2022−2023学年江苏省无锡市新吴区新城实验中学九年级（上）期中数学试卷

一、选择题（本大题共10小题，共30分．在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1．下列方程为一元二次方程的是（　）

A． $y+x=0$　　B． $2x+1=0$　　C． $x^2+\dfrac{2}{x}=5$　　D． $4x^2=1$

2．若⊙O的半径为4cm，点A到圆心O的距离为5cm，那么点A与⊙O的位置关系是（ ）

A．点A在圆外　　B．点A在圆上　　C．点A在圆内　　D．不能确定

3．下列图形，一定相似的是（　）

A．两个直角三角形　B．两个等腰三角形　C．两个等边三角形　D．两个菱形

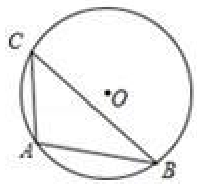
4．下列说法：①优弧比劣弧长；②三点可以确定一个圆；③长度相等的弧是等弧；④经过圆内的一个定点可以作无数条弦；其中不正确的个数是（　）

A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

5．若关于x的方程$x^2-x-m=0$没有实数根，则m的值可以为（ ）.

A． -1　　B． $-\dfrac{1}{4}$　　C．0　　D．1

6．如图，△ABC内接于⊙O，∠C=45°，AB=2，则⊙O的半径为（ ）



A．1　　B． $2\sqrt{2}$　　C．2　　D． $\sqrt{2}$

7．某厂一月份生产某机器100台，计划二、三月份共生产280台．设二、三月份每月的平均增长率为x，根据题意列出的方程是（）

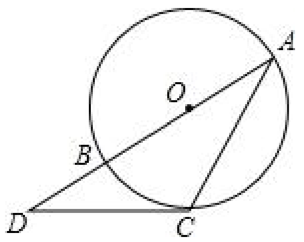
A． $100(1+x)^2=280$

B． $100(1+x)+100(1+x)^2=280$

C． $100(1-x)^2=280$

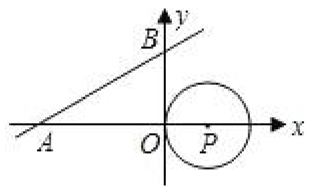
D． $100+100(1+x)+100(1+x)^2=280$

8.如图,O的直径AB=2,点D在AB的延长线上,DC与O相切于点C,连接AC.若∠A=30°,则CD长为( )



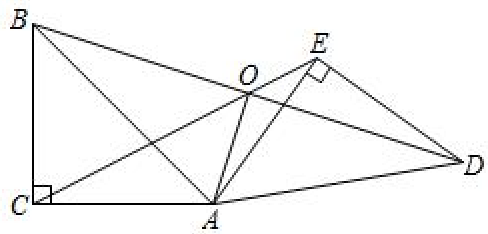
A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D．$\sqrt{3}$

9．如图，直线$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+2\sqrt{3}$与$x$轴、$y$ 轴分别相交于点A、B两点，圆心P的坐标为（2，0）．⊙P与y轴相切于点O，若将⊙P沿x轴向左移动，当⊙P与该直线相交时，横坐标为整数的点P的个数是（ ）



A．5　　B．6　　C．7　　D．8

10．如图，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC=4$，将$\triangle ABC$绕点A沿顺时针方向旋转后得到$\triangle ADE$，直线BD、CE相交于点O，连接AO．则下列结论中：①$\triangle ABD\backsim\triangle ACE$；②$\angle COD=135°$；③$AO\perp BD$；④$\triangle AOC$面积的最大值为8，其中正确的有（　）



A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

二、填空题（本大题共8小题，共24分）

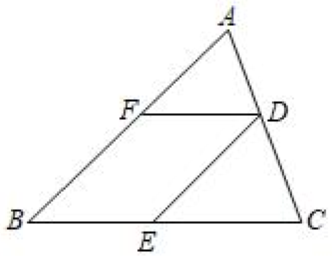
11．若$\frac{x}{y}=\frac{8}{3}$，则$\frac{x-y}{y}$＝_____．

12．在比例尺为$1:10000$的地图上，相距7.5cm的两地A、B的实际距离为______m．

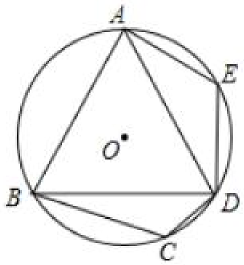
13．设α、β是方程$x^2-x-3=0$的两个实数根，则$\alpha+\beta=$______．

14．已知圆锥的底面半径为3cm，母线长为5cm，则圆锥的侧面是______cm^2．

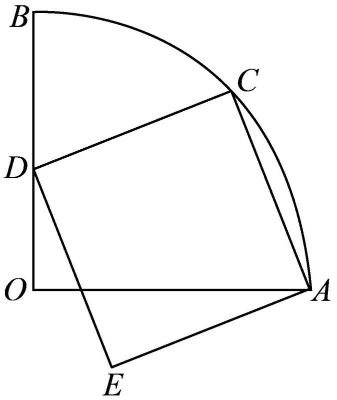
15．如图，在$\triangle ABC$中，$DE/\!/AB$，$DF/\!/BC$，如果$\frac{AF}{FB}=\frac{2}{3}$，那么$\frac{CE}{CB}$＝____．



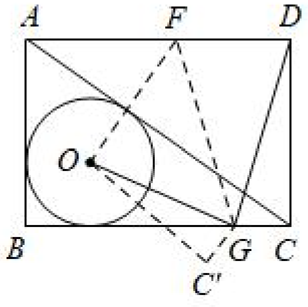
16．如图，在$\odot O$的内接四边形$ABCD$中，$AB=AD$，若点E在$\overset{\frown}{AD}$上，若$\angle E=110^{\circ}$，则$\angle C=$__________．



17．如图，扇形AOB中，$\angle AOB=90^{\circ}$，点C为$\overset{\frown}{AB}$的中点，以AC为边向左侧作面积为24的正方形$ACDE$，顶点D恰好落在OB上，则扇形AOB的面积为______．



18．如图，AC是矩形$ABCD$的对角线，$\odot O$是$\triangle ABC$的内切圆，现将矩形$ABCD$按如图所示的方式折叠，使点D与点O重合，折痕为FG，点F、G分别在AD、BC上，连结OG、DG，若$OG\perp DG$，且$\odot O$的半径长为1，则$BC-AB$的值______，$CD+DF$的值______．



三、解答题（本大题共9小题，共76分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

19．解方程．

(1)$\left(x+3\right)^{2}=25$；

(2)$x^{2}-6x-2=0$（配方法）；

(3)$2x^{2}-4x+1=0$；

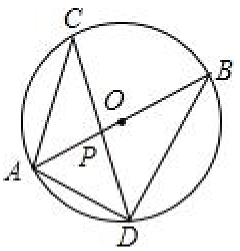
(4)$x\left(x-2\right)=2-x$．

20．已知：Y $ABCD$的两边AB，AD的长是关于x的方程$x^{2}-mx+m-1=0$的两个实数根．

(1)当m为何值时，四边形$ABCD$是菱形？求出这时菱形的边长；

(2)若AB的长为3，那么Y $ABCD$的周长是多少？

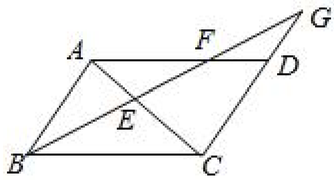
21．如图，在$\odot O$中，直径AB与弦CD相交于点P，$\angle CAB=45^{\circ}$，$\angle APD=75^{\circ}$．



