

无锡市东林中学 2022-2023 学年第一学期初二数学期中试 卷

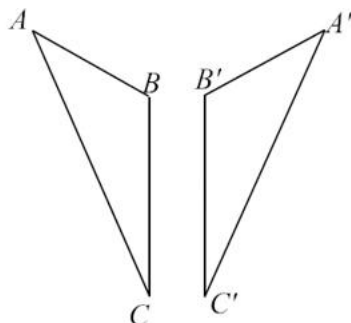
考试时间：100 分钟 满分分值：120 分

一. 选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.）

1. 2022 年北京冬奥会冰雪运动项目的图标中，是轴对称图形的是（ ）

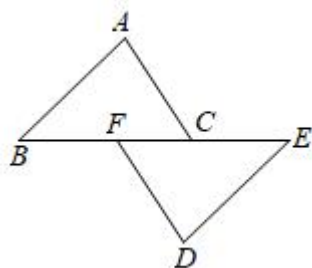


2. 如图， $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ ，其中 $\angle A = 37^\circ$ ， $\angle C' = 23^\circ$ ，则 $\angle B =$ （ ）



A. 60° B. 100° C. 120° D. 135°

3. 如图，点 B, F, C, E 共线， $\angle B = \angle E$ ， $BF = EC$ ，添加一个条件，不能判断 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的是（ ）



A. $AB = DE$ B. $\angle A = \angle D$ C. $AC = DF$ D. $AC \parallel FD$

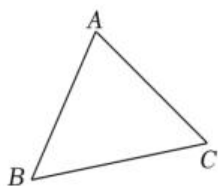
4. 下面各组数是三角形的三边的长，则能构成直角三角形的是（ ）

A. 2, 2, 3 B. 5, 6, 7 C. 4, 5, 6 D. 60, 80, 100

5. 下列命题不正确的是

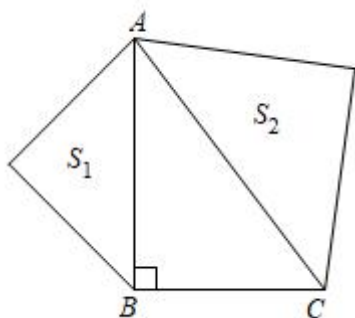
- A. 等腰三角形的底角不能是钝角
- B. 等腰三角形不能是直角三角形
- C. 若一个三角形有三条对称轴，那么它一定是等边三角形
- D. 两个全等的且有一个锐角为 30° 的直角三角形可以拼成一个等边三角形

6. 如图, 兔子的三个洞口 A 、 B 、 C 构成 $\triangle ABC$, 猎狗想捕捉兔子, 必须到三个洞口的距离都相等, 则猎狗应蹲守在 $\triangle ABC$ ()



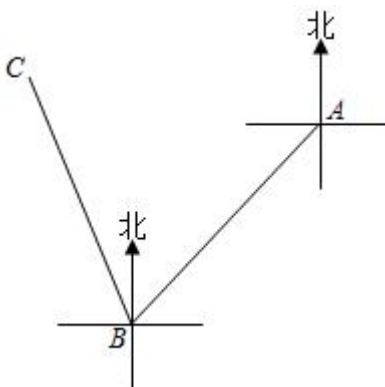
- A. 三条中线的交点
- B. 三条高的交点
- C. 三条边的垂直平分线的交点
- D. 三个角的角平分线的交点

7. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, 分别以 AB 、 AC 为斜边向外作等腰直角三角形, 它们的面积分别记作 S_1 与 S_2 , 若 $S_1=16$, $S_2=25$, 则 BC 的长为 ()



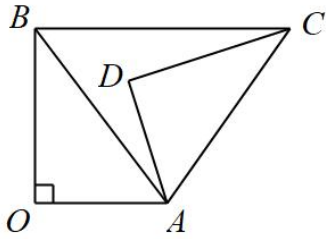
- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

8. 一艘轮船由海平面上 A 地出发向南偏西 40° 的方向行驶 100 海里到达 B 地, 再由 B 地向北偏西 20° 的方向行驶 100 海里到达 C 地, 则 A, C 两地相距 ()



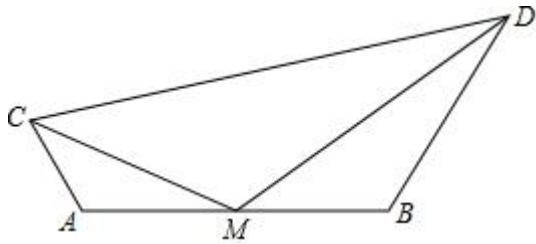
- A. 100 海里 B. 80 海里 C. 60 海里 D. 40 海里

9. 如图, $\triangle AOB \cong \triangle ADC$, 点 B 和点 C 是对应顶点, $\angle O = \angle D = 90^\circ$, 记 $\angle OAD = \alpha$, $\angle ABO = \beta$, $\angle ABC = \angle ACB$, 当 $BC \parallel OA$ 时, α 与 β 之间的数量关系为 ()



- A. $\alpha = \beta$ B. $\alpha = 2\beta$ C. $\alpha + \beta = 90^\circ$ D. $\alpha + 2\beta = 180^\circ$

10. 如图，点 C 、 D 在线段 AB 的同侧， $CA=4$ ， $AB=12$ ， $BD=9$ ， M 是 AB 的中点， $\angle CMD=120^\circ$ ，则 CD 长的最大值是（ ）

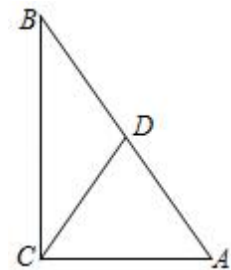


- A. 16 B. 19 C. 20 D. 21

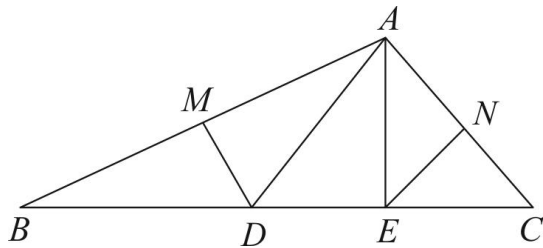
二. 填空题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

11. 等腰三角形的两边长分别是 4 和 9，则它的周长为_____.

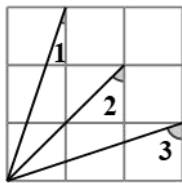
12. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， D 是 AB 中点， $AC=3$ ， $BC=4$ ，则 $DC=$ _____.



13. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， DM ， EN 分别垂直平分 AB 和 AC ，交 BC 于点 D ， E ，若 $\triangle ADE$ 的周长为 19cm，则 $BC=$ _____

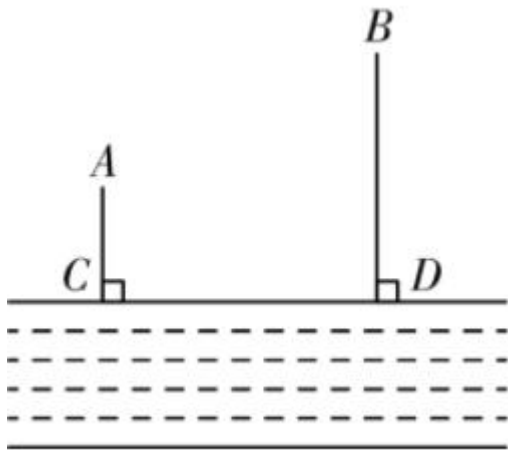


14. 如图，在正方形网格中， $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$ _____



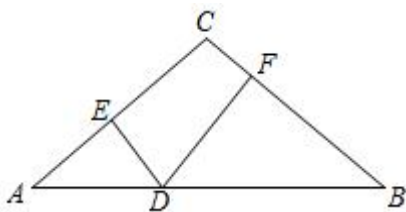
15. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=110^\circ$, 点 D 在 BC 边上, 连接 AD , 若 $\triangle ABD$ 为直角三角形, 则 $\angle ADC$ 的度数为_____.

16. 如图所示, A 村、 B 村都在河边 CD 的同侧, 已知 $AC=1\text{km}$, $BD=3\text{km}$, $CD=3\text{km}$. 若在河边 CD 上选点建水厂, 则 A 村、 B 村到水厂的距离之和的最小值为 _____.



17. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=9$, $BC=12$, 将它的一条直角边沿一锐角角平分线所在直线翻折, 使直角顶点落在斜边上点 D 处, 折痕交另一直角边于点 E , 则折叠后不重合部分三角形的周长为_____.

18. 如图, 在等腰三角形 ACB 中, $AC=BC=10$, $AB=16$, D 为底边 AB 上一动点(不与点 A , B 重合), $DE\perp AC$, $DF\perp BC$, 垂足分别为点 E , F , 则 $DE+DF$ 等于_____.

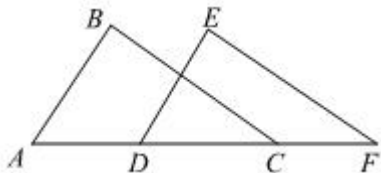


三. 解答题 (本大题共 8 小题, 共 66 分)

19. 如图, 点 A 、 D 、 C 、 F 在同一条直线上, $AD=CF$, $AB=DE$, $BC=EF$.

(1)求证: $\triangle ABC\cong\triangle DEF$;

(2)若 $\angle A=55^\circ$, $\angle B=88^\circ$, 求 $\angle F$ 的度数.



20. 图 1、图 2 分别是 8×6 的网格，网格中每个小正方形的边长均为 1，线段 AB 的端点在小正方形的顶点上，请在图 1、图 2 中各画一个图形，分别满足以下要求：

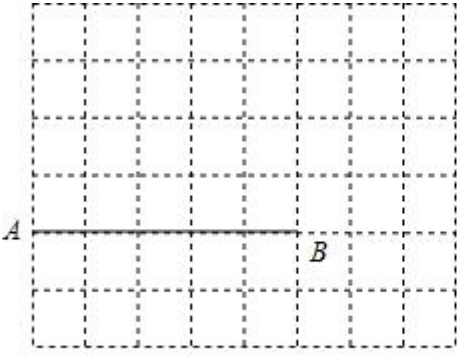


图1

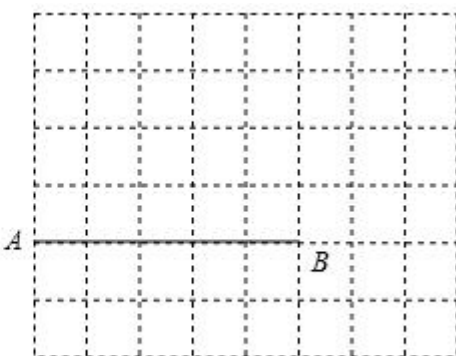


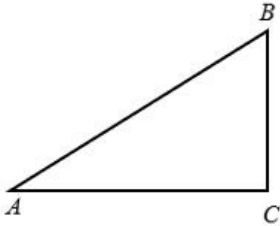
图2

(1) 在图 1 中画一个以线段 AB 为一边，面积为 15 的轴对称图形，且所画图形的各顶点必须在小正方形的顶点上.

(2) 在图 2 中画一个以线段 AB 为一边的等腰三角形，所画等腰三角形的各顶点必须在小正方形的顶点上.

(3) 直接写出图 2 所画三角形的面积.

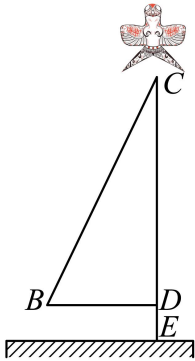
21. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AB=10$ ， $BC=6$.



(1) 作图：作 AB 边的垂直平分线分别交 AB ， AC 于点 E ， F . (用尺规作图，保留作图痕迹，不要求写作法)；

(2) 在 (1) 的条件下，求线段 EF 的长.

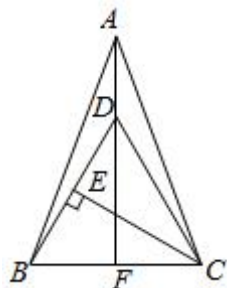
22. “儿童放学归来早，忙趁东风放纸鸢”. 又到了放风筝的最佳时节，某校八年级 (1) 班的小明和小亮学习了“勾股定理”之后，为了测得风筝的垂直高度 CE ，他们进行了如下操作：①测得水平距离 BD 的长为 15 米；②根据手中剩余线的长度计算出风筝线 BC 的长为 25 米；③牵线放风筝的小明的身高为 1.6 米.



(1)求风筝的垂直高度 CE ；

(2)如果小明想风筝沿 CD 方向下降 12 米，则他应该往回收线多少米？

23. 如图所示，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， AF 为 BC 的中线， D 为 AF 上的一点，且 BD 的垂直平分线过点 C 并交 BD 于 E ，求证： $\triangle BCD$ 是等边三角形.



