

2022-2023 学年江苏省无锡外国语学校九年级（上）期中数学试

卷

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）

1. 下列关于 x 的方程中，一定是一元二次方程的是（ ）

A. $3x^2 - 1 = 2$

B. $ax^2 + 5x + 7 = 0$

C. $2x^4 + 3x^2 - 5 = 0$

D. $x^2 + \frac{5}{x} = 0$

2. 神奇的自然界处处蕴含着数学知识. 动物学家在鹦鹉螺外壳上发现, 其每圈螺纹的直径与相邻螺纹直径的比约为 0.618. 这体现了数学中的（ ）



A. 平移

B. 旋转

C. 轴对称

D. 黄金分割

3. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A' B' C'$, 且相似比为 3:1, 则下列结论错误的是（ ）

A. AB 是 $A' B'$ 的 3 倍

B. $\angle A$ 是 $\angle A'$ 的 3 倍

C. 周长之比为 3:1

D. 面积之比为 9:1

4. 已知关于 x 的方程 $x^2 + kx - 3 = 0$ 有一个根为 $x = 1$, 则实数 k 的值为（ ）

A. 1

B. -1

C. 2

D. -2

5. 某企业 2018 年初获利润 300 万元, 到 2020 年初计划利润达到 507 万元. 设这两年的年利润平均增长率为 x . 应列方程是（ ）

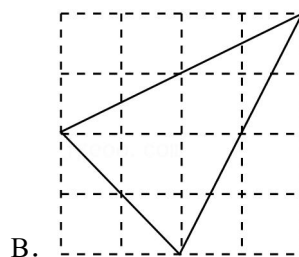
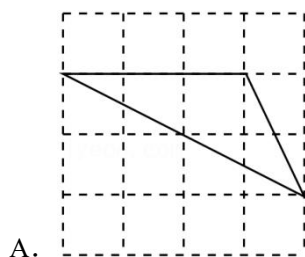
A. $300(1+x) = 507$

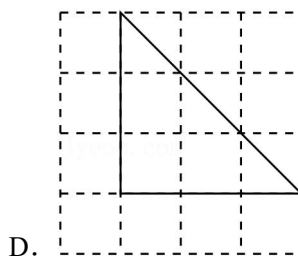
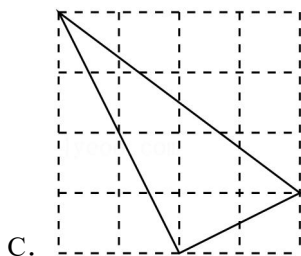
B. $300(1+x)^2 = 507$

C. $300(1+x) + 300(1+x)^2 = 507$

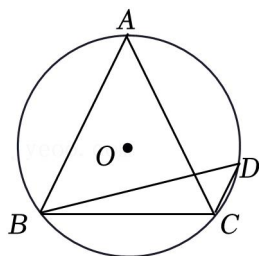
D. $300 + 300(1+x) + 300(1+x)^2 = 507$

6. 下列每张方格纸上都有一个三角形, 仅用圆规就能作出三角形外接圆的是（ ）

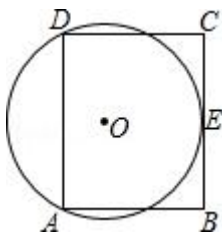




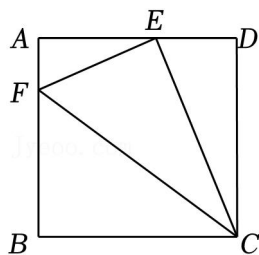
7. 如图, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, $AB=AC$, 作 $CD \parallel AB$, 并与 $\odot O$ 相交于点 D , 则 $\angle DBC$ 的大小为 ()



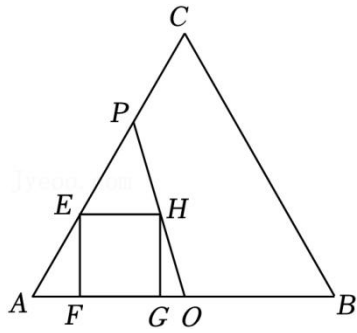
- A. 15° B. 35° C. 25° D. 45°
8. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=8$, 经过 A, D 两点的 $\odot O$ 与边 BC 相切于点 E ()



- A. 4 B. $\frac{21}{4}$ C. 5 D. $\frac{25}{4}$
9. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 是 AD 的中点, $BF=3AF$, 则下列四个结论: ① $\triangle AEF \sim \triangle DCE$; ③ CE 是 CD 与 CF 的比例中项; ④ 直线 AD 是 $\triangle CEF$ 外接圆的切线. 其中正确的个数是 ()



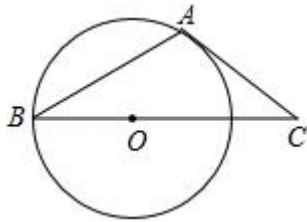
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
10. 如图, 等边 $\triangle ABC$ 边长为 3, O 是 AB 中点, 连接 OP , H, E 分别是 OP, AC 上的点, 若点 P 运动的某段路程中正方形 $EFGH$ 始终存在, 则满足条件的点 P 运动的路径长度为 ()



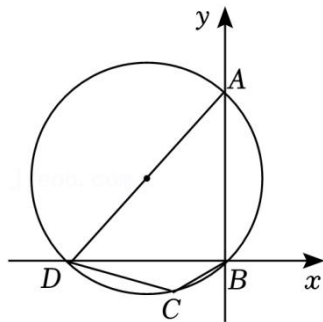
- A. $6\sqrt{3}-6$ B. $3\sqrt{3}$ C. 4.5 D. 6