(1)求$\angle B$的大小；

(2)已知圆心O到BD的距离为3，求AD的长．

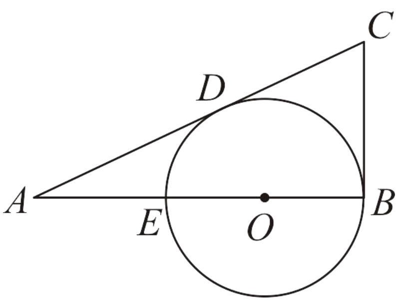
22．如图，在Y $ABCD$中，G是CD延长线上一点，连接BG交AC，AD于E，F．



(1)求证：$\triangle ABE\backsim\triangle CGE$；

(2)若$AF=2FD$，求$\dfrac{BE}{EG}$的值．

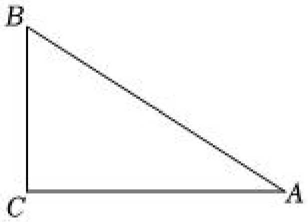
23．如图，在$\triangle ABC$中，已知$\angle ABC=90^{\circ}$，在AB上取一点E，以BE为直径的$\odot O$恰与AC相切于点D，若$AE=4\,\text{cm}$，$\angle A=30^{\circ}$．



(1)求$\odot O$的半径；

(2)求出由线段CD、CB与劣弧BD围成的图形面积．

24．在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90^{\circ}$，点E、F分别是边AB、BC上的两个点，点B关于直线EF的对称点P恰好落在边AC上且满足$EP\perp AC$．



(1)请你利用无刻度的直尺和圆规画出对称轴EF；（保留作图痕迹，不写作法）

(2)若$BC=3$，$AC=4$，则线段$EP=$______．

25．无锡阳山水蜜桃是中国国家地理标志产品，软香可口、汁多味甜，有"水做的骨肉"美誉．某水果批发商销售阳山水蜜桃，每箱成本是50元，经过调查发现：销售单价是60元时，平均每天的销量是80箱，当销售单价每提高5元，平均每天就少售出10箱，但销售单价不得超过90元．

(1)若销售单价为65元，求每天的销售利润；

(2)要使每天销售阳山水蜜桃盈利1200元，水蜜桃属于易坏食品，批发商想要尽快销售水蜜桃，那么每箱水蜜桃的售价应为多少元？

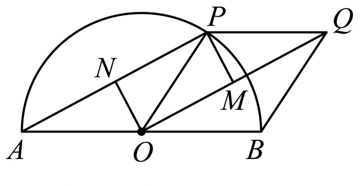
26．如图，已知AB为半圆O的直径，P为半圆上的一个动点（不含端点），以OP、OB为一组邻边作▱$POBQ$，连接OQ、AP，设OQ、AP的中点分别为M、N，连接PM、ON．

（1）试判断四边形$OMPN$的形状，并说明理由．

（2）若点P从点B出发，以每秒15°的速度，绕点O在半圆上逆时针方向运动，设运动时间为ts．

①试求：当t为何值时，四边形$OMPN$的面积取得最大值？并判断此时直线PQ与半圆O的位置关系（需说明理由）；

②是否存在这样的t，使得点Q落在半圆O内？若存在，请直接写出t的取值范围；若不存在，请说明理由．



27．如图，矩形$ABCD$，$AB=2$，$BC=10$，点E为AD上一点，且$AE=AB$，点F从点E出发，向终点D运动，速度为1cm/s，以BF为斜边在BF上方作等腰直角$\triangle BFG$，以

BG，BF 为邻边作▱ $BFHG$，连接 AG．设点 F 的运动时间为 t 秒．

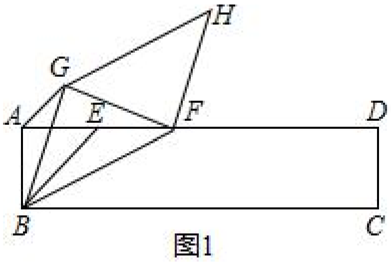


图1

图2

(1)试说明：$\triangle ABG\backsim\triangle EBF$；

(2)当点 H 落在直线 CD 上时，求 t 的值；

(3)点 F 从 E 运动到 D 的过程中，直接写出 HC 的最小值．

1．D

【分析】根据一元二次方程的定义逐个判断即可．

【详解】解：A．方程$y+x=0$是二元一次方程，不是一元二次方程，故本选项不符合题意；

B．方程$2x+1=0$是一元一次方程，不是一元二次方程，故本选项不符合题意；

C．方程$x^2+\dfrac{2}{x}=5$是分式方程，不是整式方程，不是一元二次方程，故本选项不符合题意；

D．方程$4x^2=1$是一元二次方程，故本选项符合题意；

故选：D

【点睛】本题考查了一元二次方程的定义，熟记一元二次方程的定义是解题的关键．

2．A

【分析】根据点到圆心的距离与圆的半径大小的比较，确定点与圆的位置关系．

【详解】解：∵$\odot O$的半径是4cm，点A到圆心O的距离是5cm，大于圆的半径，

∴点A在圆外，

故选：A．

【点睛】本题考查了点与圆的位置关系，解题的关键是掌握点与圆的位置关系进行解题．

3．C

【分析】根据相似图形的定义，结合图形，对选项一一分析，利用排除法求解．

【详解】解：*A*.两个直角三角形，不一定有锐角相等，故不一定相似；

B.两个等腰三角形顶角不一定相等，故不一定相似；

C.两个等边三角形，角都是60°，故相似；

D..任意两个菱形的对应边的比相等，但对应角不一定相等，故不一定相似；

故选C．

【点睛】本题考查的是相似图形的概念，掌握对应角相等，对应边的比相等的多边形，叫做相似多边形是解题的关键．

4．C

【分析】根据等弧的定义，优弧、劣弧的定义，确定圆的条件，弦的定义一一判断即可．

【详解】解：①优弧不一定比劣弧长，在同圆或等圆中，优弧比劣弧长，故①错误，符合题意；②不在用一直线上的三点可以确定一个圆，故②错误，符合题意；③长度相等的弧不一定是等弧，故③错误，符合题意；④经过圆内的一个定点可以作无数条弦，正确，故④不符合题意，

故不正确的有①②③，

故选：C．

【点睛】本题考查等弧的定义，优弧、劣弧的定义，确定圆的条件、弦的定义等知识，是基础考点，掌握相关知识是解题关键．

5．A

【分析】根据关于x的方程$x^2-x-m=0$没有实数根，判断出△＜0，求出m的取值范围，再找出符合条件的m的值．

【详解】解：∵关于x的方程$x^2-x-m=0$没有实数根，

∴△=$(-1)^2-4\times1\times(-m)=1+4m$＜0，

解得：$m<-\frac{1}{4}$，

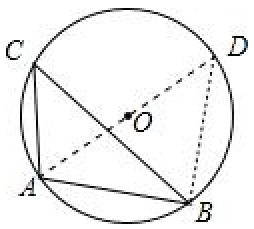
故选项中只有A选项满足，

故选A.