24. (1) 如图 1，已知：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $AB=AC$ ，直线 m 经过点 A ， $BD \perp$ 直线 m ， $CE \perp$ 直线 m ，垂足分别为点 D 、 E . 证明： $DE=BD+CE$. (提示：由于 $DE=AD+AE$ ，证明 $AD=CE$ ， $AE=BD$ 即可)

(2) 如图 2，将 (1) 中的条件改为：在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， D 、 A 、 E 三点都在直线 m 上，并且有 $\angle BDA=\angle AEC=\angle BAC=\alpha$ ，其中 α 为任意钝角，请问结论 $DE=BD+CE$ 是否成立？如成立，请你给出证明；若不成立，请说明理由.

(3) 如图 3， D 、 E 是 D 、 A 、 E 三点所在直线 m 上的两动点 (D 、 A 、 E 三点互不重合)，点 F 为 $\angle BAC$ 平分线上的一点，且 $\triangle ABF$ 和 $\triangle ACF$ 均为等边三角形，连接 BD 、 CE ，若 $\angle BDA=\angle AEC=\angle BAC$ ，试证明 $\triangle DEF$ 是等边三角形.

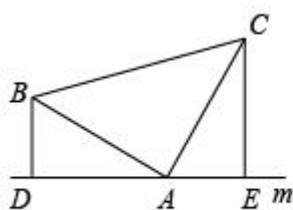


图1

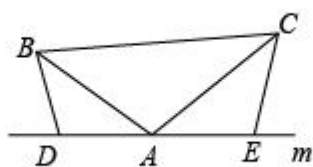


图2

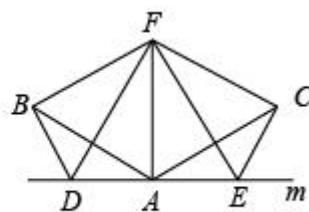


图3

25. 如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=BC=20$ cm，动点 P 以每秒 1cm 的速度从点 A 出发，沿线段 AB 向点 B 运动. 设点 P 的运动时间为 $t(t>0)$ 秒.

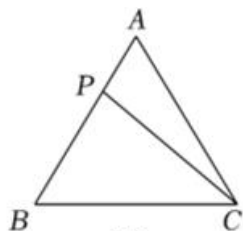
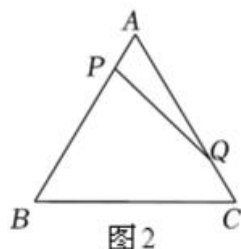


图1

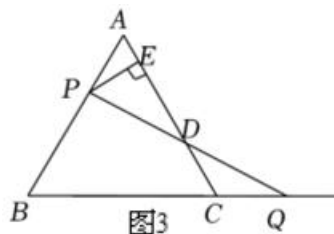
(知识储备：一个角是 60° 的等腰三角形是等边三角形. 直角三角形中 30° 角所对的边等于斜边的一半.).

(1)当 $t=10$ 时, 求证: $\triangle PAC$ 是直角三角形.

(2)如图 2, 若另一动点 Q 在线段 CA 上以每秒 2cm 的速度由点 C 向点 A 运动, 且与点 P 同时出发, 点 Q 到达终点 A 时点 P 也随之停止运动. 当 $\triangle PAQ$ 是直角三角形时, 直接写出 t 的值.



(3)如图 3, 若另一动点 Q 从点 C 出发, 以每秒 1cm 的速度沿射线 BC 方向运动, 且与点 P 同时出发. 当点 P 到达终点 B 时点 Q 也随之停止运动, 连接 PQ 交 AC 于点 D , 过点 P 作 $PE \perp AC$ 于 E . 在运动过程中, 线段 DE 的长度是否发生变化? 为什么?



1. D

【分析】根据轴对称图形的概念对选项逐个判断即可.

【详解】解: A、不是轴对称图形, 不符合题意;

B、不是轴对称图形, 不符合题意;

C、不是轴对称图形, 不符合题意;

D、是轴对称图形, 符合题意;

故选: D

【点睛】此题考查了轴对称图形的识别, 解题的关键是熟练掌握轴对称图形的概念, 若一个图形沿着一条直线折叠后两部分能完全重合, 这样的图形就叫做轴对称图形, 这条直线叫做对称轴.

2. C

【分析】由全等三角形的性质, 先求出 $\angle C = \angle C' = 23^\circ$, 根据三角形内角和定理求出 $\angle B$ 的度数.

【详解】解: $\because \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$,

$$\therefore \angle C = \angle C' = 23^\circ.$$

$$\because \angle A = 37^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 180^\circ - 37^\circ - 23^\circ = 120^\circ;$$

故选: C.

【点睛】本题考查了三角形的内角和定理, 全等三角形的性质, 解题的关键是掌握所学的知识, 正确得到 $\angle C$ 的度数.

3. C

【分析】根据全等三角形的判定与性质逐一分析即可解题.

【详解】解: $\because BF = EC$,

$$\therefore BC = EF$$

A. 添加一个条件 $AB = DE$,

$$\text{又} \because BC = EF, \angle B = \angle E$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (SAS)$$

故 A 不符合题意;

B. 添加一个条件 $\angle A = \angle D$

$$\text{又} \because BC = EF, \angle B = \angle E$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (AAS)$$

故 B 不符合题意；

C. 添加一个条件 $AC=DF$ ，不能判断 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，故 C 符合题意；

D. 添加一个条件 $AC \parallel FD$

$$\therefore \angle ACB = \angle EFD$$

$$\text{又} \because BC = EF, \angle B = \angle E$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (ASA)$$

故 D 不符合题意，

故选：C.

【点睛】本题考查添加条件使得三角形全等即全等三角形的判定，是重要考点，难度较易，掌握相关知识是解题关键.

4. D

【分析】根据勾股定理逆定理：如果三角形两条边的平方和等于第三边的平方，那么这个三角形是直角三角形，据此逐项计算判断即可.

【详解】解：A. $\because 2^2 + 2^2 \neq 3^2$ ， $\therefore 2, 2, 3$ 不能构成直角三角形；

B. $\because 5^2 + 6^2 \neq 7^2$ ， $\therefore 5, 6, 7$ 不能构成直角三角形；

C. $\because 4^2 + 5^2 \neq 6^2$ ， $\therefore 4, 5, 6$ 不能构成直角三角形；

D. $\because 60^2 + 80^2 = 100^2$ ， $\therefore 60, 80, 100$ 不能构成直角三角形；

故选：D.