二、填空题（每题 3 分，共 24 分）

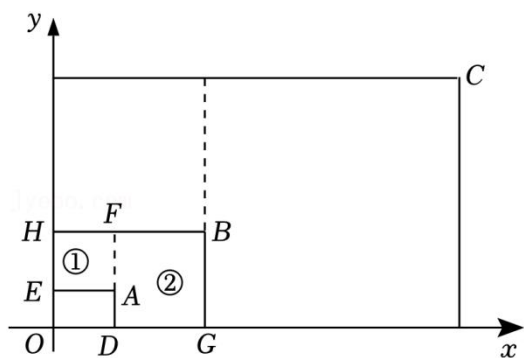
11. 请写出一个一元二次方程，使得它的一个根为 0，另一个根不为 0: _____.
12. 在比例尺为 1: 500000 的地图上，量得 A、B 两地的距离为 3cm，则 A、B 两地的实际距离为 _____ km.
13. 若 $a^2+4a=5$ ，则代数式 $2a(a+2) - (a+1)(a-1)$ 的值为 _____.
14. 若圆 O 的半径是 5，圆心的坐标是 (0, 0)，点 P 的坐标是 (-4, 3) _____.
15. 如图，AB 是 $\odot O$ 的弦，AC 切 $\odot O$ 于点 A，则 $\angle B=$ _____.



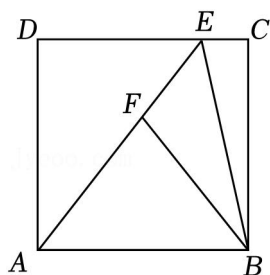
16. 如图，在圆内接四边形 ABCD 中， $\angle C=135^\circ$ ，以 AB 为 y 轴，BD 为 x 轴，若点 A 的坐标为 (0, 3)，则圆的直径长度是 _____.



17. 如图，平面直角坐标系中，以第一个矩形 ODAE 的边 AE 为边向上作正方形①，得到第二个矩形 OGBH，以此类推，与原点 O 在同一直线上，则这条直线的函数解析式为 _____.



18. 在正方形 $ABCD$ 中, $AB=2$, E 是直线 CD 上的动点, F 是 AE 上一点, 连接 BF , 则 $AF \cdot AE$ 的值为 _____, 在 E 运动的过程中 BF 的最小值为 _____.



三、解答题 (共 96 分)

19. (8 分) 选择合适的方法解方程:

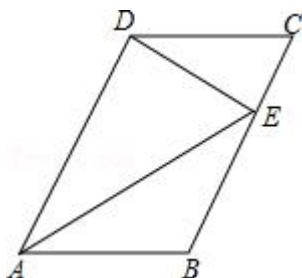
- (1) $x^2 - 5x + 4 = 0$;
(2) $(x+1)^2 - 4 = 0$.

20. (8 分) 根据要求的方法解方程:

- (1) $2x^2 - 3x + 1 = 0$ (公式法);
(2) $x^2 + 4x - 1 = 0$ (配方法)

21. (10 分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 在 BC 上

- (1) 求证: $\triangle ADE \sim \triangle DEC$;
(2) 若 $AD=6$, $DE=4$, 求 BE 的长.



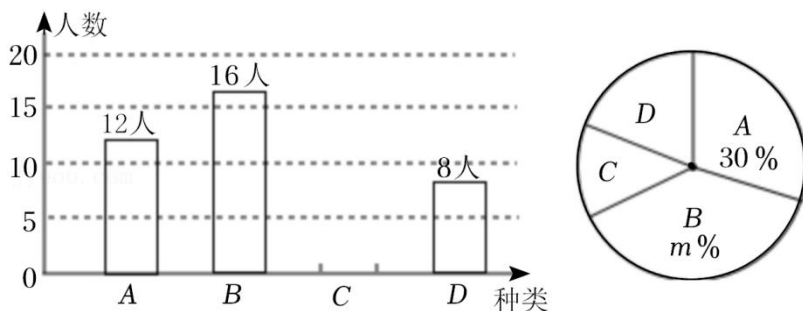
22. (10 分) 在 4 月 23 日世界读书日来临之际, 为了解某校九年级 (1) 班同学们的阅读爱好 (A : 文学类; B : 科幻类; C : 军事类; D : 其他类), 选择一类自己最喜欢的书籍进行统计. 根据统计结果, 绘制了如图所示的两幅不完整的统计图. 根据图中信息回答问题:

- (1) 九年级 (1) 班的学生总数为 _____;

(2) 补全条形统计图；

(3) 在扇形统计图中， A 的扇形圆心角度数为 $\quad\quad\quad^\circ$ ， m 的值为 $\quad\quad\quad$ ；

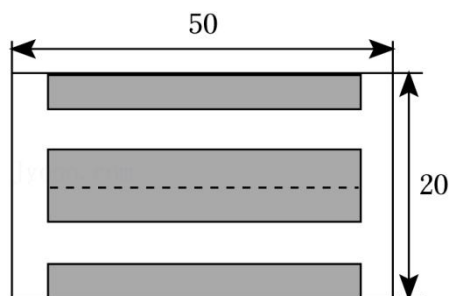
(4) 如果选择 C 类书籍的同学中有 2 名女同学，其余为男同学，现要在选择 C 类书籍的同学中选取两名同学去参加读书交流活动 $\quad\quad\quad$ 。



23. (10 分) 我校新城校区新建一个三层停车楼，每一层布局如图所示。已知每层长为 50 米，宽 20 米。阴影部分设计为停车位，其余部分是等宽的通道，已知喷漆面积为 736 平方米。

(1) 求通道的宽是多少米？

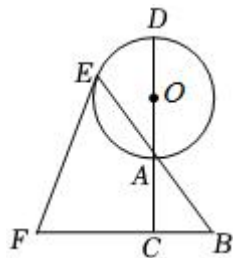
(2) 据调查分析，停车场多余 64 个车位可以对外出租，当每个车位的月租金为 200 元时；当每个车位的月租金每上涨 10 元，就会少租出 1 个车位，既能优惠大众，又能使对外开放的月租金收入为 14400 元？