【点睛】本题考查了一元二次方程根的判别式，需要掌握一元二次方程没有实数根相当于判别式小于零.

6．D

【详解】解：连接AO，并延长交⊙O于点D，连接BD，



∵∠C=45°，∴∠D=45°，

∵AD为⊙O的直径，∴∠ABD=90°，

∴∠DAB=∠D=45°，

∵AB=2，

∴BD=2，

∴AD=$\sqrt{AB^2+BD^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，

∴⊙O的半径AO=$\frac{AD}{2}=\sqrt{2}$．

故选D.

【点睛】本题考查圆周角定理；勾股定理.

7．B

【分析】主要考查增长率问题，一般用"增长后的量=增长前的量×（1+增长率）"，如果设二、三月份每月的平均增长率为 x，根据“计划二、三月份共生产 280 台”，即可列出方程.

【详解】设二、三月份每月的平均增长率为 x，

则二月份生产机器为：100（1+x），

三月份生产机器为：$100（1+x）^2$；

又知二、三月份共生产 280 台；

所以，可列方程：$100（1+x）+100（1+x）^2=280$.

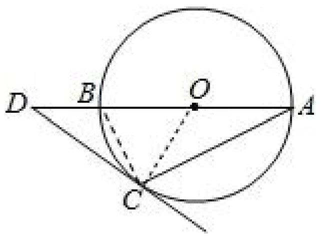
故选 B.

【点睛】本题可根据增长率的一般规律找到关键描述语，列出方程；平均增长率问题，一般形式为 $a（1+x）^2=b$，a 为起始时间的有关数量，b 为终止时间的有关数量.

8．D

【分析】先连接 BC，OC，由于 AB 是直径，可知∠BCA=90°，而∠A=30°，易求∠CBA，又 DC 是切线，利用弦切角定理可知∠DCB=∠A=30°，再利用三角形外角性质可求∠D，再由切线的性质可得∠BCD=∠A=30°，∠OCD=90°，易得 OD，由勾股定理可得 CD.

【详解】如图所示，连接 BC，OC，



∵AB 是直径,

∴∠BCA=90°，

又∵∠A=30°，

∴∠CBA=90°−30°=60°，

∵DC 是切线，

∴∠BCD=∠A=30°,∠OCD=90°，

∴∠D=∠CBA−∠BCD=60°−30°=30°，

∵AB=2，

∴OC=1，

∴OD=2，

∴CD=$\sqrt{OD^2-OC^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，

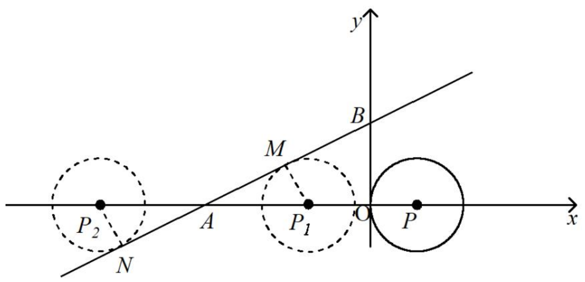
故选 D.

【点睛】考核知识点：切线性质定理.作好辅助线是关键.

9．C

【分析】根据题意，$\odot P$ 沿 x 轴向左移动，分别与直线 AB 相切于点 M、N，且圆心分别为点 P_1、P_2；根据一次函数的性质，求得 $A\left(-6,0\right)$，$B\left(0,2\sqrt{3}\right)$；根据特殊角度三角函数的性质，得 $\angle OAB=30°$，结合平移的性质，推导得 OP_1；同理，推导得 OP_2；根据直线与圆位置关系的性质，得符合题意要求的点 P 坐标，即可得到答案.

【详解】根据题意，$\odot P$ 沿 x 轴向左移动，分别与直线 AB 相切于点 M、N，且圆心分别为点 P_1、P_2，如下图：



∴ $MP_1=NP_2=OP=2$，且将$\odot P$ 沿 x 轴向左移动，当$\odot P$ 与该直线相交时，横坐标为整数的点 P，再点 P_1 和 P_2 之间

直线 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+2\sqrt{3}$ 与 x 轴、y 轴分别相交于点 A、B 两点

∴ $A\left(-6,0\right)$，$B\left(0,2\sqrt{3}\right)$

∴ $AO=6$，$BO=2\sqrt{3}$

∴ $\tan\angle OAB=\frac{BO}{AO}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

∴ $\angle OAB=30°$

∴ $AP_1=\frac{MP_1}{\sin\angle OAB}=4$

∴ $OP_1=AO-AP_1=2$，即 $P_1\left(-2,0\right)$

$\because \angle NAP_2 = \angle OAB = 30°$

$\therefore AP_2 = \dfrac{NP_2}{\sin \angle NAP_2} = 4$

$\therefore OP_2 = AP_2 + AO = 10$，即 $P_2(-10,0)$

∴符合题意要求的点 P 坐标为：$(-9,0)$，$(-8,0)$，$(-7,0)$，$(-6,0)$，$(-5,0)$，$(-4,0)$，$(-3,0)$

∴当⊙P 与该直线相交时，横坐标为整数的点 P 的个数是：7

故选：C．

【点睛】本题考查了平移、一次函数、圆、三角函数、直角坐标系的知识；解题的关键是熟练掌握平移、直线与圆位置关系、切线、特殊角度三角函数的性质，从而完成求解．

10．C

【分析】①由旋转性质证明 $\triangle ABD \backsim \triangle ACE$ 即可判断；

②由①的结论可得，$\angle ABD = \angle ACE$，进而得到 $\angle BOC = \angle CAB = 45°$，即可判断 $\angle COD$；

③证明 $\triangle ABD$ 为等腰三角形即可判断；

④由题意直线 BD、CE 相交于点 O，当 $AD \perp AC$ 时，$\triangle AOC$ 的面积最大，通过勾股定理计算求出最大值，进而进行判断

【详解】①由旋转的性质可知：$AC = BC = AE = DE = 4$，$AB = AD = 4\sqrt{2}$

$\therefore \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AD}{AE} = \sqrt{2}$

$\because \angle DAE = \angle CAB = 45°$

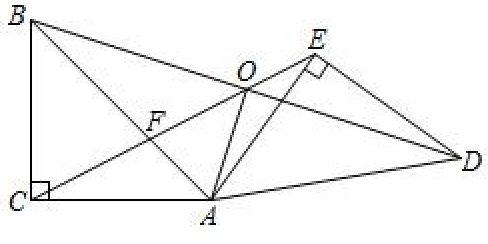
$\therefore \angle DAE + \angle EAB = \angle CAB + \angle EAB$

