

专题 2.1 圆中垂径定理综合应用（3 大类题型）



重难点题型归纳

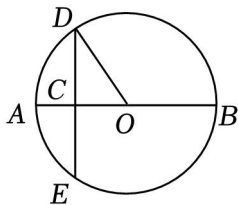
- 【题型 1 直接运用勾股定理求线段】
- 【题型 2 勾股定理与方程综合求线段】
- 【题型 3 垂径定理在实际中应用】



满分必练

【题型 1 直接运用勾股定理求线段】

1. （2023•大连模拟）如图所示，在 $\odot O$ 中，直径 $AB=10$ ，弦 $DE\perp AB$ 于点 C ，连接 DO 。若 $OC:OB=3:5$ ，则 DE 的长为（ ）



- A. 3 B. 4 C. 6 D. 8

【答案】D

【解答】解： $\because AB=10$ ，

$$\therefore OA=OB=5,$$

$$\because OC:OB=3:5,$$

$$\therefore OC=3,$$

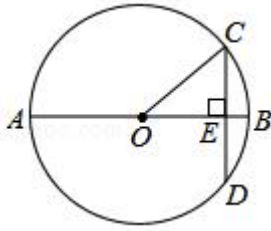
$$\text{在 Rt}\triangle OCD \text{ 中, } CD=\sqrt{OD^2-OC^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4,$$

$$\because DE\perp AB,$$

$$\therefore DE=2CD=8,$$

故选：D.

2. （2023•杭州模拟）如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD\perp AB$ 于点 E ， $OC=5cm$ ， $CD=8cm$ ，则 $AE=（\quad）cm$.



- A. 8 B. 5 C. 3 D. 2

【答案】A

【解答】解：∵ $AB \perp CD$ ， AB 是直径，

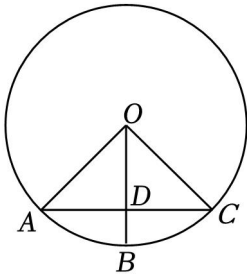
$$\therefore CE = ED = 4 \text{ cm},$$

$$\text{在 Rt}\triangle OEC \text{ 中, } OE = \sqrt{OC^2 - EC^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ (cm)},$$

$$\therefore AE = OA + OE = 5 + 3 = 8 \text{ (cm)},$$

故选：A.

3. (2023•宜昌) 如图， OA ， OB ， OC 都是 $\odot O$ 的半径， AC ， OB 交于点 D ．若 $AD = CD = 8$ ， $OD = 6$ ，则 BD 的长为 ()



- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

【答案】B

【解答】解：∵ $AD = CD = 8$ ，

$$\therefore OB \perp AC,$$

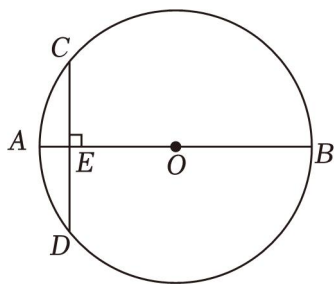
$$\text{在 Rt}\triangle AOD \text{ 中, } OA = \sqrt{AD^2 + OD^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10,$$

$$\therefore OB = 10,$$

$$\therefore BD = 10 - 6 = 4.$$

故选：B.

4. (2023•金寨县校级模拟) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 E ，若 $CD = 6$ ， $AB = 10$ ，则 AE 的长为 ()



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】A

【解答】解：连接 OC ，

$\because$ 直径 $AB \perp CD$ ，

$$\therefore EC = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \times 6 = 3,$$

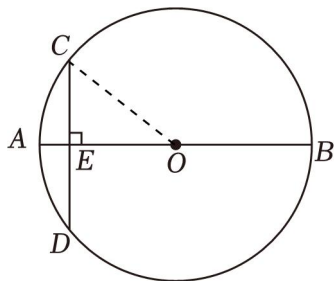
$\because AB = 10$ ，

$\therefore OC = OA = 5$ ，

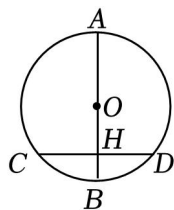
$$\therefore OE = \sqrt{OC^2 - CE^2} = 4,$$

$\therefore AE = OA - OE = 1$.

故选：A.



5. (2023•亳州三模) 如图，在 $\odot O$ 中，直径 $AB \perp CD$ 于点 H . 若 $AB = 10$, $CD = 8$ ，则 BH 的长为 ()



A. 5

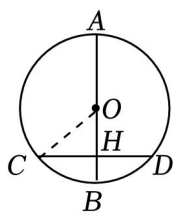
B. 4

C. 3

D. 2

【答案】D

【解答】解：连接 OC ，



$$\because AB \perp CD, CD=8,$$

$$\therefore CH=DH=\frac{1}{2}CD=4, \angle OHC=90^\circ,$$

$$\because AB=10,$$

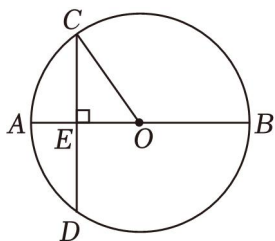
$$\therefore OB=OC=5,$$

$$\therefore OH=\sqrt{OC^2-CH^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3,$$

$$\therefore BH=OB-OH=2,$$

故选：D.