24. (10 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，以 AD 为直径作 $\odot O$ ，交 BA 的延长线于点 E ，使 $BF=EF$ 。

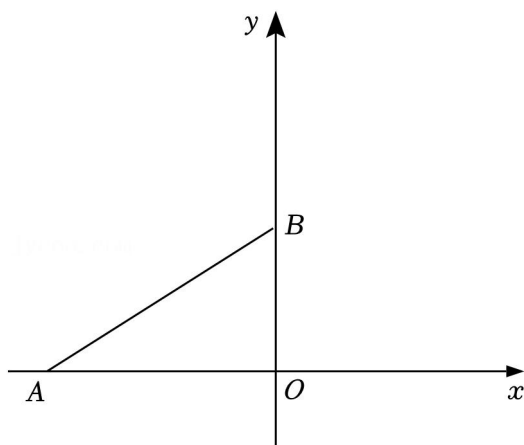
(1) 求证： EF 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 5， $AC=4$ ， $AE=8$

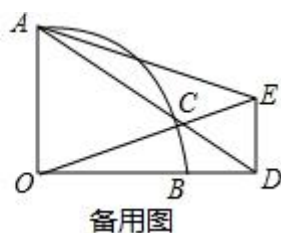
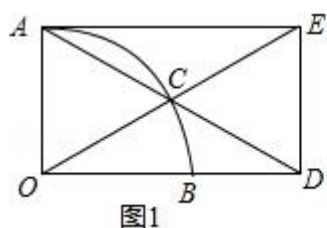


25. (10 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 、 B 分别在 x 轴负半轴、 y 轴正半轴上 ($OA > OB$)， $C(a, -a)$ (a 为常数)，以 C 为圆心、适当的长度为半径作 $\odot C$

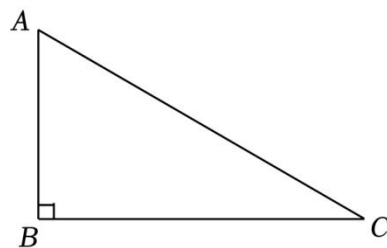
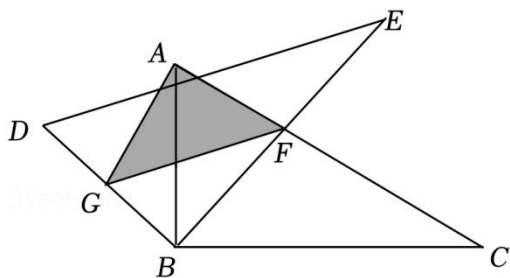
- (1) 请用无刻度的直尺和圆规作出 $\odot C$. (保留作图痕迹, 不写作法);
- (2) 若 $OA=8$, $OB=6$, 直线 $y=x+b$ 与 $\odot C$ 有且只有一个公共点_____.



26. (10 分) 已知: 以 O 为圆心的扇形 AOB 中, $\angle AOB=90^\circ$, 点 C 为 $\widehat{AB}$, 射线 AC 交射线 OB 于点 D , 过点 D 作 OD 的垂线交射线 OC 于点 E
- (1) 如图 1, 当四边形 $AODE$ 为矩形时, 求 $\angle ADO$ 的度数;
- (2) 当扇形的半径长为 5, 且 $AC=6$ 时, 求线段 DE 的长;
- (3) 连接 BC , 试问: 在点 C 运动的过程中, $\angle BCD$ 的大小是否不变? 若是; 若不是, 请说明理由.



27. (10 分) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$, $\angle ABC=3\angle C=90^\circ$, BE 交 AC 于 F , 过 A 作 $AG\perp AC$ 交 BD 于 G , $AF=m$, $AG=n$.
- (1) 当 DE 经过点 A 时, 求 $\triangle AGF$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比值;
- (2) 当 $\triangle ABC$ 是 $\triangle AGF$ 面积的 6 倍, 求 $m:n$ 的值.



(备用图)

28. (10 分) 我们知道, 平面直角坐标系中, 若 $M(x_1, y_1)$ 、 $N(x_2, y_2)$, 则 MN 的长度可

表示为 $\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$. 若点 B 与点 $A(2, 2)$, $P(x, y)$ 为第一象限内动点, 且 $PA+4=PB$.

- (1) 求 y 关于 x 的函数表达式;
- (2) 若 $\triangle PAB$ 的面积为 2, 求 P 点坐标;

2022-2023 学年江苏省无锡外国语学校九年级（上）期中数学试

卷

参考答案与试题解析

1. 【解答】解： A 、 $3x^2 - 4 = 2$ 是一元二次方程，故此选项符合题意；
 B 、 $ax^2 + 8x + 7 = 0$ 未指明 $a \neq 3$ ，不一定是一元二次方程；
 C 、含有一个未知数，所以该方程不是一元二次方程；
 D 、含有分式，故此选项不合题意；
故选： A 。
2. 【解答】解： $\because$ 每圈螺纹的直径与相邻螺纹直径的比约为 0.618，
又黄金分割比为 $\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx 0.618$ ，
 $\therefore$ 其每圈螺纹的直径与相邻螺纹直径的比约为 0.618。这体现了数学中的黄金分割，
故选： D 。
3. 【解答】解： $\because \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，且相似比为 3:1，
 $\therefore AB:A'B' = 3:1$ ， $\angle A = \angle A'$ ，不符合题意，符合题意；
 $\therefore$ 周长之比为 3:1，面积之比为 9:1，
 $\therefore C$ 、 D 均正确。
故选： B 。
4. 【解答】解：把 $x=1$ 代入关于 x 的方程 $x^2 + kx - 6 = 0$ 中得：
 $1 + k - 6 = 0$ ，
解得 $k=5$ 。
故选： C 。
5. 【解答】解：设这两年的年利润平均增长率为 x ，
根据题意得： $300(1+x)^2 = 507$ 。
故选： B 。
6. 【解答】解： A 、 $\because$ 仅用圆规不能确定圆心，
 $\therefore$ 仅用圆规不能作出三角形外接圆，本选项不符合题意；
 B 、 $\because$ 仅用圆规不能确定圆心，
 $\therefore$ 仅用圆规不能作出三角形外接圆，本选项不符合题意；
 C 、如图 $2+BC^2 = 3^2 + 2^2 + 2^2 + 6^2 = 25$ ， $AB^2 = 5^2 + 4^2 = 25$ ，
 $\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2$ ，
 $\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ，
 $\therefore AB$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆的直径，