【点睛】本题考查了根据勾股定理逆定理判断能否构成直角三角形，勾股定理的逆定理：若三角形三边满足 $a^2 + b^2 = c^2$ ，那么这个三角形是直角三角形. 解题的关键是熟练掌握勾股定理的逆定理.

5. B

【分析】根据等腰三角形的性质及等边三角形的判定方法依次分析各项即可

【详解】解：A、C、D、均正确，不符合题意；

B、等腰直角三角形就是直角三角形，故错误，本选项符合题意.

【点睛】等腰三角形的性质的应用贯穿于整个初中学习，是平面图形中极为重要的知识点，与各个知识点结合极为容易，是中考中的热点，在各种题型中均有出现，需多加关注.

6. C

【分析】根据线段垂直平分线的性质解答即可.

【详解】解：∵兔子的三个洞口 A 、 B 、 C 构成 $\triangle ABC$ ，猎狗想捕捉兔子，必须到三个洞口的距离都相等，

设猎狗在点 P ，则 $PA = PB$ ，

∴点 P 在线段 AB 的垂直平分线上，

同理，点 P 在线段 AC 、 BC 的垂直平分线上，

∴猎狗应蹲守在 $\triangle ABC$ 在三条边的垂直平分线的交点，

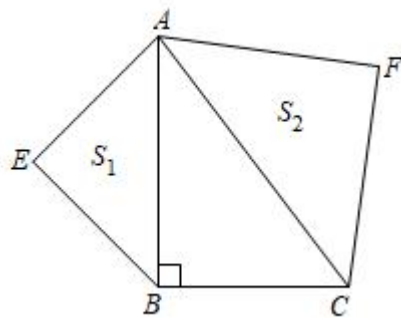
故选：C.

【点睛】本题考查的是线段的垂直平分线的性质，掌握线段的垂直平分线上的点到线段的两个端点的距离相等是解题的关键.

7. B

【分析】利用勾股定理根据条件先求出 AB 、 AC 的长，再在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 利用勾股定理求解.

【详解】解：如图：



在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中，由题意解得： $S_1 = \frac{1}{2} AE \cdot BE = 16$ ，且 $AE = BE$ ，

解得： $AE = BE = 4\sqrt{2}$ ，

∴ $AB = \sqrt{AE^2 + BE^2} = 8$ ，

同理，在 $\text{Rt}\triangle AFC$ 中，由题意解得： $AF = CF = 5\sqrt{2}$ ，

∴ $AC = \sqrt{AF^2 + CF^2} = 10$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，由勾股定理：

$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 6$ ，

故选：B.

【点睛】本题考查了勾股定理的运用，解题的关键是利用勾股定理求出直角边，再求解.

8. A

【分析】先求得 $\angle CBA = 60^\circ$ ，然后可判断 $\triangle ABC$ 为等边三角形，从而可求得 AC 的长.

【详解】解：如图所示：连接 AC .

$\because$ 点 B 在点 A 的南偏西 40° 方向，点 C 在点 B 的北偏西 20° 方向，

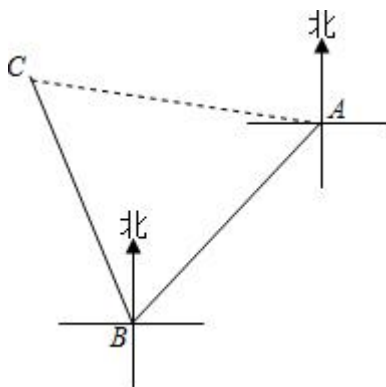
$\therefore \angle CBA = 60^\circ$.

又 $\because BC = BA$,

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形.

$\therefore AC = BC = AB = 100$ 海里.

故选：A.



【点睛】本题主要考查的是方向角、等边三角形的性质和判定，证得 $\triangle ABC$ 为等边三角形是解题的关键.

9. B

【分析】根据全等三角形的性质得到 $\angle OAB = \angle DAC$ ，再根据平行线的性质，得到 $\angle OAB = \angle ABC = 90^\circ - \beta$ ，利用 $\angle OAD + \angle DAC + \angle ACB = 180^\circ$ ，即可解答.

【详解】解： $\because \triangle AOB \cong \triangle ADC$ ， $\angle O = \angle D = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle DAC = \angle OAB = 90^\circ - \angle OBA = 90^\circ - \beta$ ，

$\because BC \parallel OA$ ， $\angle ABC = \angle ACB$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \angle OAB = 90^\circ - \beta$ ， $\angle OAC + \angle ACB = 180^\circ$ ，

$\because \angle OAC = \angle OAD + \angle DAC$ ，

$\therefore \alpha + 90^\circ - \beta + 90^\circ - \beta = 180^\circ$ ，

化简得： $\alpha = 2\beta$.

故选：B.

【点睛】本题考查了全等三角形的性质，平行线的性质，结合图形和题意找到角之间的关系是解题的关键.

10. B

【分析】作点 A 关于 CM 的对称点 A' ，作点 B 关于 DM 的对称点 B' ，证明 $\triangle A'MB'$ 为等边三角形，即可解决问题.

【详解】解：如图，作点 A 关于 CM 的对称点 A' ，点 B 关于 DM 的对称点 B' .

$$\because \angle CMD = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle AMC + \angle DMB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CMA' + \angle DMB' = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle A'MB' = 60^\circ,$$

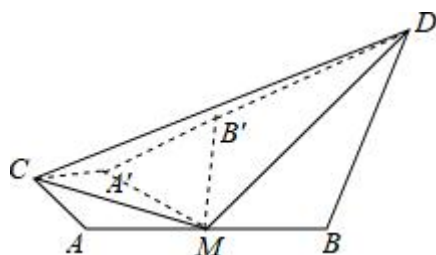
$$\because MA' = MB',$$

$\therefore \triangle A'MB'$ 为等边三角形

$$\because CD \leq CA' + A'B' + B'D = CA + AM + BD = 4 + 6 + 9 = 19,$$

$\therefore CD$ 的最大值为 19,

故选：B.



【点睛】本题主要考查了翻折变换的运用，等边三角形的判定和性质，两点之间线段最短等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，学会利用两点之间线段最短解决最值问题.