6. (2023·容县一模) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 是 $\odot O$ 的弦, $AB \perp CD$, 垂足为点 E , $CD=8\text{cm}$, $AB=10\text{cm}$, 则 $AE=\underline{2\text{cm}}$.



【答案】 2cm .

【解答】解：由题意可知, AB 垂直平分 CD , $OC=OA=\frac{1}{2}AB=5\text{cm}$,

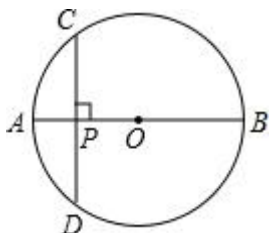
$$\therefore CE=\frac{1}{2}CD=4\text{cm},$$

$$\text{在 Rt}\triangle CEO \text{ 中, } OE=\sqrt{OC^2-CE^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm}),$$

$$\therefore AE=OA-OE=2\text{cm}.$$

故答案为: 2cm .

7. (2023·衡南县三模) 在 $\odot O$ 中, 直径 $AB=4$, 弦 $CD \perp AB$ 于 P , $OP=\sqrt{3}$, 则弦 CD 的长为 $\underline{2}$.



【答案】见试题解答内容

【解答】解：连接 OC ，

$\because$ 在 $\odot O$ 中，直径 $AB=4$ ，

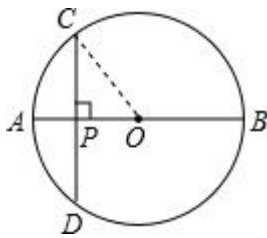
$$\therefore OA=OC=\frac{1}{2}AB=2,$$

$\therefore$ 弦 $CD \perp AB$ 于 P ， $OP=\sqrt{3}$ ，

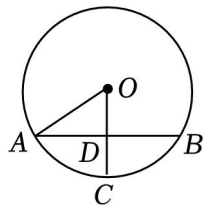
$$\therefore CP=\sqrt{OC^2-OP^2}=1,$$

$$\therefore CD=2CP=2.$$

故答案为：2.



8. (2023•东台市校级模拟) 如图， A 、 B 、 C 是 $\odot O$ 上的点， $OC \perp AB$ ，垂足为点 D ，若 $OA=5$ ， $AB=8$ ，则线段 CD 的长为 2 .



【答案】2.

【解答】解： $\because OC \perp AB$ ，

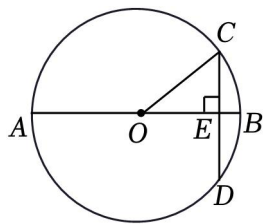
$$\therefore AD=BD=\frac{1}{2}AB=4,$$

$$\text{在 Rt}\triangle OAD \text{ 中，} OD=\sqrt{OA^2-AD^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3,$$

$$\therefore CD=OC-OD=5-3=2.$$

故答案为：2.

9. (2023•望城区模拟) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，且 $AB=10\text{cm}$ ，弦 $CD \perp AB$ 于点 E ， $CD=8\text{cm}$ ，连接 OC ，则 $BE=\underline{2}\text{cm}$.



【答案】2.

【解答】解：∵弦 $CD \perp AB$ ， $CD = 8\text{cm}$ ，

$$\therefore CE = \frac{1}{2}CD = 4\text{cm},$$

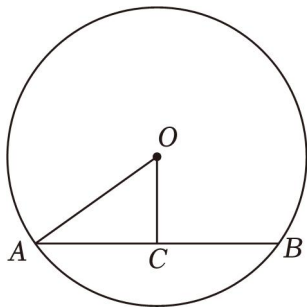
在 $\text{Rt}\triangle OEC$ 中， $OC = \frac{1}{2}AB = 5\text{cm}$ ，

$$\therefore OE = \sqrt{OC^2 - CE^2} = 3\text{cm},$$

$$\therefore BE = OB - OE = 2(\text{cm}),$$

故答案为：2.

10. (2023•长沙县二模) 如图， $\odot O$ 的半径为 5，弦 $AB = 8$ ，点 C 是 AB 的中点，连接 OC ，则 OC 的长为 3 .



【答案】3.

【解答】解：∵ C 是 AB 的中点，

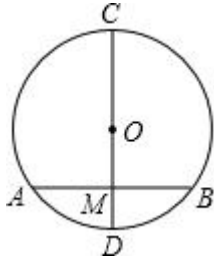
$$\therefore AC = \frac{1}{2}AB = 4, \quad OC \perp AB,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle OAC \text{ 中, } OC = \sqrt{OA^2 - AC^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3.$$

故答案为：3.