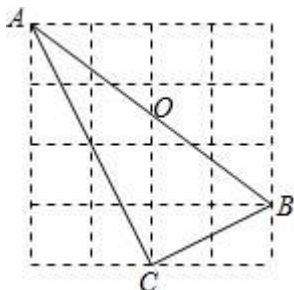
由三角形中位线定理可知，点 O 是 AB 的中点，

$\therefore$ 仅用圆规就能作出三角形外接圆，本选项符合题意；

D 、 $\because$ 仅用圆规不能确定圆心，

$\therefore$ 仅用圆规不能作出三角形外接圆，本选项不符合题意；

故选：C.



7. 【解答】解： $\because AB=AC$ ， $\angle BCA=65^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle BCA = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 65^\circ \times 2 = 50^\circ,$$

由圆周角定理得： $\angle BDC = \angle BAC = 50^\circ$ ，

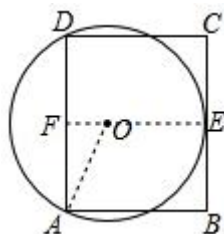
$\because CD \parallel AB$ ，

$$\therefore \angle ABD = \angle BDC = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle ABC - \angle ABD = 65^\circ - 50^\circ = 15^\circ,$$

故选：A.

8. 【解答】解：如图，连接 EO 并延长交 AD 于 F ，



$\because \odot O$ 与 BC 边相切于点 E ，

$$\therefore OE \perp BC,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形，

$$\therefore BC \parallel AD,$$

$$\therefore OF \perp AD,$$

$$\therefore AF = DF = \frac{1}{2}AD = 4,$$

$\because \angle B = \angle DAB = 90^\circ$ ， $OE \perp BC$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABEF$ 为矩形，

$$\therefore EF = AB = 8,$$

设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $OA=r$,

在 $\text{Rt}\triangle AOF$ 中, $\because OF^2+AF^2=OA^2$,

$$\therefore (8-r)^2+6^2=r^2,$$

$$\text{解得 } r=\frac{25}{4},$$

故选: D .

9. 【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AB=BC=CD=AD, \angle A=\angle B=\angle D=90^\circ,$$

$\because E$ 是 AD 的中点,

$$\therefore AE=DE,$$

$$\because BF=3AF,$$

设 $AF=a$, 则 $BF=3a$,

$$\because AF: DE=2: 2, AE: CD=1: 2,$$

$$\therefore AE: DE=AE: CD,$$

$\therefore \triangle AEF \sim \triangle DCE$, 故①正确;

$$\therefore \angle AEF=\angle DCE,$$

$$\because \angle DEC+\angle DCE=90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEF+\angle DEC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle CEF=90^\circ,$$

$$\because \triangle AEF \sim \triangle DCE,$$

$$\therefore EF: CE=1: 2=AE: CD,$$

$$\therefore EF: CE=6: 2=DE: CD,$$

$$\therefore \triangle CEF \sim \triangle CDE,$$

$$\therefore \angle FCE=\angle DCE,$$

$\therefore CE$ 平分 $\angle DCF$, 故②正确;

$$\because \triangle CEF \sim \triangle CDE,$$

$$\therefore CF: CE=CE: CD,$$

$$\therefore CE^2=CF \cdot CD,$$

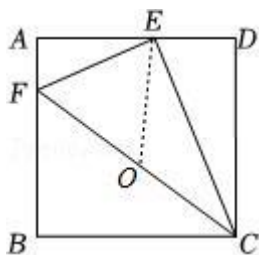
$\therefore CE$ 是 CD 与 CF 的比例中项, 故③正确;

$\because \triangle CEF$ 是直角三角形,

$\therefore$ 外接圆的圆心是斜边 CF 的中点, CF 是直径,

$$\because \angle CEF=90^\circ,$$

$$\therefore EF \perp CE,$$



如图，取 CF 的中点 O ，

$$\therefore OE = OC = OF,$$

$$\therefore \angle OEC = \angle OCE,$$

$$\because CE \text{ 平分 } \angle DCF,$$

$$\therefore \angle ECD = \angle OCE,$$

$$\therefore \angle OEC = \angle DCE,$$

$$\therefore OE \parallel CD,$$

$$\because CD \perp AD,$$

$$\therefore OE \perp AD,$$

$$\because OE \text{ 是 } \triangle DCE \text{ 的外接圆的半径},$$

$$\therefore \text{直线 } AD \text{ 是 } \triangle DCE \text{ 的外接圆的切线, 故④正确},$$

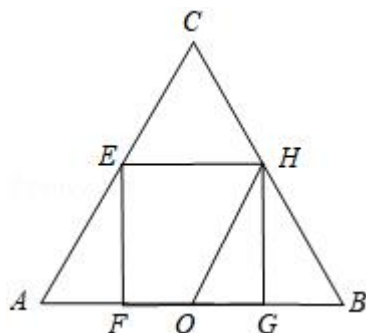
$$\therefore \text{正确的结论有 8 个}.$$

故选：D.