11. 22

【分析】题目给出等腰三角形有两条边长为 4 和 9，而没有明确腰、底分别是多少，所以要进行讨论，还要应用三角形的三边关系验证能否组成三角形.

【详解】解：当腰为 9 时，周长 $= 9 + 9 + 4 = 22$ ；

当腰长为 4 时，根据三角形三边关系可知此情况不成立；

根据三角形三边关系可知：等腰三角形的腰长只能为 9，这个三角形的周长是 22.

故答案为：22.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系；已知没有明确腰和底边的题目一定要想到两种情况，分类进行讨论，还应验证各种情况是否能构成三角形进行解答，这点非常重要，也是解题的关键.

12. $\frac{5}{2}$

【分析】由勾股定理求出 AB 的长，即可求得 CD .

【详解】解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

由勾股定理得： $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，

$\because D$ 是 AB 中点，

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB = \frac{5}{2}.$$

故答案为： $\frac{5}{2}$.

【点睛】本题考查了勾股定理和直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，解题的关键是熟记性质.

13. 19cm##19 厘米

【分析】如图，由题意可知 $DA = DB$ ， $EA = EC$ ，再由 $AD + AE + DE = 19$ ，即可推出 $BD + EC + DE = 19$ ，即 $BC = 19$.

【详解】解： $\because$ 边 AB 的垂直平分线交 BC 于点 D ，边 AC 的垂直平分线交 BC 于点 E ，

$$\therefore DA = DB, EA = EC,$$

$$\therefore AD + AE + DE = 19,$$

$$\therefore BD + EC + DE = 19,$$

即 $BC = 19$.

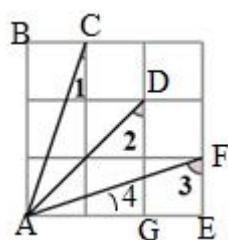
故答案为：19cm .

【点睛】本题考查了线段垂直平分线的性质，三角形的周长，解答本题的关键是利用线段垂直平分线的性质得出 $DA = DB$ ， $EA = EC$ ，进而进行等量代换即可.

14. 135°

【分析】先证明 $\triangle ABC \cong \triangle AEF$ ，然后证明 $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ ，再根据等腰直角三角形的性质可得 $\angle 2 = 45^\circ$ ，进而可得答案.

【详解】解：如下图



∵在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AEF$ 中,

$$\begin{cases} AB=AE \\ \angle B=\angle E \\ BC=FE \end{cases}$$

∴ $\triangle ABC \cong \triangle AEF$ (SAS),

∴ $\angle BAC = \angle 4$,

∵ $\angle BAC = \angle 1$,

∴ $\angle 4 = \angle 1$,

∵ $\angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$,

∴ $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$,

∵ $AG = DG$, $\angle AGD = 90^\circ$,

∴ $\angle 2 = 45^\circ$,

∴ $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 135^\circ$,

故答案为: 135°

【点睛】本题考查了三角形全等的判定和性质,等腰直角三角形的性质,准确识图判断出全等三角形是解题的关键.

15. 125° 或 90° .

【分析】要分情况去考虑: ① $\angle ADB = 90^\circ$, ② $\angle BAD = 90^\circ$ 然后根据外角定理得出答案即可.

【详解】解: ∵在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 110^\circ$,

∴ $\angle B = \angle C = 35^\circ$,

∵点D在BC边上, $\triangle ABD$ 为直角三角形,

∴当 $\angle BAD = 90^\circ$ 时, 则 $\angle ADB = 55^\circ$,

∴ $\angle ADC = 125^\circ$,

当 $\angle ADB = 90^\circ$ 时,

则 $\angle ADC = 90^\circ$,

故答案为: 125° 或 90° .

【点睛】本题考查的是三角形中的分类讨论思想,根据两种情况分别得出答案即可.

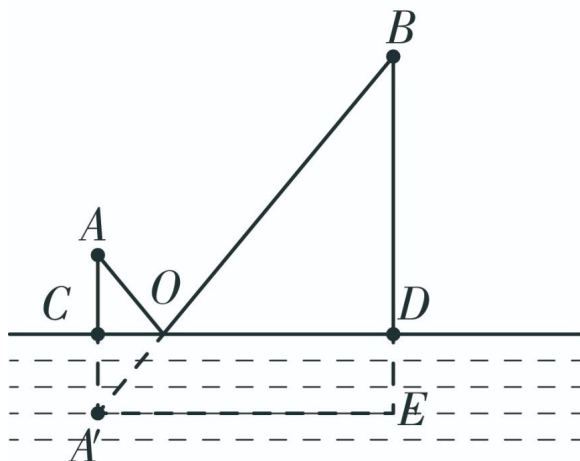
16. $5km$

【分析】作点A关于河CD的对称点A', 连接A'B交河CD于O点, 根据轴对称确定最短路线问题, 点O就是水厂的位置, 作出以A'B为斜边的直角 $\triangle A'BE$, 利用勾股定理求出A'B即

可.

【详解】解：作点A关于河CD的对称点A'，连接A'B交河CD于O点，根据轴对称确定最短路线问题，点O就是水厂的位置；

作出以A'B为斜边的直角△A'BE，



$$\because AC = 1\text{km}, BD = 3\text{km}, CD = 3\text{km},$$

$$\therefore A'E = CD = 3\text{km}, BE = 3 + 1 = 4(\text{km}),$$

$$\text{由勾股定理得, } A'B = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\text{km}),$$

故答案是：5km.

【点睛】本题考查了轴对称确定最短路线问题，勾股定理，解题的关键是：熟练掌握最短路线的确定方法.

17. 18 或 12

【分析】首先利用勾股定理求出 Rt△ABC 的斜边 AB 的长，然后根据题意，分两种情况：

第一种情况，如图 1，不重合部分是 △BDE，由折叠的性质可得 AD = AC = 9，DE = CE，然后得出 BD 的长，最后 △BDE 的周长 BE + DE + BD 转化为求 BC + BD 即可；

第二种情况：如图 2，不重合部分是 △ADE，由折叠的性质可得 BD = BC = 12，DE = CE，然后得出 AD 的长，最后 △BDE 的周长 AE + DE + AD 转化为求 AC + BD 即可.