【题型 2 勾股定理与方程综合求线段】

11. (2023•邯郸模拟) 如图，以 CD 为直径的 $\odot O$ 中，弦 $AB \perp CD$ 于 M . $AB = 16$ ， $CM = 16$. 则 MD 的长为 ()



A. 4

B. 6

C. 8

D. 10

【答案】A

【解答】解：连接 OA ，如图，设 $\odot O$ 的半径为 r ，则 $OA=r$ ， $OM=16-r$ ，

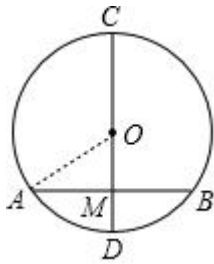
$\because AB \perp CD$ ，

$$\therefore AM=BM=\frac{1}{2}AB=8,$$

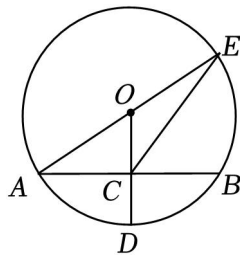
在 $\text{Rt}\triangle AOM$ 中， $8^2 + (16-r)^2 = r^2$ ，解得 $r=10$ ，

$$\therefore MD=CD-CM=20-16=4.$$

故选：A.



12. (2022 秋•南开区校级期末) 如图，在 $\odot O$ 中，半径 $OD \perp$ 弦 AB 于点 C ，连接 AO 并延长交 $\odot O$ 于点 E ，连接 EC ，若 $AB=8$ ， $CD=2$ ，则 EC 的长度为 ()



A. $2\sqrt{15}$

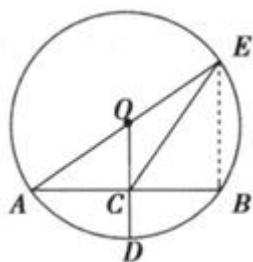
B. 8

C. $2\sqrt{10}$

D. $2\sqrt{13}$

【答案】D

【解答】解：如图，连接 BE ，设 $\odot O$ 的半径为 R ，



$\because OD \perp AB$,

$$\therefore AC = BC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4,$$

在 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中, $OA = r$, $OC = r - CD = r - 2$,

由勾股定理, 得 $OC^2 + AC^2 = OA^2$,

$$\therefore 4^2 + (r - 2)^2 = r^2, \text{ 解得 } r = 5,$$

$$\therefore OC = 5 - 2 = 3,$$

$\because O$ 是 AE 的中点, C 是 AB 的中点,

$\therefore OC$ 是三角形 ABE 的中位线,

$$\therefore BE = 2OC = 6,$$

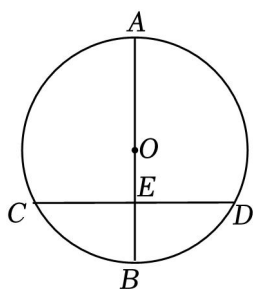
$\because AE$ 为 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ABE = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中, $CE = \sqrt{BC^2 + BE^2} = 2\sqrt{13}$.

故选: D .

13. (2022 秋·文登区期末) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , 若 $AE = CD = 8$, 则 $\odot O$ 的半径为 ()



A. 3

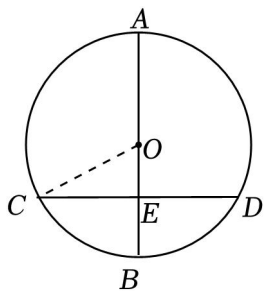
B. 4

C. $\frac{9}{2}$

D. 5

【答案】见试题解答内容

【解答】解: 连接 OC ,



$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , $AE = CD = 8$,

$$\therefore CE = DE = \frac{1}{2}CD = 4,$$

设 $OC = r$, 则 $OE = 8 - r$,

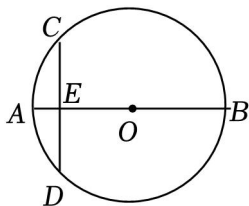
在 $\text{Rt}\triangle OCE$ 中,

$$OE^2 + CE^2 = OC^2, \text{ 即 } (8 - r)^2 + 4^2 = r^2,$$

解得 $r = 5$.

故选: D .

14. (2022 秋·西湖区校级期末) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 交于点 E . 若 $BE = 10$, $CD = 8$, 则 $\odot O$ 的半径为 ()



A. 3

B. 4.2

C. 5.8

D. 6

【答案】 C

【解答】 解: 连接 OC ,

设 $\odot O$ 的半径为 R , 则 $OE = 10 - R$,

$\because CD \perp AB$, AB 过圆心 O , $CD = 8$,

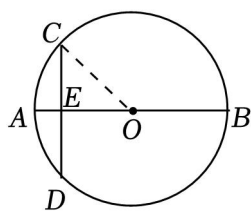
$$\therefore \angle OEC = 90^\circ, \quad CE = DE = 4,$$

$$\text{由勾股定理得: } OC^2 = CE^2 + OE^2, \quad R^2 = 4^2 + (10 - R)^2,$$

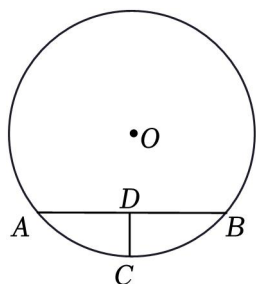
解得: $R = 5.8$,

即 $\odot O$ 的半径长是 5.8,

故选: C .



