = m$, $EG = PG - PE = 2 - m$, 设 $PF = n$, 则 $DF = n$, $FH = PF - PH = n - 1$, $EF = PE + PF = m + n$,

在 $Rt\triangle DHF$ 中, 根据勾股定理得: $2^2 + (n - 1)^2 = n^2$, 解得: $n = \frac{5}{2}$,

在 $Rt\triangle AGE$ 中, 根据勾股定理得: $1^2 + (2 - m)^2 = m^2$, 解得: $m = \frac{5}{4}$,

$$\therefore EF = m + n = \frac{5}{2} + \frac{5}{4} = \frac{15}{4}.$$

【点睛】 本题主要考查等腰三角形的判定和性质, 等腰直角三角形的判定和性质, 全等三角形的判定和性质, 勾股定理, 添加合适的辅助线, 构造等腰直角三角形以及“一线三垂直”模型, 是解题的关键.