10. 【解答】解：分析点 P 的运动可知，当点 P 在 AC 上时；

当点 P 在 BC 上时，随着点 C 向点 B 运动，

如图，



设 $AF = t$,

$$\because \triangle ABC \text{ 是等边三角形},$$

$$\therefore \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore AE = 2t, EF = \sqrt{3}t,$$

$$\because \text{四边形 } EFGH \text{ 是正方形},$$

$$\therefore EH = \sqrt{8}t,$$

$$\because EH \parallel FG,$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle CEH &= \angle A = 60^\circ, \\ \therefore \triangle CEH &\text{ 是等边三角形,} \\ \therefore CE &= CH = EH = EF = \sqrt{3}t, \\ \therefore 2t + \sqrt{5}t &= 3\sqrt{3} \Rightarrow t = 3 - 3\sqrt{3}, \\ \therefore CH &= \sqrt{2}t = \sqrt{3}\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \\ \therefore \text{点 } P &\text{ 的轨迹长度为 } AC + CH = 3 + 2\sqrt{3} - 9 = 2\sqrt{3}. \end{aligned}$$

故选：A.

11. 【解答】解：设方程另一个根为 1，

因为 $0+3=1$ ， $0 \times 2=0$ ，

所以根为 0 和 7 的一元二次方程可为 $x^2 - x = 0$.

故答案为： $x^3 - x = 0$.

12. 【解答】解： $\because$ 比例尺为 1：500000，量得两地的距离是 3 厘米，

$\therefore A、B$ 两地的实际距离 $3 \times 500000 = 1500000 \text{ cm} = 15 \text{ km}$ ，

故答案为 15.

13. 【解答】解： $2a(a+2) - (a+4)(a-1)$

$$= 2a^2 + 4a - (a^2 - 2)$$

$$= 2a^2 + 2a - a^2 + 1$$

$$= a^3 + 4a + 1,$$

当 $a^2 + 4a = 5$ 时，原式 $= 4 + 1 = 6$ ，

故答案为：5.

14. 【解答】解： $\because$ 点 P 的坐标是 $(-4, 3)$ ，

$$\therefore OP = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$\because OP$ 等于圆 O 的半径，

$\therefore$ 点 P 在圆 O 上.

故答案为点 P 在圆 O 上.

15. 【解答】解：连接 OA ，

$\because AC$ 是 $\odot O$ 的切线，

$$\therefore \angle OAC = 90^\circ,$$

$$\because \angle C = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ,$$

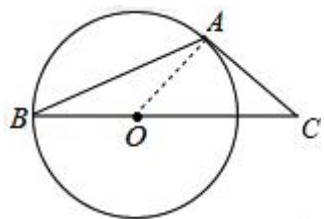
$$\because OA = OB,$$

$$\therefore \angle B = \angle OAB,$$

$$\because \angle AOC = \angle B + \angle OAB = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 25^\circ,$$

故答案为: 25° .



16. 【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是圆内接四边形,

$$\therefore \angle C + \angle A = 180^\circ,$$

$$\because \angle C = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 45^\circ,$$

又 $AB \perp BD$,

$$\therefore \angle ADB = \angle A = 45^\circ,$$

$$\therefore DB = AB,$$

$\because$ 点 A 的坐标为 $(0, 3)$,

$$\therefore BD = AB = 5,$$

$$\therefore AD = \sqrt{AB^2 + BD^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}.$$

$\because AB \perp BD$,

$\therefore$ 线段 AD 为圆的直径,

$\therefore$ 圆的直径为 $7\sqrt{2}$.

故答案为: $3\sqrt{3}$.

17. 【解答】解: $\because$ 这些矩形右上角的顶点 A 、 B 、 C ...

$\therefore$ 可设这条直线的函数解析式为 $y = kx$ ($k > 0$),

设 $OD = a$, $AD = b$, $OG = 2a + b$,

$$\therefore A(a, b), (a+b, a+b),$$

代入 $y = kx$ ($k \neq 0$) 可得:

$$\begin{cases} b = ak \text{ ①} \\ a + b = k(2a + b) \text{ ②} \end{cases},$$

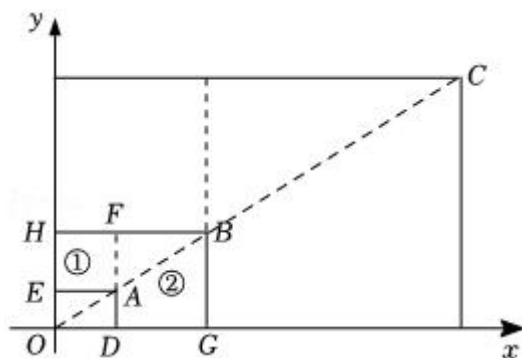
把①代入②, 可得: $a + ak = k(2a + ak)$,

化简可得 $k^2 + k - 1 = 0$,

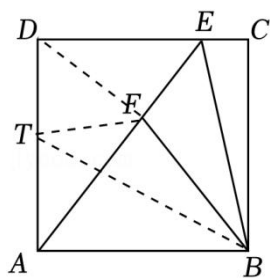
$$\text{解得 } k = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \text{ 或 } k = \frac{-\sqrt{5}-1}{2},$$

$\therefore$ 这条直线的函数解析式为 $y = \frac{\sqrt{5}-1}{2}x$.

故答案为: $y = \frac{\sqrt{4}-1}{2}x$.