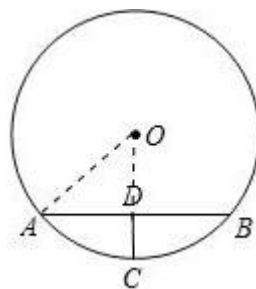
15. (2022 秋•泰山区校级期末) 一块圆形宣传标志牌简图如图所示, 点 A, B, C 在 $\odot O$ 上, CD 垂直平分 AB 于点 D . 现测得 $AB=16dm$, $DC=4dm$, 则圆形标志牌的半径为 ()



- A. $6dm$ B. $5dm$ C. $10dm$ D. $3dm$

【答案】C

【解答】解: 连接 OA, OD ,



$\because$ 点 A, B, C 在 $\odot O$ 上, CD 垂直平分 AB 于点 D ,

$AB=16dm$, $DC=4dm$,

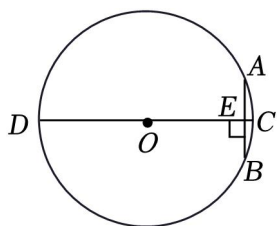
$\therefore AD=8dm$,

设圆形标志牌的半径为 r , 可得: $r^2=8^2+(r-4)^2$,

解得: $r=10$,

故选: C.

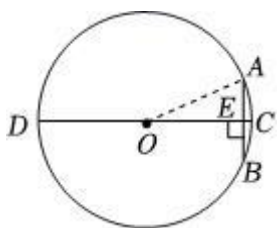
16. (2022 秋•任城区校级期末) 如图, CD 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $AB \perp CD$, 垂足为 E , $CE=2$ 寸, $AB=16$ 寸, 直径 CD 的长是 ()



- A. 28 寸 B. 30 寸 C. 36 寸 D. 34 寸

【答案】D

【解答】解：如图，连接 OA ，



$\because CD \perp AB$ ， CD 过圆心 O ， $AB=16$ 寸，

$\therefore \angle AEO=90^\circ$ ， $AE=BE=8$ 寸，

设圆的半径是 r 寸，在直角 $\triangle OAE$ 中， $OA=r$ 寸， $OE=(r-2)$ 寸，

由勾股定理得： $OA^2=OE^2+AE^2$ ，

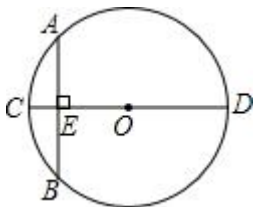
$$r^2=(r-2)^2+8^2,$$

解得： $r=17$ 。

则 $CD=2 \times 17=34$ （寸）。

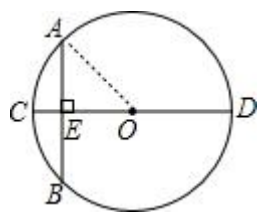
故选：D。

17. （2023•汉阳区校级一模）如图， CD 为 $\odot O$ 直径，弦 $AB \perp CD$ 于点 E ， $CE=1$ ， $AB=6$ ，则 CD 长为（ ）



- A. 10 B. 9 C. 8 D. 5

【答案】A



【解答】解：

设 $\odot O$ 的半径为 R ，则 $OE=R-1$ ，

$\because AB \perp CD$ ， $AB=6$ ，

$\therefore AE=BE=3$ ， $\angle AEO=90^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AEO$ 中，由勾股定理得： $AO^2=AE^2+OE^2$ ，

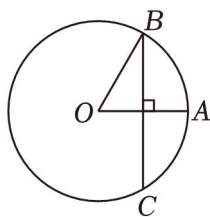
$$R^2=(R-1)^2+3^2,$$

解得： $R=5$ ，

即 $CD=10$ ，

故选： A 。

18. (2023•汇川区三模) 在半径为 r 的圆中，弦 BC 垂直平分 OA ，若 $BC=6$ ，则 r 的值是()



A. $\sqrt{3}$

B. $3\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{3}$

D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

【答案】 C

【解答】解：设 OA 交 BC 于点 D ，如图，

$\because BC$ 垂直平分 OA ，

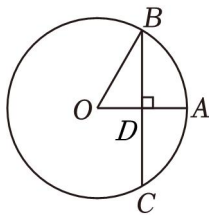
$$\therefore OD=\frac{1}{2}r, \quad BD=CD=\frac{1}{2}BC=3,$$

在 $\text{Rt}\triangle OBD$ 中， $(\frac{1}{2}r)^2+3^2=r^2$ ，

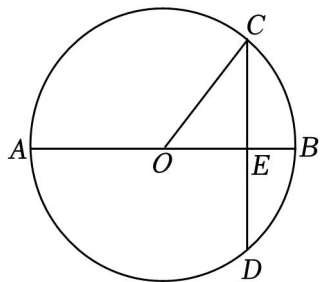
解得 $r_1=2\sqrt{3}$ ， $r_2=-2\sqrt{3}$ （舍去），

即 r 的值为 $2\sqrt{3}$ 。

故选： C 。



19. (2023 春·仪征市期末) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , $CE = \sqrt{3}$, $BE = 1$, 则 $OC =$ 2.



