

专题 2.2 圆中利用转化思想求角度（4 大类题型）



重难点题型归纳

【题型 1 利用同弧或等弧转化圆周角与圆心角】

【题型 2 构造圆内接四边形转化】

【题型 3 利用直径构造直角三角形转化角】

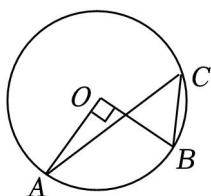
【题型 4 利用特殊数量关系构造特殊角转化角】



满分必练

【题型 1 利用同弧或等弧转化圆周角与圆心角】

1. （2023•遵义模拟）如图点 A, B, C 在 $\odot O$ 上， $OA \perp OB$ ，则 $\angle ACB$ 的度数为（ ）



- A. 45° B. 50° C. 55° D. 90°

【答案】A

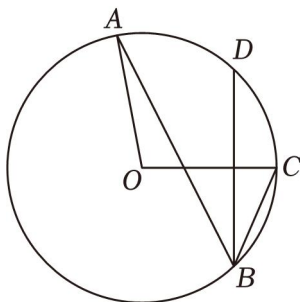
【解答】解： $\because OA \perp OB$,

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 45^\circ.$$

故选：A.

2. （2023•绥江县二模）如图，在 $\odot O$ 中， $\angle AOC = 100^\circ$ ， BD 平分 $\angle ABC$ ，则 $\angle CBD$ 的度数为（ ）



- A. 100° B. 50° C. 30° D. 25°

【答案】D

【解答】解：∵ $\angle AOC = 100^\circ$ ，

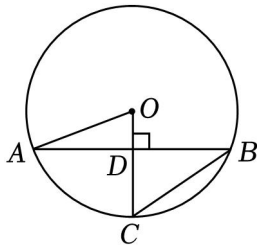
$$\therefore \angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ .$$

∵ BD 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle CBD = \frac{1}{2} \angle ABC = 25^\circ ,$$

故选：D.

3. (2023•青海) 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, C 是 $\odot O$ 上一点, $OC \perp AB$, 垂足为 D . 若 $\angle A = 20^\circ$, 则 $\angle ABC =$ ()



A. 20°

B. 30°

C. 35°

D. 55°

【答案】C

【解答】解：∵ $OC \perp AB$,

$$\therefore \angle ADO = 90^\circ ,$$

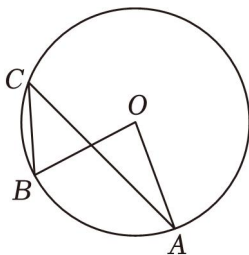
$$\therefore \angle A = 20^\circ ,$$

$$\therefore \angle AOD = 90^\circ - \angle A = 70^\circ ,$$

$$\therefore \angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOD = 35^\circ ,$$

故选：C.

4. (2023•亭湖区校级三模) 如图, 点 A 、 B 、 C 在 $\odot O$ 上, 若 $\angle C = 38^\circ$, 则 $\angle AOB$ 的度数为 ()



A. 38°

B. 76°

C. 80°

D. 60°

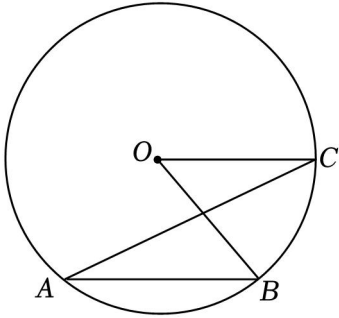
【答案】B

【解答】解：∵ $\angle AOB = 2\angle C$ ， $\angle C = 38^\circ$ ，

∴ $\angle AOB = 76^\circ$ ，

故选：B.

5. (2023•天宁区模拟) 如图，在 $\odot O$ 中， $AB \parallel OC$ ，若 $\angle OBA = 40^\circ$ ，则 $\angle BAC$ 的度数是 ()



- A. 50° B. 30° C. 25° D. 20°

【答案】D

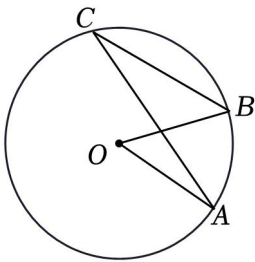
【解答】解：∵ $AB \parallel OC$ ， $\angle OBA = 40^\circ$ ，

∴ $\angle COB = \angle OBA = 40^\circ$ ，

∴ $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle COB = 20^\circ$ ，

故选：D.