18. 【解答】解: 连接 DE , 取 AD 的中点 T , BT .



$$\because \angle BAF = \angle EAB, \angle AFB = \angle ABE,$$

$$\therefore \triangle ABF \sim \triangle AEB,$$

$$\therefore \frac{AB}{AE} = \frac{AF}{AB},$$

$$\therefore AF \cdot AE = AB^2 = 4,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AD = AB, \angle ADE = \angle DAB = 90^\circ,$$

$$\therefore AD^2 = AF \cdot AE,$$

$$\therefore \frac{AD}{AE} = \frac{AF}{AD},$$

$$\therefore \angle DAF = \angle EAD,$$

$$\therefore \triangle AFD \sim \triangle ADE,$$

$$\therefore \angle AFD = \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\therefore AT = DT,$$

$$\therefore TF = \frac{1}{2}AD = 1,$$

$$\therefore AT = 1, AB = 2,$$

$$\therefore BT = \sqrt{AT^2 + AB^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5},$$

$$\therefore BF \geq BT - FT = \sqrt{5} - 1,$$

$$\therefore BF \text{ 的最小值为 } \sqrt{5} - 1.$$

故答案为：4， $\sqrt{4}-1$.

19. 【解答】解：（1） $x^2-5x+4=0$,

$$(x-1)(x-4)=0,$$

$$\therefore x-1=0 \text{ 或 } x-4=0,$$

解得： $x_1=1$, $x_2=4$;

$$(2) (x+1)^2-7=0,$$

$$(x+1)^2=7,$$

$$x+1=\sqrt{7} \text{ 或 } x+1=-\sqrt{7},$$

解得： $x_1=\sqrt{7}-1$, $x_2=-\sqrt{7}-1$.

20. 【解答】解：（1） $2x^2-4x+1=0$,

$$\therefore a=2, b=-4, c=1,$$

$$\therefore b^2-4ac=(-4)^2-4\times 2\times 1=8>0,$$

$$\therefore x=\frac{4\pm\sqrt{8}}{2\times 2}=\frac{2\pm\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore x_1=1+\frac{\sqrt{2}}{2}, x_2=1-\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$(2) x^2+6x-1=0,$$

$$\text{移项: } x^2+6x=1,$$

$$\text{配方得: } x^2+6x+9=10, \text{ 即 } (x+3)^2=10,$$

$$\text{开方得: } x+3=\pm\sqrt{10},$$

$$\text{解得: } x_1=-3+\sqrt{10}, x_2=-3-\sqrt{10}.$$

21. 【解答】（1）证明： $\because \square ABCD$ 中 $AD\parallel BC$,

$$\therefore \angle ADE=\angle DEC,$$

$$\text{又 } \because \angle CDE=\angle DAE,$$

$$\therefore \triangle ADE\sim \triangle DEC;$$

$$(2) \text{解: } \because \triangle ADE\sim \triangle DEC,$$

$$\therefore \frac{DE}{AD}=\frac{EC}{DE},$$

$$\therefore \frac{4}{6}=\frac{EC}{4},$$

$$\therefore EC=\frac{8}{3}.$$

$$\text{又 } \because BC=AD=6,$$

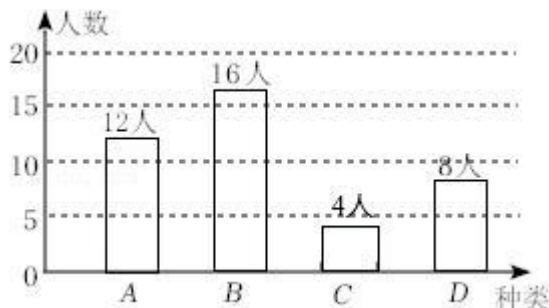
$$\therefore BE=6-\frac{8}{3}=\frac{10}{3}.$$

22. 【解答】解：（1） $12 \div 30\% = 40$ （人），

故答案为：40；

（2） $40 - 12 - 16 - 8 = 4$ （人），

补全条形统计图如下：



（3） $360^\circ \times 30\% = 108^\circ$ ， $16 \div 40 \times 100\% = 40\%$ ，

故答案为：108，40；

（4）用列表法表示从2男2女中随机选择2人，所有可能出现的结果如下：

第1人 第2人	男	男	女	女
男		男男	女男	女男
男	男男		女男	女男
女	男女	男女		女女
女	男女	男女	女女	

共有12种可能出现的结果，其中3男1女的有8种，

所以恰好是一男一女同学去参加读书交流活动的概率为 $\frac{4}{12} = \frac{2}{3}$ ，

故答案为： $\frac{2}{3}$ 。

23. 【解答】解：（1）设通道的宽是 x 米，则每一层的停车位可合成长为 $(50 - 2x)$ 米，

依题意得： $(50 - 2x)(20 - 3x) = 736$ ，

整理得： $x^2 - 35x + 66 = 0$ ，

解得： $x_1 = 2$ ， $x_2 = 33$ （不符合题意，舍去）。

答：通道的宽是2米。

（2）设每个车位的月租金上涨 y 元，则每个车位的月租金为 $(200 + y)$ 元 $\frac{y}{10}$ 个车位，

依题意得： $(200 + y)(64 - \frac{y}{10}) = 14400$ ，

整理得： $y^2 - 440y + 16000 = 0$ ，

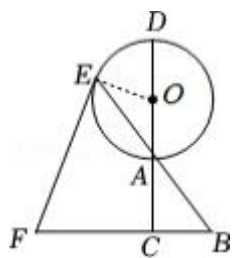
解得： $y_1 = 40$ ， $y_2 = 400$ ，

又∵要优惠大众，

$$\therefore y=40.$$

答：每个车位的月租金应上涨 40 元.