即 $\angle BAD = \angle CAE$

$\therefore \triangle ABD \backsim \triangle ACE$

故①正确

②设 CE, AB 相交于点 F，如图：



由① $\triangle ABD \backsim \triangle ACE$，可得 $\angle ABD = \angle ACE$，

又$\angle BFO=\angle CFA$

$\therefore \angle BOC=\angle CAB=45°$

$\therefore \angle COD=135°$

故②正确

③$\because$ $\angle BOC=\angle CAB=45°$，

$\therefore$可知A,B,C,O四点共圆，

则$\angle BOA=\angle BCA=90°$

即$AO\perp BD$

故③正确

④设O到AC的距离为h，

$\because AC=4$，以AC为底边，当h最大时候，$\triangle AOC$面积的才最大，

由③可知$\triangle ABD$是等腰三角，$OD=OB$

$\because BC\perp AC$,当D点到AC的距离最大时即当$AD\perp AC$时，h最大

即当旋转角度$45°$时，过O作$OG\perp AC$于点G，如图，

由②可知$\angle COD=135°$

由③可知$AO\perp BD$,

$\therefore \angle AOC=45°$

$\because AB=AD,\angle BAD=45°$

$\therefore \angle ABD=\frac{1}{2}(180°-45°)=67.5°$

由①可知$\triangle ABD\backsim\triangle ACE$

$\therefore$ $\angle ACE=\angle ABD=67.5°$

$\therefore \angle OAC=180°-\angle OCA-\angle AOC=67.5°$

$\therefore OA=OC$

$\therefore CG=GA=\frac{1}{2}AC=2$

在$Rt\triangle BDE$中，$BE=AB-AE=4\sqrt{2}-4$，$DE=4$

$BD=\sqrt{BE^2+DE^2}=\sqrt{(4\sqrt{2}-4)^2+4^2}=4\sqrt{4-2\sqrt{2}}$

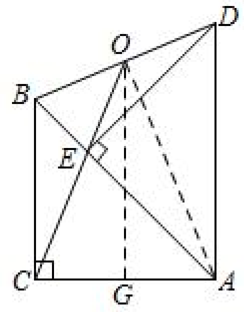
在$Rt\triangle AOD$中，$AD=4\sqrt{2}$,$OD=\frac{1}{2}BD=2\sqrt{4-2\sqrt{2}}$

$AO=\sqrt{AD^2-OD^2}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2-(2\sqrt{4-2\sqrt{2}})^2}=2\sqrt{4+2\sqrt{2}}$

在$Rt\triangle OCG$中，

$OG=\sqrt{AO^2-CG^2}=\sqrt{16+8\sqrt{2}-4}=\sqrt{12+8\sqrt{2}}=2\sqrt{2}+2$

$S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}AC\times OG=\frac{1}{2}\times 4\times(2\sqrt{2}+2)=4\sqrt{2}+4$



故④不正确

综上所述：①②③正确，共计 3 个

故选 C

【点睛】本题考查了图形的旋转，三角形相似的性质与判定，同弧所对的圆周角相等，圆内接四边形对角互补，等腰三角形性质，勾股定理，正确的作辅助线和熟练的几何基础知识是解题的关键.

11．$\frac{5}{3}$.

【分析】根据比例的性质得出$x=\frac{8}{3}y$，再代入要求的式子进行计算即可.

【详解】解：$\because \frac{x}{y}=\frac{8}{3}$，

$\therefore x=\frac{8}{3}y$，

$\therefore \frac{x-y}{y}=\frac{\frac{8}{3}y-y}{y}=\frac{5}{3}$；

故答案为：$\frac{5}{3}$.

【点睛】本题考查了比例的基本性质，比较简单，用 y 表示出 x 是解题关键.

12．750

【分析】设AB的实际距离为$x$cm，根据比例尺的定义得到$7.5:x=1:10000$，利用比例的性质求得x的值，注意单位统一.

【详解】解：设AB的实际距离为$x$cm，

$\because$比例尺为$1:10000$，$\therefore 7.5:x=1:10000$，

解得 $x=75000$， $75000\text{cm}=750\text{m}$

故答案为：750．

【点睛】本题考查了比例线段，比例尺．解题的关键是注意理解题意，根据题意列方程，注意单位之间的换算．

13．1

【分析】利用“两根之和等于 $-\frac{b}{a}$”，可求出 $\alpha+\beta$ 的值．

【详解】解：∵ α 、 β 是方程 $x^2-x-3=0$ 的两个实数根，

∴ $\alpha+\beta=1$.

故答案为：1．

【点睛】本题考查了根与系数的关系：若 x_1,x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的两根时， $x_1+x_2=-\frac{b}{a},x_1x_2=\frac{c}{a}$.

14．15π

【分析】圆锥的侧面积$=\pi\times$底面半径$\times$母线长，把相应数值代入即可求解．

【详解】∵圆锥的底面半径长为3cm，母线长为5cm，

∴圆锥的侧面积$=\pi\times3\times5=15\pi$ cm^2，

故答案为：15π

【点睛】本题考查圆锥侧面积的求法，掌握相应公式是解题的关键．

15．$\frac{3}{5}$

【分析】由 $DF\parallel BC$ ，得到 $\frac{AD}{DC}=\frac{AF}{BF}=\frac{2}{3}$ ，则 $AC=AD+CD=\frac{5}{3}CD$ ，再由 $DE\parallel AB$ ，可得 $\frac{CE}{CB}=\frac{CD}{AC}=\frac{3}{5}$.

【详解】解：∵ $DF\parallel BC$ ，

∴ $\frac{AD}{DC}=\frac{AF}{BF}=\frac{2}{3}$,

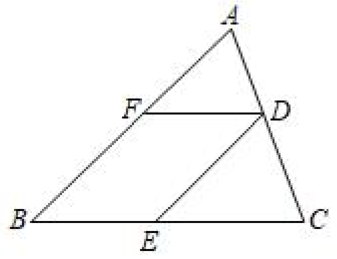
∴ $AD=\frac{2}{3}CD$,

∴ $AC=AD+CD=\frac{5}{3}CD$,

∵ $DE\parallel AB$,

∴ $\frac{CE}{CB}=\frac{CD}{AC}=\frac{3}{5}$,

故答案为：$\frac{3}{5}$.



【点睛】本题主要考查了平行线分线段成比例，解题的关键在于能够熟练掌握平行线分线段成比例的知识.

16．140°

【分析】首先根据圆内接四边形的性质得出∠ABD，然后由等腰三角形的性质得出∠BAD，再利用圆内接四边形的性质，即可得出∠BCD.

【详解】∵点E在$\overset{\frown}{AD}$上，$\angle E=110^{\circ}$

∴∠ABD=180°-110°=70°

∵ $AB=AD$

∴∠ABD=∠ADB=70°

∴∠BAD=180°-∠ABD-∠ADB=40°

∵$\odot O$的内接四边形$ABCD$

∴∠BCD=180°-∠BAD=180°-40°=140°

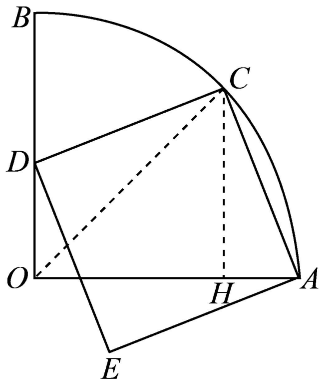
故答案为：140°.