【答案】2.

【解答】解: 设 $OC = x$, 则 $OE = x - 1$, 在 $\text{Rt}\triangle COE$ 中由勾股定理得,

$$OC^2 = CE^2 + OE^2,$$

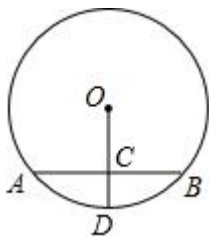
$$\text{即 } x^2 = (\sqrt{3})^2 + (x - 1)^2,$$

$$\text{解得 } x = 2,$$

$$\text{即 } OC = 2,$$

故答案为: 2.

20. (2023·大冶市一模) 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, C 是 AB 的中点, 连接 OC 并延长交 $\odot O$ 于点 D . 若 $CD = 1$, $AB = 4$, 则 $\odot O$ 的半径是 $\frac{5}{2}$.



【答案】见试题解答内容

【解答】解: 连接 OA ,

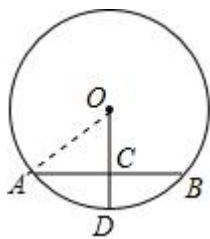
$\because C$ 是 AB 的中点,

$$\therefore AC = \frac{1}{2}AB = 2, \quad OC \perp AB,$$

$$\therefore OA^2 = OC^2 + AC^2, \quad \text{即 } OA^2 = (OA - 1)^2 + 2^2,$$

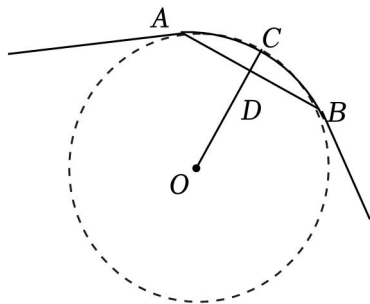
解得, $OA = \frac{5}{2}$,

故答案为: $\frac{5}{2}$.



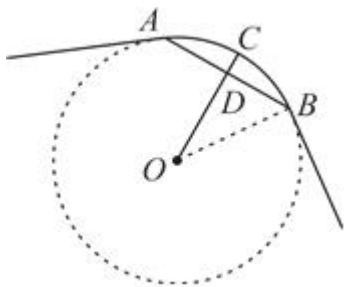
【题型3 垂径定理在实际中应用】

21. (2022 秋·海淀区校级月考) 如图, 一条公路的转弯处是一段圆弧 AB , 点 O 是弧 AB 的圆心, C 为弧 AB 上一点, $OC \perp AB$, 垂足为 D . 已知 $AB = 60m$, $CD = 10m$, 求这段弯路的半径.



【答案】这段弯路的半径为 $50m$.

【解答】解: 连接 OB ,



$\because OC \perp AB$,

$\therefore AD = BD = \frac{1}{2}AB = 30m$,

设半径为 r , 则 $OD = r - 10$,

在 $Rt\triangle OBD$ 中, $OD^2 + BD^2 = OB^2$,

即 $(r - 10)^2 + 30^2 = r^2$,

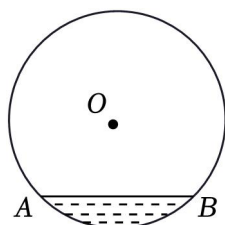
解得 $r = 50m$,

答: 这段弯路的半径为 $50m$.

22. (2022 秋•郾城区期中) 如图是一根圆形下水管道的横截面, 管内有少量的污水, 此时的水面宽 AB 为 0.6 米, 污水的最大深度为 0.1 米.

(1) 求此下水管横截面的半径;

(2) 随着污水量的增加, 水位又被抬升 0.7 米, 求此时水面的宽度增加了多少?



【答案】(1) 下水管半径为 0.5 米;

(2) 水位又被抬升 0.7 米, 水面的宽度增加了 0.2 米.

【解答】解: (1) 作半径 $OD \perp AB$ 于 C , 连接 OB , 则 $CD=0.1$ 米,

由垂径定理得: $BC = \frac{1}{2}AB = 0.3$ 米,

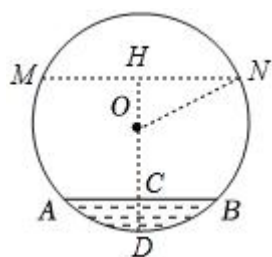
在 $\text{Rt}\triangle OBC$ 中, $OB^2 = OC^2 + BC^2$,

$$\therefore OB^2 = (OB - 0.1)^2 + 0.09,$$

$$\therefore BO = 0.5,$$

即下水管半径为 0.5 米;