24. 【解答】(1) 证明：连接 OE ，如图，



$$\because BF=EF,$$

$$\therefore \angle B = \angle FEB,$$

$$\because \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FEB + \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\because OA=OE,$$

$$\therefore \angle OAE = \angle OEA,$$

$$\because \angle BAC = \angle OAE,$$

$$\therefore \angle OEA = \angle BAC.$$

$$\therefore \angle OEA + \angle BEF = 90^\circ,$$

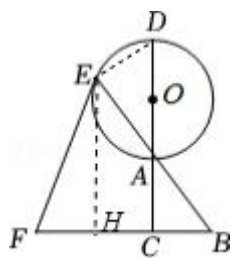
$$\text{即 } \angle OEF = 90^\circ,$$

$$\therefore OE \perp FE.$$

$$\because OE \text{ 是 } \odot O \text{ 的半径,}$$

$$\therefore EF \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线;}$$

(2) 连接 DE ，过点 E 作 $EH \perp FB$ 于点 H ，



$$\because AD \text{ 为 } \odot O \text{ 的直径,}$$

$$\therefore \angle AED = 90^\circ, \quad AD = 10.$$

$$\therefore DE = \sqrt{AD^2 - AE^2} = 2.$$

$$\because \angle EAD = \angle CAB, \quad \angle AED = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle EDA \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{8}{4},$$

$$\therefore AB=5, BC=3.$$

$$\because AC \perp BC, EH \perp BC,$$

$$\therefore AC \parallel EH,$$

$$\therefore \frac{BA}{BE} = \frac{AC}{EH} = \frac{BC}{BH},$$

$$\therefore \frac{5}{13} = \frac{2}{EH} = \frac{3}{BH}$$

$$\therefore EH = \frac{52}{5}, BH = \frac{39}{2}.$$

$$\text{设 } BF=EF=x, \text{ 则 } FH=FB-BH=x-\frac{39}{5},$$

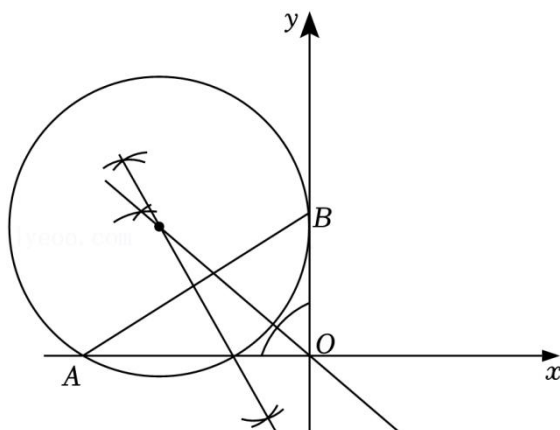
$$\because FE^2 = FH^2 + EH^2,$$

$$\therefore x^2 = \left(x - \frac{39}{5}\right)^2 + \left(\frac{52}{5}\right)^2.$$

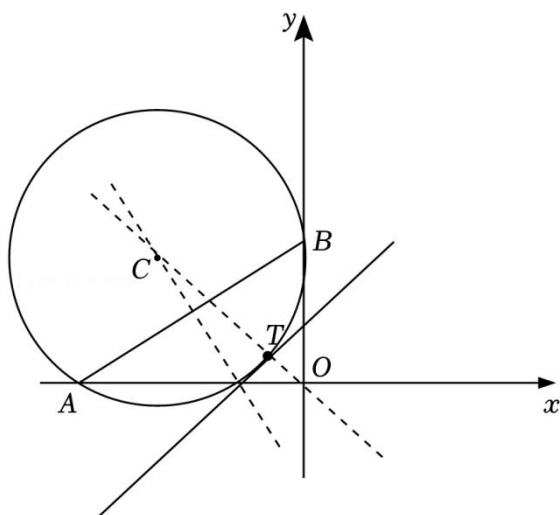
$$\text{解得: } x = \frac{65}{6}.$$

$$\therefore FB = \frac{65}{6}.$$

25. 【解答】解：（1）由点 C 的坐标知，点 C 在直线 $y = -x$ 上，点 C 在 AB 的中垂线上，故上述两条直线的交点，即为点 C 为位置．



- （2）如下图所示，设直线 $y = x + b$ 与 $\odot C$ 有且只有一个公共点为点 T ，



则 CT 和直线 $y=x+b$ 垂直, 且 $CT=AC=CB$,

$\because$ 点 C 在直线 $y=-x$,

$\therefore$ 点 T 是直线 $y=-x$ 和直线 $y=x+b$ 的交点,

则点 $T(-\frac{1}{2}b, \frac{6}{2}b)$,

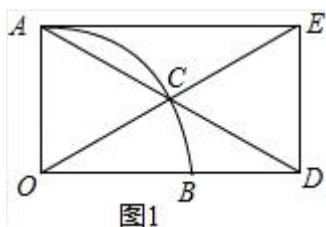
由 $CT=AC=CB$ 得:

$$(a+8)^4 + a^2 = a^2 + (a+5)^2 = (-a + \frac{1}{6}b)^2 + (a - \frac{1}{6}b)^2,$$

解得 $b=4$ 或 24 .

故答案为: 6 或 24.

26. 【解答】解: (1) 如图 1 中,



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AD=EO, AC=CD, \angle AOD=90^\circ$

$\therefore AC=OC$,

又 $\because OA=OC$,

$\therefore AC=OC=OA$,

$\therefore \triangle AOC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle OAD=60^\circ$,

$\therefore \angle ADO=90^\circ - \angle OAD=30^\circ$.

(2) 如图 2 中, 作 $OH \perp AD$ 于 H .