【点睛】此题主要考查圆内接四边形性质的利用，熟练掌握，即可解题.

17．$\left(6+3\sqrt{2}\right)\pi$

【分析】过点C作$CH\perp OA$于点H，连接OC，根据已知条件可知$\angle AOC=45°$，设$OH=CH=x$，根据勾股定理，得$OC=\sqrt{2}x$，在Rt△AHC中，根据勾股定理，得$\left(\sqrt{2}-1\right)^{2}x^{2}+x^{2}=24$，求出$x^{2}=12+6\sqrt{2}$，进一步求扇形$AOB$的面积即可.

【详解】解：过点C作$CH\perp OA$于点H，连接OC，如图所示：



则$\angle OHC=90°$，$\because$扇形AOB中，$\angle AOB=90°$，点C为$\overset{\frown}{AB}$的中点，

$\therefore \angle AOC=45°$，$\therefore \angle OCH=45°$，$\therefore OH=CH$，

设$OH=CH=x$，根据勾股定理，得$OC=\sqrt{2}x$，

$\therefore OA=\sqrt{2}x$，$\therefore AH=\left(\sqrt{2}-1\right)x$，

$\because$以AC为边向左侧作面积为24的正方形$ACDE$，$\therefore AC^2=24$，

在$Rt\triangle AHC$中，根据勾股定理，得$\left(\sqrt{2}-1\right)^2x^2+x^2=24$，

$\therefore x^2=12+6\sqrt{2}$，$\therefore OC^2=2x^2=24+12\sqrt{2}$，

$\therefore$扇形AOB的面积$=\frac{1}{4}\pi OC^2=\left(6+3\sqrt{2}\right)\pi$，

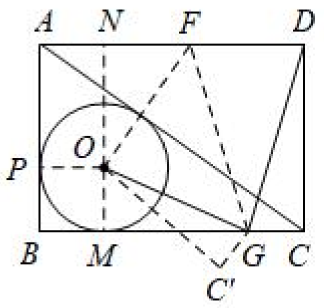
故答案为：$\left(6+3\sqrt{2}\right)\pi$.

【点睛】本题考查了正方形的性质，扇形面积的计算，勾股定理，熟练掌握正方形的性质是解题的关键.

18.　　2　　5

【分析】设$\odot O$与BC的切点为M，连接MO并延长MO交AD于点N，过点O作$OP\perp AB$于点P，则$\angle BPO=90°$，先证明四边形$ABMN$是矩形，四边形$BMOP$是矩形，四边形$BMOP$是正方形，再根据折叠的性质得到$OG=DG$，根据全等三角形的性质得到$OM=GC=1$，$CD=GM=BC-BM-GC=BC-2$．设$AB=a$，$BC=b$，$AC=c$，$\odot O$的半径为r，推出$\odot O$是$Rt\triangle ABC$的内切圆可得$r=\frac{1}{2}(a+b-c)$，根据勾股定理得到$BC+AB=2\sqrt{3}+4$，再设$DF=x$，在$Rt\triangle ONF$中，$FN=3+\sqrt{3}-1-x$，$OF=x$，$ON=1+\sqrt{3}-1$，由勾股定理可得$x=4-\sqrt{3}$，于是得到结论.

【详解】解：如图，设$\odot O$与BC的切点为M，连接MO并延长MO交AD于点N，过点O作$OP\perp AB$于点P，则$\angle BPO=90^{\circ}$，



$\therefore OM \perp BC$，即$\angle BMN = 90°$，

$\because$四边形$ABCD$是矩形，

$\therefore \angle B = \angle BAD = 90°$，

$\therefore \angle B = \angle BAD = \angle BMN = 90°$，

$\therefore$四边形$ABMN$是矩形，

同理，四边形$BMOP$是矩形，

又$OM = OP$，

$\therefore$四边形$BMOP$是正方形，

$\therefore BM = OM$，

$\because$将矩形$ABCD$按如图所示的方式折叠，使点D与点O重合，折痕为FG，

$\therefore OG = DG$，

$\because OG \perp DG$，

$\therefore \angle MGO + \angle DGC = 90°$，

$\because \angle MOG + \angle MGO = 90°$，

$\therefore \angle MOG = \angle DGC$，

在$\triangle OMG$和$\triangle GCD$中，

$$\begin{cases} \angle OMG = \angle DCG = 90° \\ \angle MOG = \angle DGC \\ OG = DG \end{cases}，$$

$\therefore \triangle OMG \cong \triangle GCD$，

$\therefore OM = GC = 1$，

$\therefore BM = GC = 1$，

$\therefore CD = GM = BC - BM - GC = BC - 2$．

$\because AB = CD$，

$\therefore BC-AB=2$；

设 $AB=a$， $BC=b$， $AC=c$， $\odot O$ 的半径为 r，

$\odot O$ 是 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 的内切圆可得 $r=\frac{1}{2}(a+b-c)$，

$\therefore c=a+b-2$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，由勾股定理可得 $a^2+b^2=(a+b-2)^2$，

整理得 $2ab-4a-4b+4=0$，

又$\because BC-AB=2$ 即 $b=2+a$，代入可得 $2a(2+a)-4a-4(2+a)+4=0$ ，

解得 $a_1=1-\sqrt{3}$ （舍去），$a_2=1+\sqrt{3}$，

$\therefore BC+AB=2\sqrt{3}+4$，

$\therefore AB=1+\sqrt{3}$， $BC=3+\sqrt{3}$，

再设 $DF=x$，在 $\mathrm{Rt}\triangle ONF$ 中， $FN=3+\sqrt{3}-1-x$， $OF=x$， $ON=1+\sqrt{3}-1$，

由勾股定理可得 $\left(2+\sqrt{3}-x\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2=x^2$，解得 $x=4-\sqrt{3}$，

$\therefore CD+DF=\sqrt{3}+1+4-\sqrt{3}=5$，

故答案为：2，5．

【点睛】本题考查了三角形的内切圆和内心，切线的性质，勾股定理，矩形的性质等知识点的综合应用，解决本题的关键是三角形内切圆的性质．

19．(1) $x_1=2$， $x_2=-8$

(2) $x_1=3+\sqrt{11}$， $x_2=3-\sqrt{11}$

(3) $x_1=1+\frac{\sqrt{2}}{2}$， $x_2=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(4) $x_1=2$， $x_2=-1$

【分析】（1）利用直接开平方法求解即可；

（2）利用配方法求解即可；

（3）利用配方法求解即可；

（4）利用因式分解法求解即可．

【详解】（1）$(x+3)^2=25$，

$\therefore x+3=\pm5$，

$\therefore x_1=2$，$x_2=-8$；

（2）$x^2-6x-2=0$，$x^2-6x=2$，

$x^2-6x+9=11$，即$(x-3)^2=11$，

$\therefore x-3=\pm\sqrt{11}$，

$\therefore x_1=3+\sqrt{11}$，$x_2=3-\sqrt{11}$；

（3）$2x^2-4x+1=0$，$x^2-2x=-\frac{1}{2}$，

$x^2-2x+1=\frac{1}{2}$，即$(x-1)^2=\frac{1}{2}$，

$\therefore x-1=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore x_1=1+\frac{\sqrt{2}}{2}$，$x_2=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$；

（4）$x(x-2)=2-x$，$x(x-2)+(x-2)=0$，

$\therefore (x-2)(x+1)=0$，

$\therefore x-2=0$或$x+1=0$，

$\therefore x_1=2$，$x_2=-1$

【点睛】本题考查解一元二次方程的能力，熟练掌握解一元二次方程的几种常用方法：直接开方法，因式分解法，公式法，配方法，结合方程的特点选择合适、简便的方法是解题的关键.