(2) 如图, 过点 O 作 $OH \perp MN$ 于 H ,



$$\therefore NH = MH,$$

$\because$ 水位又被抬升 0.7 米,

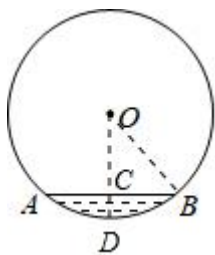
$$\therefore OH = 0.1 + 0.7 - 0.5 = 0.3 \text{ 米},$$

$$\therefore NH = \sqrt{ON^2 - OH^2} = \sqrt{0.25 - 0.09} = 0.4 \text{ 米},$$

$$\therefore MN = 0.8 \text{ 米},$$

$\therefore$ 增加了 0.2 米,

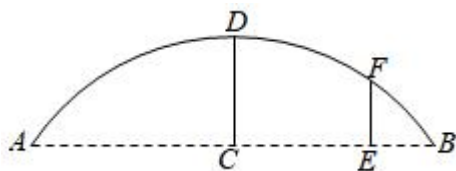
∴水位又被抬升 0.7 米，水面的宽度增加了 0.2 米.



23. (2022 秋·沭阳县期中) 如图是某蔬菜基地搭建一座圆弧型蔬菜棚，跨度 $AB=3.2$ 米，拱高 $CD=0.8$ 米 (C 为 AB 的中点， D 为弧 AB 的中点) .

(1) 求该圆弧所在圆的半径;

(2) 在距蔬菜棚的一端 0.4 米处竖立支撑杆 EF ，求支撑杆 EF 的高度.



【答案】0.4 米.

【解答】解：(1) 设弧 AB 所在的圆心为 O ， D 为弧 AB 的中点， $CD \perp AB$ 于 C ，延长 DC 经过 O 点，

则 $BC = \frac{1}{2}AB = 1.6$ (米)，

设 $\odot O$ 的半径为 R ，

在 $\text{Rt}\triangle OBC$ 中， $OB^2 = OC^2 + CB^2$ ，

$$\therefore R^2 = (R - 0.8)^2 + 1.6^2,$$

解得 $R = 2$ ，

即该圆弧所在圆的半径为 2 米；

(2) 过 O 作 $OH \perp FE$ 于 H ，

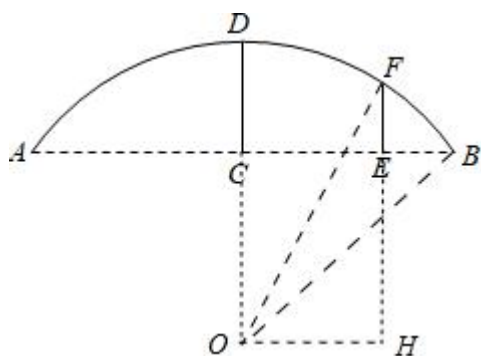
则 $OH = CE = 1.6 - 0.4 = 1.2 = \frac{6}{5}$ (米)， $OF = 2$ 米，

在 $\text{Rt}\triangle OHF$ 中， $HF = \sqrt{OF^2 - OH^2} = \sqrt{2^2 - (\frac{6}{5})^2} = 1.6$ (米)，

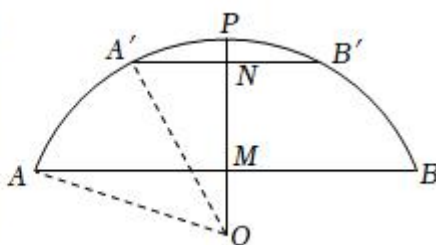
∴ $HE = OC = OD - CD = 2 - 0.8 = 1.2$ (米)，

∴ $EF = HF - HE = 1.6 - 1.2 = 0.4$ (米)，

即支撑杆 EF 的高度为 0.4 米.



24. 如图，有一拱桥是圆弧形，它的跨度（所对弦长）为 $60m$ ，拱高 $18m$ ，当水面涨至其跨度只有 $30m$ 时，就要采取紧急措施．某次洪水来到时，拱顶离水面只有 $4m$ ，问是否需要采取紧急措施？



【答案】不需要.

【解答】解： $\because AB=60$ 米， $MP=18$ 米， $OP \perp AB$ ，

$$\therefore AM = \frac{1}{2}AB = 30 \text{ (米)}, OM = OP - MP = (x - 18) \text{ 米},$$

在 $Rt\triangle OAM$ 中，由勾股定理得 $OA^2 = AM^2 + OM^2$ ，

$$\therefore x^2 = 30^2 + (x - 18)^2,$$

$$\therefore x = 34 \text{ (米)}.$$

当 $PN=4$ 时，

$$\because PN=4, OP=x,$$

$$\therefore ON = 34 - 4 = 30 \text{ (米)},$$

设 $A'N=y$ 米，在 $Rt\triangle OA'N$ 中，

$$\because OA' = 34, A'N=y, ON=30,$$

$$\therefore 34^2 = y^2 + 30^2,$$

$$\therefore y = 16 \text{ 或 } y = -16 \text{ (舍去)},$$

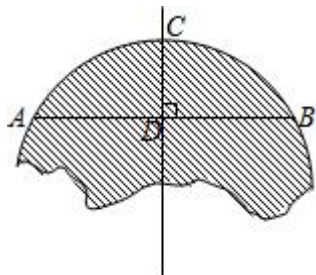
$$\therefore A'N = 16,$$

$$\therefore A'B' = 16 \times 2 = 32 \text{ (米)} > 30 \text{ 米},$$

∴不需要采取紧急措施.