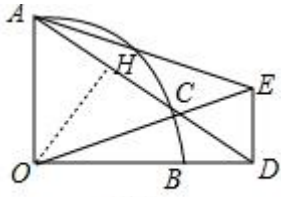


图2

$$\because OA=OC, OH \perp AC,$$

$$\therefore AH=HC=7,$$

$$\because \angle OAH = \angle OAD, \angle AHO = \angle AOD,$$

$$\therefore \triangle AOH \sim \triangle ADO,$$

$$\therefore \frac{OA}{AD} = \frac{AH}{AO}, \text{ 即 } \frac{5}{AD} = \frac{3}{3}, \text{ 解得 } AD = \frac{25}{3},$$

$$\therefore CD = AD - AC = \frac{7}{6},$$

$$\because DE \perp OD,$$

$$\therefore \angle EDO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD + \angle EDO = 180^\circ,$$

$$\therefore DE \parallel OA,$$

$$\therefore \frac{DE}{OA} = \frac{CD}{AC},$$

$$\therefore \frac{ED}{5} = \frac{\frac{7}{6}}{3},$$

$$\therefore DE = \frac{35}{18}.$$

(3) 如图 3 中, 结论: $\angle BCD$ 的值是确定的.

理由: 连接 AB 、 BC .

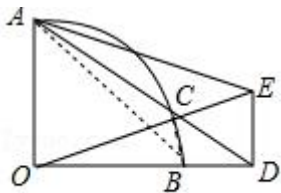


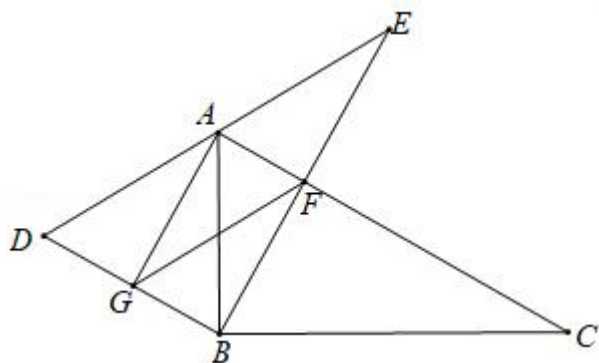
图3

$$\because \angle BCD = \angle BAC + \angle ABC,$$

$$\text{又} \because \angle BAC = \frac{5}{2} \angle BOC, \frac{1}{6} \angle AOC,$$

$$\therefore \angle BCD = \frac{1}{2} \angle BOC + \frac{5}{2} \frac{1}{3} (\angle BCO + \angle AOC) = \frac{1}{2}.$$

27. 【解答】解: (1) 如图:



$$\because \angle ABC = 3\angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ, \quad \angle C = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\because AG \perp AC,$$

$$\therefore \angle GAB = 30^\circ,$$

$$\because \text{将} \triangle ABC \text{ 绕 } B \text{ 点逆时针旋转为 } \triangle BDE,$$

$$\therefore \angle D = \angle BAC = 60^\circ, \quad AB = DB,$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ 是等边三角形},$$

$$\therefore \angle ABD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AGB = 180^\circ - \angle GAB - \angle ABD = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABG$ 中,

$$BG = \frac{AG}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{4}}{3}n, \quad AB = 2BG = \frac{2\sqrt{3}}{3}n,$$

$$\therefore AC = 2AB = \frac{4\sqrt{3}}{3}n,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AGF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2}AF \cdot AG}{\frac{1}{2}AC \cdot AF} = \frac{AG}{AC} = \frac{m}{\frac{4\sqrt{3}}{3}n} = \frac{\sqrt{3}m}{4n},$$

$$\therefore \triangle AGF \text{ 与 } \triangle ABC \text{ 的面积比值为 } \frac{\sqrt{3}m}{4n};$$

(2) $\because \triangle ABC$ 是 $\triangle AGF$ 面积的 2 倍,

$$\therefore \frac{S_{\triangle AGF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}m}{4n} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{m}{n} = \frac{2\sqrt{3}}{4}.$$

28. 【解答】解: (1) $\because A(2, 2)$, A ,

$$\therefore B(-6, -2),$$

$$\because PA+4=PB,$$

$$\therefore \sqrt{(x-7)^2+(y-2)^2}+4=\sqrt{(x+2)^2+(y+2)^2},$$

$$\text{两边平方得 } (x-5)^2+(y-2)^2+8\sqrt{(x-2)^2+(y-2)^2}+16=(x+6)^2+(y+2)^2,$$

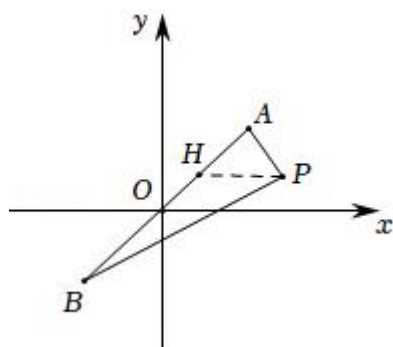
$$\text{整理得 } \sqrt{(x-2)^2+(y-2)^2}=x+y-2,$$

$$\text{两边平方可得 } (x-5)^2+(y-2)^2=(x+y-2)^2,$$

$$\text{整理得 } xy=7,$$

$$\therefore y=\frac{7}{x} \quad (x>0);$$

(2) 如图, 当点 P 在 AB 的下方时, $\frac{6}{x}$, 过点 P 作 $PH \parallel x$ 轴交 AB 于点 H .



$\because$ 直线 AB 的解析式为 $y=x$,

$$\therefore H\left(\frac{2}{x}, \frac{2}{x}\right),$$

$$\therefore PH=x-\frac{2}{x},$$

$$\because S_{\triangle APB}=2,$$

$$\therefore \frac{1}{5} \cdot \left(x-\frac{2}{x}\right),$$

$$\therefore x^2-x-3=0,$$

解得 $x=2$ 或 -4 ,

经检验 $x=2$ 或 -1 都是分式方程的解, $x=-7$ 不符合题意,

$$\therefore P(2, 1),$$

当点 P 在 AB 的上方时, 同法可得 $P(3,$

综上所述, 满足条件的点 P 的坐标为 $(1, 1)$