20．(1)当 m 为 2 时，四边形 $ABCD$ 是菱形；1

(2)8

【分析】(1) 利用菱形的性质及根的判别式，可得出关于 m 的一元二次方程，解之可求出 m 的值，将 m 的值代入原方程，解之即可得出方程的解，即菱形的边长；

（2）将 $x=3$ 代入原方程，可求出 m 的值，进而可得出原方程为 $x^2-4x+3=0$，利用根与系数的关系，可求出 $AB+AD$ 的长，再利用平行四边形的周长计算公式，即可求出Y $ABCD$ 的周长.

【详解】（1）∵Y $ABCD$为菱形，

∴ $AB=AD$，

∴关于 x 的方程 $x^2-mx+m-1=0$ 有两个相等的实数根，

∴ $\Delta=\left(-m\right)^2-4\times1\times\left(m-1\right)=\left(m-2\right)^2=0$，解得：$m_1=m_2=2$，

∴当 m 为 2 时，四边形 $ABCD$ 是菱形.

将 $m=2$ 代入原方程得 $x^2-2x+1=0$，即 $\left(x-1\right)^2=0$，

解得：$x_1=x_2=1$，

∴这时菱形的边长为 1.

（2）将 $x=3$ 代入原方程得 $3^2-3m+m-1=0$，解得：$m=4$，

∴原方程为 $x^2-4x+3=0$，

又∵Y $ABCD$的两边 AB、AD 的长是关于 x 的方程 $x^2-mx+m-1=0$ 的两个实数根，

∴ $AB+AD=4$，

∴Y $ABCD$的周长是 $2\left(AB+AD\right)=2\times4=8$.

【点睛】本题考查了根与系数的关系、根的判别式、配方法解一元二次方程、平行四边形的性质以及菱形的判定与性质，解题的关键是：（1）利用菱形的性质及根的判别式 $\Delta=0$，求出 m 的值；（2）利用根与系数的关系，找出 $AB+AD$ 的长.

21．(1)30°

(2)6

【分析】（1）由外角的性质可得 $\angle C=\angle APD-\angle CAB=30^\circ$，由同弧所对的圆周角相等可得 $\angle C=\angle B$，进而即可求解；

（2）过点 O 作 $OE\perp BD$ 于点 E，则 $OE=3$．根据直径所对的圆周角是直角，以及平行线的判定知 $AD /\!/ OE$；又由 O 是直径 AB 的半径可以判定 O 是 AB 的中点，由此可以判定 OE 是 $\triangle ABD$ 的中位线；最后根据三角形的中位线定理计算 AD 的长度.

【详解】（1）∵ $\angle CAB=45^\circ$，$\angle APD=75^\circ$.

∴ $\angle C=\angle APD-\angle CAB=30^\circ$，

∵由圆周角定理得：$\angle C=\angle B$，

∴ $\angle B=30^\circ$；

（2）过 O 作 $OE \perp BD$ 于 E，即 $OE=3$，

∵AB 是⊙O 的直径，

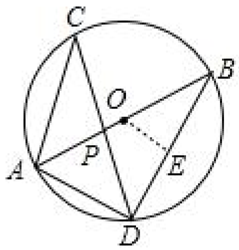
∴ $AD \perp BD$，

∴ $AD // OE$，

又∵O 是 AB 的中点，

∴ OE 是△ABD 的中位线，

∴ $AD=2OE=6$.



【点睛】本题主要考查了三角形的外角定理、三角形的中位线定理、圆周角定理，解题的关键是熟练掌握所学知识点.

22．(1)见解析

(2)$\frac{2}{3}$

【分析】（1）根据平行四边形的性质，$\angle ABE=\angle CGE$，对顶角相等，即可得证；

（2)根据平行四边形的性质，证得$\triangle AEF \backsim \triangle CEB$，得到$\frac{AE}{EC}=\frac{2}{3}$，再由(1)得，$\frac{BE}{EG}=\frac{AE}{EC}=\frac{2}{3}$，从而求解.

【详解】（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

∴ $AB // CD$，

∴ $\angle ABE=\angle CGE$，

又∵ $\angle AEB=\angle CGE$，

∴ $\triangle ABE \backsim \triangle CGE$

（2）解：设 $FD=m$，则 $AF=2m$，

∴ $AD=3m$，

∵四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

∴ $AD // BC$， $BC=AD=3m$，

∴ $\angle EAF=\angle ECB$， $\angle AFE=\angle CBE$，

$\therefore \triangle AEF \backsim \triangle CEB$，

$\therefore \frac{AE}{EC}=\frac{AF}{BC}=\frac{2}{3}$，

又$\because \triangle ABE \backsim \triangle CGE$，

$\therefore \frac{BE}{EG}=\frac{AE}{EC}=\frac{2}{3}$．

即$\frac{BE}{EG}$的值为$\frac{2}{3}$．

【点睛】本题考查了相似三角形的性质与判定，熟练运用相似三角形的判定与性质是解题的关键．

23．(1)4cm

(2)$\frac{48\sqrt{3}-16\pi}{3}\text{cm}^2$

【分析】（1）连接OD、ED，由$\odot O$与AC相切于点D，得$\angle ODA=90^\circ$，而$\angle A=30^\circ$，则$\angle AOD=60^\circ$，可证明$\triangle DOE$是等边三角形，求得$\angle EDA=\angle A=30^\circ$，则$OE=AE$，即可求得半径；

（2）由圆周角定理得$\angle BOD=2\angle OED=120^\circ$，而$\angle ODC=\angle ABC=90^\circ$，则$\angle BCD=60^\circ$，再证明$BC$是$\odot O$的切线，则$CB=CD$，$\angle OCD=\angle OCB=\frac{1}{2}\angle BCD=30^\circ$，求得$OC$，$CB$的长度，再由$S=S_{\triangle OBC}+S_{\triangle ODC}-S_{扇形BOD}$即可求得由线段$CD$、$CB$与劣弧$BD$围成的图形面积．