【详解】解：在 Rt△ABC 中，∠C = 90°，AC = 9，BC = 12，

$$\therefore AB = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$$

可分两种情况：

第一种情况：如图 1，不重合部分是 △BDE，

∵ 直角边 AC 沿 $\angle A$ 的平分线所在直线 AE 翻折，直角顶点 C 落在斜边上点 D 处，

$$\therefore AD = AC = 9, \quad DE = CE,$$

$$\therefore BD = AB - AD = 15 - 9 = 6,$$

$$\therefore BE + DE + BD$$

$$= BE + CE + BD$$

$$= BC + BD$$

$$= 12 + 6$$

$$= 18$$

∴ $\triangle BDE$ 的周长为 18；

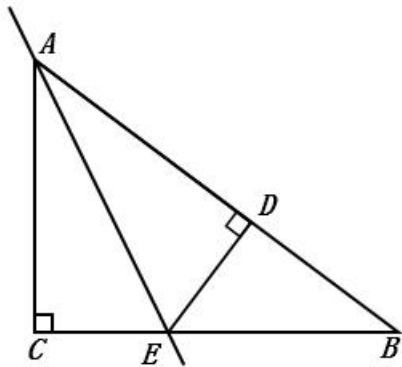


图1

第二种情况：如图 2，不重合部分是 $\triangle ADE$ ，

∵ 直角边 BC 沿 $\angle B$ 的平分线所在直线 BE 翻折，直角顶点 C 落在斜边上点 D 处，

$$\therefore BD = BC = 12, \quad DE = CE,$$

$$\therefore AD = AB - BD = 15 - 12 = 3,$$

$$\therefore AE + DE + AD$$

$$= AE + CE + AD$$

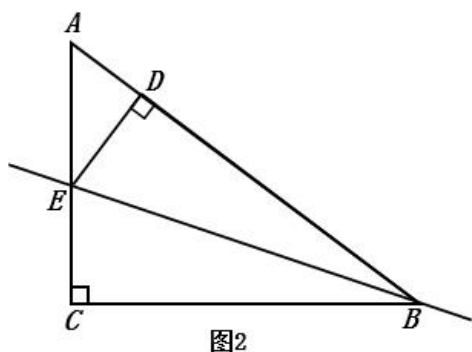
$$= AC + BD$$

$$= 9 + 3$$

$$= 12$$

∴ $\triangle ADE$ 的周长为 12；

综上所述，折叠后不重合部分三角形的周长为 18 或 12.

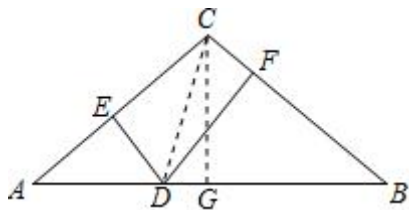


【点睛】本题是几何变换综合题，考查了勾股定理、折叠的性质的知识．根据题意分情况计算是解答本题的关键．

18. 9.6

【分析】连接 CD ，过 C 点作底边 AB 上的高 CG ，根据等腰三角形的性质得出 $BG=8$ ，利用勾股定理求出 $CG=6$ ，再根据 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ACD}+S_{\triangle DCB}$ 不难求得 $DE+DF$ 的值．

【详解】连接 CD ，过 C 点作底边 AB 上的高 CG ，



$$\because AC=BC=10, AB=16,$$

$$\therefore BG=\frac{1}{2}AB=8, CG=\sqrt{BC^2-BG^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6,$$

$$\because S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ACD}+S_{\triangle DCB},$$

$$\therefore AB \cdot CG=AC \cdot DE+BC \cdot DF,$$

$$\because AC=BC,$$

$$\therefore 16 \times 6=10 \times (DE+DF),$$

$$\therefore DE+DF=9.6.$$

故答案为 9.6.

【点睛】本题考查了勾股定理，等腰三角形的性质，辅助线是解决几何问题的一个关键，此外此题还考查了等腰三角形“三线合一”的性质．

19. (1) 证明见解析；(2) 37°

【分析】(1) 先证明 $AC=DF$ ，再运用 SSS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ；

(2) 根据三角形内角和定理可求 $\angle ACB=37^\circ$ ，由 (1) 知 $\angle F=\angle ACB$ ，从而可得结论．

【详解】(1) $\because AC=AD+DC, DF=DC+CF$, 且 $AD=CF$

$$\therefore AC=DF$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} AB=DE \\ BC=EF \\ AC=DF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ (SSS)}$$

(2) 由 (1) 可知, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

$$\therefore \angle F = \angle ACB$$

$$\because \angle A = 55^\circ, \angle B = 88^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - (\angle A + \angle B) = 180^\circ - (55^\circ + 88^\circ) = 37^\circ$$

$$\therefore \angle F = \angle ACB = 37^\circ.$$

【点睛】本题考查三角形全等的判定方法和全等三角形的性质, 判定两个三角形全等的一般方法有: SSS 、 SAS 、 ASA 、 AAS 、 HL .

注意: AAA 、 SSA 不能判定两个三角形全等, 判定两个三角形全等时, 必须有边的参与, 若有两边一角对应相等时, 角必须是两边的夹角.

20. (1) 见解析

(2) 见解析

(3) 面积为 7.5

【分析】(1) 如图, 可画一个高为 3 的矩形, 即可满足题干要求;

(2) 如图, 利用格点三角形找到 $AC=5$, 从而可画出等腰三角形;

(3) 结合 (2) 根据勾股定理即可求解.

【详解】(1) 解: 如图, 画高为 3 的矩形即可;