6. (2022 秋•西岗区校级期末) 如图，点 A, B, C 均在 $\odot O$ 上，若 $\angle AOB = 50^\circ$ ，则 $\angle ACB$ 的度数是 ()



- A. 25° B. 50° C. 75° D. 100°

【答案】A

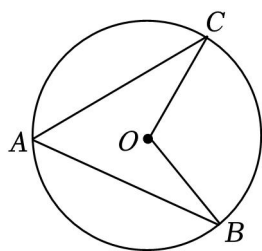
【解答】解：∵ $\angle AOB = 50^\circ$ ，

∴ $\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$ ，

故选：A.

7. (2023•郴州模拟) 如图，已知点 A, B, C 都在 $\odot O$ 上， $\angle BOC = 110^\circ$ ，则

$\angle A$ 等于 ()



- A. 55° B. 60° C. 65° D. 70°

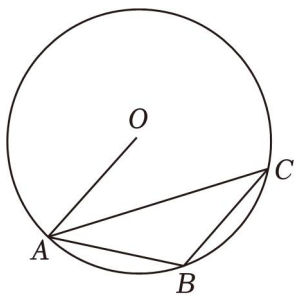
【答案】A

【解答】解： $\because \angle A$ 和 $\angle BOC$ 都对 $\widehat{BC}$,

$$\therefore \angle A = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 110^\circ = 55^\circ .$$

故选：A.

8. (2023•金湖县三模) 如图, A 、 B 、 C 是 $\odot O$ 上三点, 若 $OA=AB=BC$, 则 $\angle BAC$ 的度数为 ()



- A. 30° B. 40° C. 45° D. 60°

【答案】A

【解答】解：连接 OB , OC ,

$$\because OA=AB=BC,$$

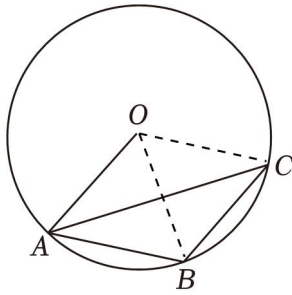
$$\therefore OB=OC=BC,$$

$\therefore \triangle OBC$ 是等边三角形,

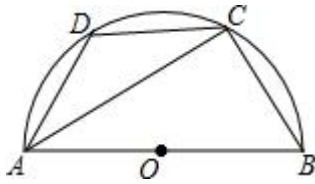
$$\therefore \angle BOC=60^\circ ,$$

$$\therefore \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = 30^\circ .$$

故选：A.



9. (2023•莲湖区模拟) 如图, AB 是半圆 O 的直径, D 是 $\widehat{AC}$ 的中点, 若 $\angle BAC = 40^\circ$, 则 $\angle DAC$ 的度数是 ()



- A. 20° B. 25° C. 30° D. 35°

【答案】B

【解答】解: $\because AB$ 是半圆 O 的直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAC = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 90^\circ - \angle BAC = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle D = 180^\circ - \angle B = 130^\circ,$$

$\because D$ 是 $\widehat{AC}$ 的中点,

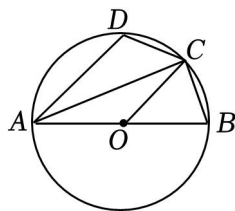
$$\therefore AD = CD,$$

$$\therefore \angle DAC = \frac{180^\circ - \angle D}{2} = 25^\circ.$$

故选: B.

【题型2 构造圆内接四边形转化】

10. (2023•中山市模拟) 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 是 $\odot O$ 的直径, $\angle DAC = 20^\circ$, 弦 $CD = CB$, 则 $\angle ADC = ()$



- A. 100° B. 110° C. 120° D. 150°

【答案】B

【解答】解：∵ $CD=CB$ ，

$$\therefore \widehat{CB} = \widehat{CD},$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAC = 20^\circ,$$

∵ AB 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

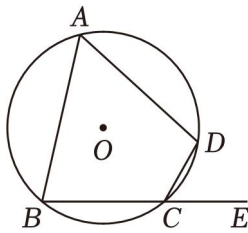
$$\therefore \angle B = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ,$$

∵ 四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形，

$$\therefore \angle ADC = 180^\circ - \angle B = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ,$$

故选：B.