【详解】（1）连接OD、ED，

$\because \odot O$与AC相切于点D，

$\therefore AC\perp OD$，

$\therefore \angle ODA=90^\circ$，

$\because \angle A=30^\circ$，

$\therefore \angle AOD=60^\circ$，

$\because OD=OE$，

$\therefore \triangle DOE$是等边三角形，

$\therefore OE=DE$，$\angle OED=60^\circ$，

$\therefore \angle EDA=\angle OED-\angle A=60^\circ-30^\circ=30^\circ$，

$\therefore \angle EDA=\angle A$，

$\therefore DE=AE=4\text{cm}$，

$\therefore OE = 4\text{cm}$，

$\therefore \odot O$ 的半径长为 4cm；

（2）连接 OC，

$\because \angle BOD = 2\angle OED = 120°$， $\angle ODC = \angle ABC = 90°$，

$\therefore \angle BCD = 360° - \angle BOD - \angle ODC - \angle ABC = 60°$，

$\because BC \perp OB$， OB 是 $\odot O$ 的半径，

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore CB = CD$， $\angle OCD = \angle OCB = \frac{1}{2}\angle BCD = 30°$，

$\therefore OD = OB = 4\text{cm}$，

$\therefore OC = 2OD = 8\text{cm}$，

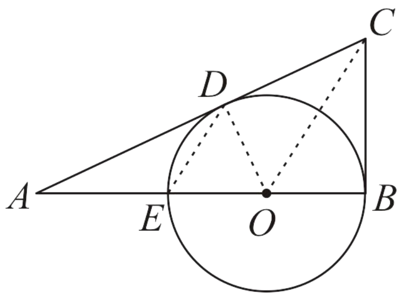
$\therefore CB = CD = \sqrt{OC^2 - OD^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}\left(\text{cm}\right)$，

$\therefore S_{\triangle OBC} = S_{\triangle ODC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}\left(\text{cm}^2\right)$，

$\because S_{扇形BOD} = \frac{120}{360} \times \pi \times 4^2 = \frac{16\pi}{3}\left(\text{cm}^2\right)$，

$\therefore S = S_{\triangle OBC} + S_{\triangle ODC} - S_{扇形BOD} = 8\sqrt{3} + 8\sqrt{3} - \frac{16\pi}{3} = \frac{48\sqrt{3} - 16\pi}{3}\left(\text{cm}^2\right)$，

$\therefore$ 由线段 CD 、 CB 与劣弧 BD 围成的图形面积是 $\frac{48\sqrt{3} - 16\pi}{3}\text{cm}^2$



【点睛】本题考查了切线的判定与性质，圆周角定理，切线长定理，直角三角形中 30°角所对的直角边等于斜边的一半，勾股定理，三角形的面积，扇形的面积，正确作出辅助线是解题的关键.

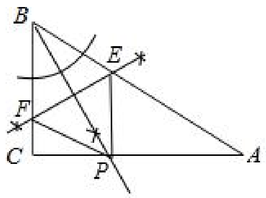
24．(1)见解析

(2) $\frac{15}{8}$

【分析】（1）作 $\angle ABC$ 的角平分线 BP，作线段 BP 的垂直平分线交 AB 于 E，交 BC 于 F，直线 EF 即为所求；

（2）根据勾股定理，求得AB的长度，设$BE=EP=PE=BF=x$，利用平行线分线段成比例定理，求解即可．

【详解】（1）解：如图，直线EF即为所求作．



（2）$\because BC=3$，$AC=4$，

$\therefore AB=\sqrt{BC^2+AC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

由作图可知，四边形$BEPF$是菱形，

设$BE=EP=PE=BF=x$，

$\because EP\perp AC$，

$\therefore \angle APE=\angle ACB=90°$，$\therefore PE// BC$，

$\therefore \dfrac{AE}{AB}=\dfrac{PE}{BC}$，$\therefore \dfrac{5-x}{5}=\dfrac{x}{3}$，

$\therefore x=\dfrac{15}{8}$，

故答案为：$\dfrac{15}{8}$．

【点睛】本题考查了作图——轴对称变换，勾股定理，菱形的判定和性质，平行线分线段成比例定理，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题．

25．(1)每天的销售利润为1050元

(2)每箱水蜜桃的售价应为70元

【分析】（1）利用总利润=每箱的销售利润×日销售量，即可求解；

（2）设每箱水蜜桃的售价为y元，则每箱的销售利润为$(y-50)$元，平均每天的销量是$\left(80-10\times\dfrac{y-60}{5}\right)$箱，利用总利润=每箱的销售利润×日销售量，即可得出关于y的一元二次方程，解方程即可得出y的值，再结合要尽快销售水蜜桃，即可得出每箱水蜜桃的售价为70元．

【详解】（1）$(65-50)\times\left(80-10\times\dfrac{65-60}{5}\right)$

$=\left(65-50\right)\times\left(80-10\times\dfrac{5}{5}\right)$

$=\left(65-50\right)\times\left(80-10\right)$

$=15\times 70$

$=1050$（元）

答：每天的销售利润为 1050 元．

（2）设每箱水蜜桃的售价为 y 元，则每箱的销售利润为 $\left(y-50\right)$ 元，

平均每天的销量是 $\left(80-10\times\dfrac{y-60}{5}\right)$ 箱，

依题意得：$\left(y-50\right)\left(80-10\times\dfrac{y-60}{5}\right)=1200$ ，

整理得：$y^2-150y+5600=0$，

解得：$y_1=70$， $y_2=80$，

又∵要尽快销售水蜜桃，

∴ $y=70$．

答：每箱水蜜桃的售价应为 70 元．

【点睛】本题考查一元二次方程在生活中的应用以及有理数的混合运算，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键．

26．（1）四边形 $OMPN$ 为矩形，理由见解析；（2）①当 t=6 秒时，四边形 $OMPN$ 面积最大，此时，PQ 与半圆 O 相切．理由见解析；②当 8＜t＜12 时，点 Q 在半圆 O 内．

【分析】（1）先证四边形 $PQOA$ 为平行四边形，再证四边形 $OMPN$ 为平行四边形，根据等腰三角形三线合一，得 $ON\perp AP$，进而即可得到结论；

（2）①由题意得 $S_{矩形}OMPN=S_{\triangle}AOP$，从而得△$AOP$ 的 AO 边上的高取得最大值，此时△AOP 的面积取得最大值，进而即可得到 t 的值，根据切线的判定定理，即可得到结论；②考虑两个特殊情况：当点 Q 在半圆 O 上时，当点 P 与点 A 重合时，分别求出 t 的值，进而即可得到答案．

【详解】（1）四边形 $OMPN$ 为矩形，理由如下：

∵四边形 $POBQ$ 为平行四边形，

∴PQ∥OB，PQ=OB．

又∵OB=OA，

∴$PQ=AO$.

又∵$PQ // OA$，

∴四边形$PQOA$为平行四边形，

∴$PA // QO$，$PA=QO$.

又∵M、N分别为OQ、AP的中点，

∴$OM=\frac{1}{2}OQ$，$PN=\frac{1}{2}AP$，

∴$OM=PN$，

∴四边形$OMPN$为平行四边形.