25. 如图, 残缺轮片上弦 AB 的垂直平分线交弧 AB 于点 C , 交弦 AB 于点 D , 已知 $AB=24cm$, $CD=8cm$.

- (1) 找出此残缺轮片所在圆的圆心 (写出找到圆心的方法);
- (2) 求此圆的半径.



【答案】(1) 圆的圆心如图所示;

(2) 13.

【解答】解: (1) 连接 AC , 作线段 AC 的垂直平分线交直线 CD 为 O , 则点 O 为此残缺轮片所在圆的圆心;

(2) 连接 OA ,

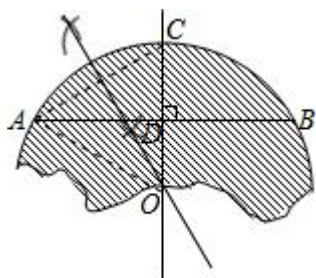
设此圆的半径为 rcm , 则 $OD = (r - 8)cm$,

∵ CD 是弦 AB 的垂直平分线, $AB=24cm$,

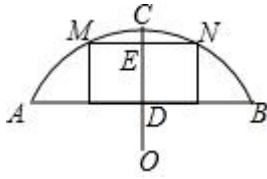
∴ $AD=12cm$,

在 $Rt\triangle AOD$ 中, $OA^2 = OD^2 + AD^2$, 即 $r^2 = (r - 8)^2 + 12^2$,

解得: $r=13$.

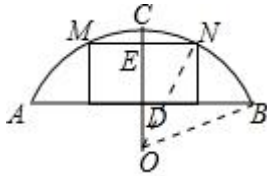


26. 某地有一座圆弧形拱桥, 所在圆的圆心为点 O , 桥下水面宽度 AB 为 $7.2m$, 过点 O 作 $OC \perp AB$ 于点 D , 交圆弧于点 C , $CD=2.4m$ (如图). 现有一艘宽 $3m$ 、船舱顶部高出水面 AB $2m$ 的货船要经过这座拱桥, 此货船能否顺利通过这座拱桥?



【答案】此货船能顺利通过这座拱桥.

【解答】解：如图，连接 ON ， OB .



$\because OC \perp AB$,

$\therefore D$ 为 AB 中点,

$\because AB = 7.2m$,

$\therefore BD = \frac{1}{2}AB = 3.6m$.

又 $\because CD = 2.4m$,

设 $OB = OC = ON = r$ ，则 $OD = (r - 2.4)m$.

在 $Rt\triangle BOD$ 中，根据勾股定理得： $r^2 = (r - 2.4)^2 + 3.6^2$,

解得 $r = 3.9$.

$\because CD = 2.4m$ ，船舱顶部为正方形并高出水面 $2m$,

$\therefore CE = 2.4 - 2 = 0.4m$,

$\therefore OE = r - CE = 3.9 - 0.4 = 3.5m$,

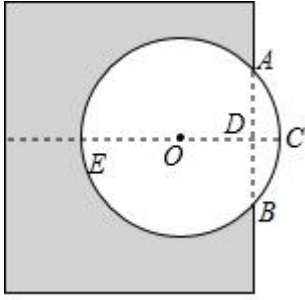
在 $Rt\triangle OEN$ 中， $EN^2 = ON^2 - OE^2 = 3.9^2 - 3.5^2 = 2.96 (m^2)$,

$\therefore EN = \sqrt{2.96} (m)$.

$\therefore MN = 2EN = 2 \times \sqrt{2.96} \approx 3.44m > 3m$.

$\therefore$ 此货船能顺利通过这座拱桥.

27. 我国古算书《九章算术》中有“圆材埋壁”一题：“今有圆材，埋在壁中，不知大小，以锯锯之，深一寸，锯道长一尺，问径（直径）几何？”（注：如图， $\odot O$ 表示圆材截面， CE 是 $\odot O$ 的直径， AB 表示“锯道”， CD 表示“锯深”，1 尺 = 10 寸，求圆材的直径长就是求 CE 的长.）



【答案】见试题解答内容

【解答】解：连接 OA ，如图所示：

$$\because AB \perp CE,$$

$$\therefore AD = BD,$$

$$\because AB = 10,$$

$$\therefore AD = 5,$$

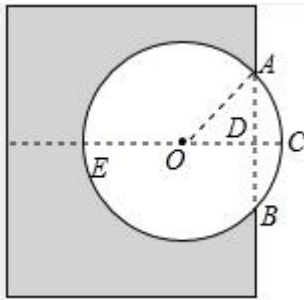
在 $\text{Rt}\triangle AOE$ 中， $\because OA^2 = OD^2 + AD^2$,

$$\therefore OA^2 = (OA - 1)^2 + 5^2,$$

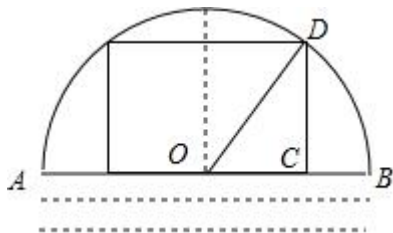
解得： $OA = 13$,

$$\therefore CD = 2AO = 26;$$

即直径为 26 寸.