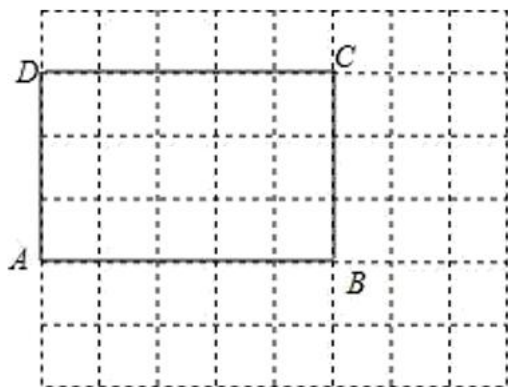


图1

(2) 解：所画图形如下所示：可得 $AC = AB = 5$ ；

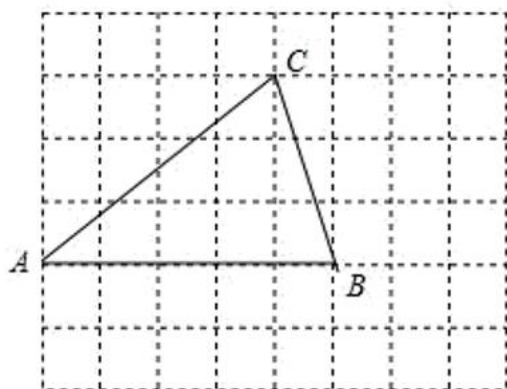


图2

(3) 解：由(2)中图形可得 $S = \frac{1}{2} \times 5 \times 3 = 7.5$ 。

【点睛】本题考查了作图-轴对称变换，勾股定理、等腰三角形的判定与性质，熟练掌握这些知识是解题的关键。

21. (1) 见解析；

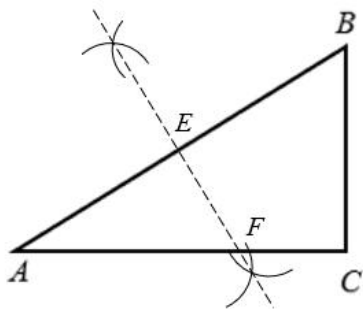
(2) $EF = \frac{15}{4}$ 。

【分析】(1) 根据线段垂直平分线的作图法作图即可；

(2) 先利用勾股定理求出 BC 的长；连接 BF ，设 $AF = x$ ，则 $BF = x$ ， $EF = \sqrt{x^2 - 25}$ ，

$CF = 8 - x$ ，在 $Rt\triangle BCF$ 中，利用勾股定理求出： $x = \frac{25}{4}$ ，进一步可求出 EF 。

【详解】(1) 解：如图：



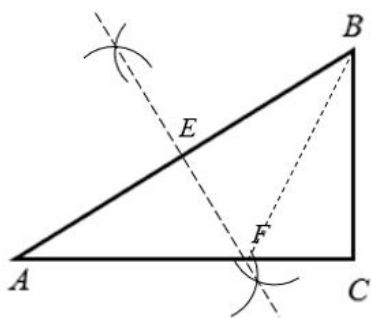
(2) 解: $\because \angle C=90^{\circ}$, $AB=10$, $BC=6$.

$\therefore AC=8$,

$\because EF$ 垂直平分 AB ,

$\therefore \angle AEF=90^{\circ}$, $AE=5$,

连接 BF ,



设 $AF=x$, 则 $BF=x$, $EF=\sqrt{x^2-25}$, $CF=8-x$,

在 $Rt\triangle BCF$ 中, 根据勾股定理可知:

$$(8-x)^2+36=x^2, \text{ 解得: } x=\frac{25}{4},$$

$$\therefore EF=\sqrt{\left(\frac{25}{4}\right)^2-25}=\frac{15}{4}.$$

【点睛】本题考查垂直平分线的作图法, 勾股定理, 解题的关键是掌握线段垂直平分线的作图法, 勾股定理.

22. (1) $CE=21.6$ 米

(2) 他应该往回收线 8 米

【分析】(1) 先根据勾股定理求出 CD , 再根据 $CE=CD+DE$, 即可求解;

(2) 正确画出图形, $CE=12$ 米, 则 $DE=CD-CE=8$ (米), 根据勾股定理可得: $BE=17$ 米,

即可求解.

【详解】(1) 解: $\because BD=15$ 米, $BC=25$ 米

$\therefore$ 根据勾股定理可得 $CD=\sqrt{BC^2-BD^2}=20$ (米),

$\because DE=1.6$ 米,

$\therefore CE=CD+DE=21.6$ 米;

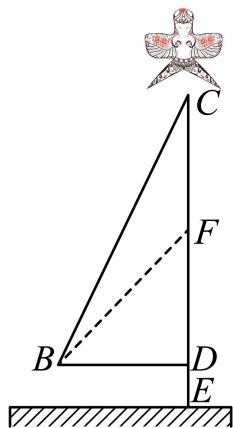
(2) 解: 如图: $CF=12$ 米,

$\therefore DF=CD-CF=8$ (米),

根据勾股定理可得: $BF=\sqrt{BD^2+DF^2}=\sqrt{8^2+15^2}=17$ (米),

$\therefore BC-BF=25-17=8$ (米),

即他应该往回收线 8 米.



【点睛】本题主要考查了勾股定理的应用, 解题的关键是掌握在直角三角形中, 两直角边的平方和等于斜边的平方.

23. 见解析

【分析】根据等腰三角形的性质得出 $AF \perp BC$, 根据线段垂直平分线性质求出 $BD=DC$, $BC=CD$, 推出 $BD=DC=BC$, 根据等边三角形的性质得出即可.

【详解】证明: $\because AB=AC$, AF 为 BC 的中线,

$\therefore AF \perp BC$,

$\therefore BD=DC$,

$\because CE$ 是 BD 的垂直平分线,

$\therefore BC=CD$,

$\therefore BD=DC=BC$,

$\therefore \triangle BCD$ 是等边三角形.

【点睛】本题主要考查了线段垂直平分线的性质，等腰三角形的性质，等边三角形的判定，准确分析证明是解题的关键．

24. (1) 见解析；(2) 成立，见解析；(3) 见解析

【分析】(1) 运用 AAS 证明 $\triangle ADB \cong \triangle CEA$ 即可；

(2) 运用 AAS 证明 $\triangle ADB \cong \triangle CEA$ 即可；

(3) 运用 SAS 证明 $\triangle DBF \cong \triangle EAF$ ，后运用有一个角是 60° 的等腰三角形是等边三角形证明即可．