∵$OP=OA$，N是AP的中点，

∴$ON\perp AP$，即$\angle ONP=90°$，

∴四边形$OMPN$为矩形；

（2）①∵四边形$OMPN$为矩形，

∴$S_{矩形}OMPN=ON\cdot NP=ON\cdot\frac{1}{2}AP$，即$S_{矩形}OMPN=S_{\triangle}AOP$.

∵$\triangle AOP$的底AO为定值，

∴当P旋转运动90°（运动至最高点）时，$\triangle AOP$的AO边上的高取得最大值，此时$\triangle AOP$的面积取得最大值，

∴$t=90\div15=6$秒，

∴当$t=6$秒时，四边形$OMPN$面积最大.

此时，PQ与半圆O相切．理由如下：

∵此时$\angle POB=90°$，$PQ//OB$，

∴$\angle OPQ=90°$，

∴PQ与半圆O相切；

②当点Q在半圆O上时，

∵四边形$POBQ$为平行四边形，且$OB=OP$，

∴四边形$POBQ$为菱形，

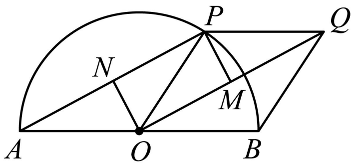
∴$OB=BQ=OQ=OP=PQ$，

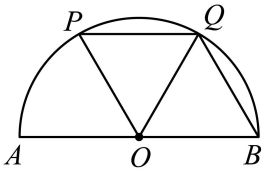
∴$\angle POQ=\angle BOQ=60°$，即：$\angle BOP=120°$，

∴此时，$t=120°\div15°=8$秒，

当点P与点A重合时，$t=180°\div15°=12$秒，

综上所述：当 $8<t<12$ 时，点 Q 在半圆 O 内.





【点睛】本题主要考查圆的性质，平行四边形的判定和性质，菱形的判定和性质，矩形的判定和性质，等腰三角形三线合一，熟练掌握平行四边形的判定和性质，菱形的判定和性质，矩形的判定和性质，是解题的关键.

27.（1）证明见解析；（2）$t=\dfrac{16}{3}$；（3）HC 最小值是 $2\sqrt{10}$

【分析】（1）根据两边成比例夹角相等即可证明两三角形相似；

（2）构建如图 2 平面直角坐标系，作 $HM\perp AD$ 于 M，$GN\perp AD$ 于 N. 设 AM 交 BG 于 K. 首先证明△GFN≌△FHM，想办法求出点 H 的坐标，构建方程即可解决问题；

（3）由（2）可知 H（$2+\dfrac{3}{2}t$，$4+\dfrac{1}{2}t$），令 $x=2+\dfrac{3}{2}t$，$y=4+\dfrac{1}{2}t$，消去 t 得到 $y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{10}{3}$. 推出点 H 在直线 $y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{10}{3}$ 上运动，根据垂线段最短即可解决问题.

【详解】（1）如图 1.

∵△ABE，△BGF 都是等腰直角三角形，∴$\dfrac{AB}{BE}=\dfrac{BG}{BF}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

∵∠ABE=∠GBF=45°，∴∠ABG=∠EBF，∴△ABG∽△EBF.

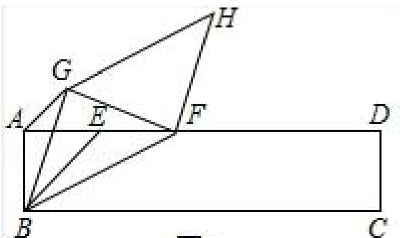


图1

（2）如图 2 构建如图平面直角坐标系，作 $HM\perp AD$ 于 M，$GN\perp AD$ 于 N. 设 AM 交 BG 于 K.

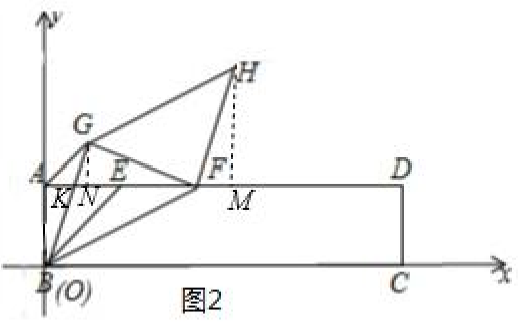


图2

∵△GFH是等腰直角三角形，∴$FG=FH$，$\angle GNF=\angle GFH=\angle HMF=90°$，

∴$\angle GFN+\angle HFM=90°$，$\angle HFM+\angle FHM=90°$，∴$\angle GFN=\angle FHM$，∴$\triangle GFN\cong\triangle FHM$，

∴$GN=FM$，$FN=HM$．

∵$\triangle ABG\backsim\triangle EBF$，∴$\dfrac{AG}{EF}=\dfrac{AB}{BE}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\angle AGB=\angle EFB$．

∵$\angle AKG=\angle BKF$，∴$\angle GAN=\angle KBF=45°$．

∵$EF=t$，∴$AG=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t$，∴$AN=GN=FM=\dfrac{1}{2}t$，∴$AM=2+\dfrac{3}{2}t$，$HM=FN=2+\dfrac{1}{2}t$，∴H（$2+\dfrac{3}{2}t$，$4+\dfrac{1}{2}t$），当点H在直线CD上时，$2+\dfrac{3}{2}t=10$，解得：$t=\dfrac{16}{3}$．

（3）由（2）可知H（$2+\dfrac{3}{2}t$，$4+\dfrac{1}{2}t$），令$x=2+\dfrac{3}{2}t$，$y=4+\dfrac{1}{2}t$，消去t得到$y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{10}{3}$，∴点$H$在直线$y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{10}{3}$上运动，如图3，作$CH$垂直直线$y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{10}{3}$垂足为$H$．

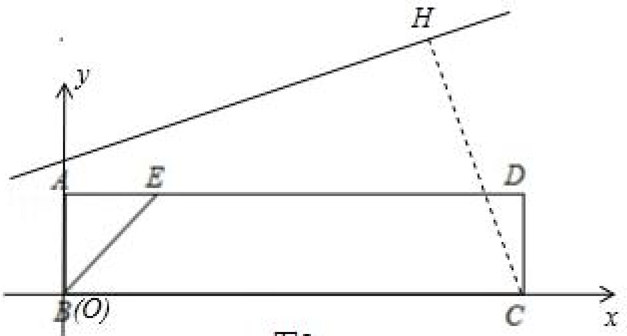


图3

根据垂线段最短可知，此时CH的长最小，易知直线CH的解析式为$y=-3x+30$，由

$\begin{cases} y=-3x+30 \\ y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{10}{3} \end{cases}$，解得：$\begin{cases} x=8 \\ y=6 \end{cases}$，∴$H$（8，6）．

∵C（10，0），∴$CH=\sqrt{2^2+6^2}=2\sqrt{10}$，∴$HC$最小值是$2\sqrt{10}$．

【点睛】本题考查了相似三角形综合题、矩形的性质、等腰直角三角形的性质、一次函数的应用，垂线段最短等知识，解题的关键是学会构建平面直角坐标系解决问题，学会用转化的思想思考问题，属于中考压轴题．