28. 如图，半圆拱桥的圆心为 O ，圆的半径为 $5m$ ，一只 $8m$ 宽的船装载一集装箱，箱顶宽 $6m$ ，离水面 AB 高 $3.8m$ ，这条船能过桥洞吗？请说明理由.



【答案】见试题解答内容

【解答】解：如图，过点 O 作 $OF \perp DE$ 于点 F ，则 $EF = DF = \frac{1}{2}DE$ ，

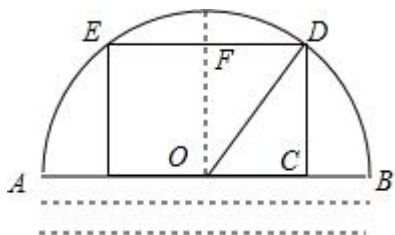
假设 $DE = 6m$ ，则 $DF = 3m$ ，

$\because$ 圆的半径为 $5m$ ，

$\therefore OD = 5m$ ，

$\therefore OF = \sqrt{OD^2 - DF^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 > 3.8$ ，

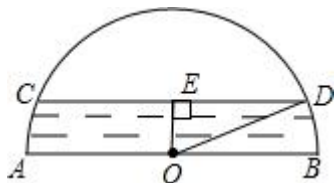
$\therefore$ 这条船能过桥洞.



29. (2022 秋·沭阳县校级月考) 如图是一个半圆形桥洞截面示意图，圆心为 O ，直径 AB 是河底线，弦 CD 是水位线， $CD \parallel AB$ ，且 $AB = 26m$ ， $OE \perp CD$ 于点 E 。水位正常时测得 $OE : CD = 5 : 24$

(1) 求 CD 的长；

(2) 现汛期来临，水面要以每小时 $4m$ 的速度上升，则经过多长时间桥洞会刚刚被灌满？



【答案】见试题解答内容

【解答】解：(1) $\because$ 直径 $AB = 26m$ ，

$\therefore OD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 26 = 13m$ ，

$\because OE \perp CD$ ，

$\therefore DE = \frac{1}{2}CD$ ，

$\because OE : CD = 5 : 24$ ，

$\therefore OE : ED = 5 : 12$ ，

$\therefore$ 设 $OE = 5x$ ， $ED = 12x$ ，

$\therefore$ 在 $Rt\triangle ODE$ 中 $(5x)^2 + (12x)^2 = 13^2$ ，

解得 $x=1$,

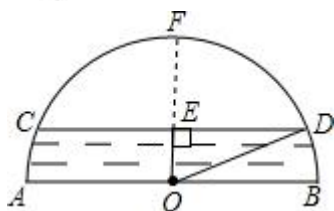
$$\therefore CD=2DE=2\times 12\times 1=24m;$$

(2) 由 (1) 得 $OE=1\times 5=5m$,

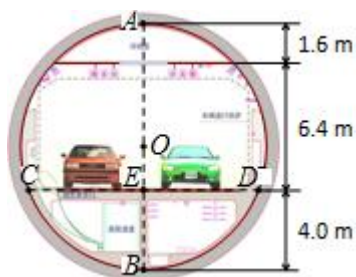
延长 OE 交圆 O 于点 F ,

$$\therefore EF=OF-OE=13-5=8m,$$

$$\therefore \frac{8}{4}=2 \text{ (小时)}, \text{ 即经过 } 2 \text{ 小时桥洞会刚刚被灌满.}$$



30. (2022 秋•东台市期中) 如图, 是一张盾构隧道断面结构图. 隧道内部为以 O 为圆心, AB 为直径的圆. 隧道内部共分为三层, 上层为排烟道, 中间为行车隧道, 下层为服务层. 点 A 到顶棚的距离为 $1.6m$, 顶棚到路面的距离是 $6.4m$, 点 B 到路面的距离为 $4.0m$. 请求出路面 CD 的宽度. (精确到 $0.1m$)



【答案】见试题解答内容

【解答】解: 如图, 连接 OC , AB 交 CD 于 E ,

由题意知: $AB=1.6+6.4+4=12$,

所以 $OC=OB=6$,

$$OE=OB-BE=6-4=2,$$

由题意可知: $AB\perp CD$,

$\therefore AB$ 过 O ,

$$\therefore CD=2CE,$$

在 $Rt\triangle OCE$ 中, 由勾股定理得: $CE=\sqrt{OC^2-OE^2}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$,

$$\therefore CD=2CE=8\sqrt{2}\approx 11.3m,$$

所以路面 CD 的宽度为 $11.3m$.