【详解】(1) 如图 1， $\because BD \perp$ 直线 m ， $CE \perp$ 直线 m ，

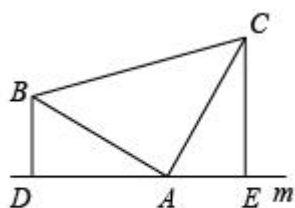


图1

$$\therefore \angle BDA = \angle CEA = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle CAE = 90^\circ$$

$$\because \angle BAD + \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle ABD,$$

$$\text{在 } \triangle ADB \text{ 和 } \triangle CEA \text{ 中, } \begin{cases} \angle BDA = \angle CEA \\ \angle CAE = \angle ABD, \\ AB = AC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle CEA \text{ (AAS),}$$

$$\therefore AE = BD, AD = CE,$$

$$\therefore DE = AE + AD = BD + CE;$$

(2) 如图 2，

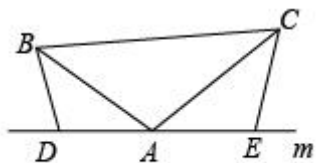


图2

$$\because \angle BDA = \angle BAC = \alpha,$$

$$\therefore \angle DBA + \angle BAD = \angle BAD + \angle CAE = 180^\circ - \alpha,$$

$$\therefore \angle DBA = \angle CAE,$$

$$\text{在} \triangle ADB \text{ 和 } \triangle CEA \text{ 中, } \begin{cases} \angle BDA = \angle CEA \\ \angle CAE = \angle ABD, \\ AB = AC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle CEA \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AE = BD, AD = CE,$$

$$\therefore DE = AE + AD = BD + CE;$$

(3) 如图 3,

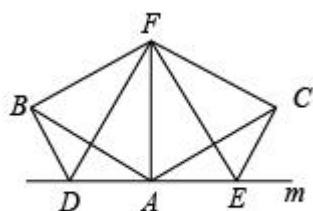


图3

由 (2) 可知, $\triangle ADB \cong \triangle CEA$,

$$\therefore BD = AE, \angle DBA = \angle CAE,$$

$\because \triangle ABF$ 和 $\triangle ACF$ 均为等边三角形,

$$\therefore \angle ABF = \angle CAF = 60^\circ, BF = AF,$$

$$\therefore \angle DBA + \angle ABF = \angle CAE + \angle CAF,$$

$$\therefore \angle DBF = \angle FAE,$$

$\because$ 在 $\triangle DBF$ 和 $\triangle EAF$ 中,

$$\begin{cases} BD = AE \\ \angle DBF = \angle EAF, \\ BF = AF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DBF \cong \triangle EAF \text{ (SAS)},$$

$$\therefore DF = EF, \angle BFD = \angle AFE,$$

$$\therefore \angle DFE = \angle DFA + \angle AFE = \angle DFA + \angle BFD = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle DEF$ 为等边三角形.

【点睛】本题考查了三角形全等的判定和性质, 等边三角形的判定, 熟练掌握三角形全等的判定是解题的关键.

25. (1) 见解析

(2) 5 或 8

(3) 线段 DE 的长度不变, 为定值 10cm, 理由见解析

【分析】(1) 利用等腰三角形三线合一的性质证明即可;

(2) 分两种情况: ①当 $\angle APQ = 90^\circ$ 时, 则 $\angle AQP = 30^\circ$, 由直角三角形的性质得 $AQ = 2AP$, 由题意得出方程, 解方程即可; ②当 $\angle AQP = 90^\circ$ 时, 则 $\angle APQ = 30^\circ$, 由直角三角形的性质得 $AP = 2AQ$, 由题意得出方程, 解方程即可;

(3) 过点 Q 作 $QF \perp AC$, 交 AC 的延长线于 F , 先证 $\triangle APE \cong \triangle CQF (AAS)$, 得 $AE = CF$, $PE = QF$, 再证 $\triangle PDE \cong \triangle QDF (AAS)$, 得 $DE = DF = \frac{1}{2}EF$, 进而得出答案.

【详解】(1) 证明 $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore AB = BC = AC = 20,$$

当 $t = 10$ 时, $PA = 10$,

$$\therefore PA = PB,$$

$$\therefore CP \perp AB,$$

$\therefore \triangle ACP$ 是直角三角形;

(2) 解: 分两种情况:

①当 $\angle APQ = 90^\circ$ 时, 如图所示:

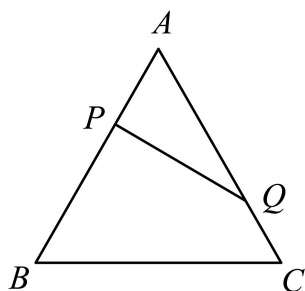


图2-1

则 $\angle AQP = 90^\circ - \angle A = 30^\circ$,

$$\therefore AQ = 2AP,$$

由题意可得: $AP = t$, $CQ = 2t$, 则 $AQ = 20 - 2t$,

$$\therefore 20 - 2t = 2t,$$

解得 $t = 5$;

②当 $\angle AQP = 90^\circ$ 时, 如图所示:

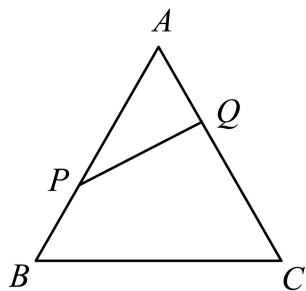


图2-2

则 $\angle APQ = 90^\circ - \angle A = 30^\circ$,

$$\therefore AP = 2AQ,$$

$$\therefore t = 2(20 - 2t),$$

解得: $t = 8$;

综上, 当 $t = 5$ 或 8 时, $\triangle PAQ$ 是直角三角形;

(3) 解: 线段 DE 的长度不变化, 理由如下:

过点 Q 作 $QF \perp AC$, 交 AC 的延长线于 F , 如图 3 所示:

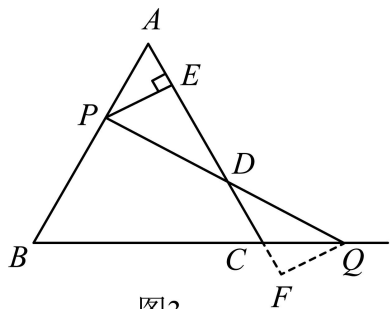


图3

$$\because PE \perp AC, QF \perp AC,$$

$$\therefore \angle AEP = \angle DEP = \angle CFQ = 90^\circ,$$

$$\because \angle QCF = \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle QCF,$$

$$\text{又} \because AP = CQ,$$

$$\therefore \triangle APE \cong \triangle CQF (AAS),$$

$$\therefore AE = CF, PE = QF,$$

$$\text{又} \because \angle PDE = \angle QDF,$$

$$\therefore \triangle PDE \cong \triangle QDF (AAS),$$

$$\therefore DE = DF = \frac{1}{2}EF,$$

$$\because EF = CE + CF, AC = CE + AE,$$

$$\therefore EF = AC = 20,$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2}EF = 10,$$

即线段 DE 的长度不变，为定值 10cm 。

【点睛】 本题考查了全等三角形的判定与性质、等边三角形的性质、含 30° 角的直角三角形的性质、直角三角形的性质以及动点问题等知识；本题综合性强，熟练掌握等边三角形的性质和直角三角形的性质，证明三角形全等是解题的关键。