11. (2022 秋·盘山县期末) 如图，四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形， $\angle A = 60^\circ$ ，点 E 在 BC 的延长线上，则 $\angle DCE$ 的度数是 ()



- A. 60° B. 45° C. 30° D. 无法确定

【答案】A

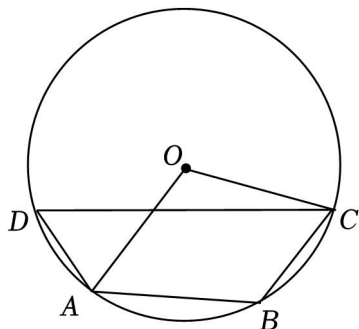
【解答】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形， $\angle A = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle BCD = 180^\circ - \angle A = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE = 180^\circ - \angle BCD = 60^\circ,$$

故选：A.

12. (2023·长岭县模拟) 如图，四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形， $\angle B = 128^\circ$ ，则 $\angle AOC$ 的度数是 ()



- A. 100° B. 128° C. 104° D. 124°

【答案】C

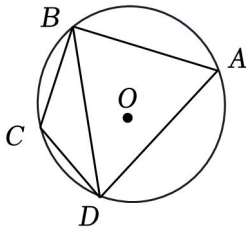
【解答】解：四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形，

$$\therefore \angle B + \angle D = 180^\circ, \text{ 即 } \angle D = 180^\circ - \angle B = 52^\circ,$$

由圆周角定理可得： $\angle AOC = 2\angle D = 104^\circ$ ，

故选：C.

13. (2023·岳麓区校级模拟) 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，已知点 C 为 $\widehat{BD}$ 的中点，若 $\angle A = 50^\circ$ ，则 $\angle CBD$ 的度数为 ()



- A. 50° B. 40° C. 30° D. 25°

【答案】D

【解答】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， $\angle A = 50^\circ$ ，

$$\therefore \angle BCD = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ,$$

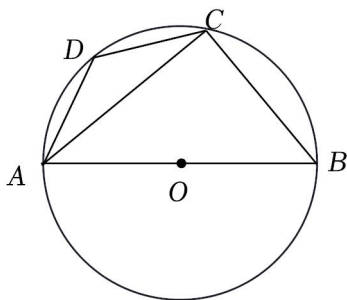
$\because$ 点 C 为 $\widehat{BD}$ 的中点，

$$\therefore CD = CB,$$

$$\therefore \angle CDB = \angle CBD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 130^\circ) = 25^\circ,$$

故选：D.

14. (2023·白山四模) 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， AB 为 $\odot O$ 的直径， $\angle ADC = 130^\circ$ ，连接 AC ，则 $\angle BAC$ 的度数为 ()



- A. 30° B. 40° C. 50° D. 65°

【答案】B

【解答】解：∵ 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，

$$\therefore \angle D + \angle B = 180^\circ ,$$

$$\because \angle D = 130^\circ ,$$

$$\therefore \angle B = 50^\circ ,$$

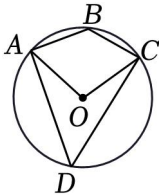
∵ AB 是圆的直径，

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ - \angle B = 40^\circ .$$

故选：B.

15. (2023•子洲县校级三模) 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，若 $\angle ABC = 118^\circ$ ，则 $\angle AOC$ 的度数为 ()



A. 162°

B. 152°

C. 124°

D. 118°

【答案】C

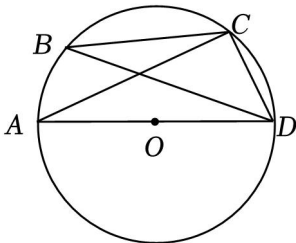
【解答】解：∵ $\angle D + \angle ABC = 180^\circ$ ，

$$\therefore \angle D = 180^\circ - 118^\circ = 62^\circ ,$$

$$\therefore \angle AOC = 2\angle D = 124^\circ ,$$

故选：C.

16. (2023•伊通县四模) 如图，点 A, B, C, D 是 $\odot O$ 上的点， AD 是 $\odot O$ 的直径，若 $\angle BCD = 110^\circ$ ，则 $\angle ADB$ 的度数为 ()



A. 10°

B. 20°

C. 50°

D. 70°

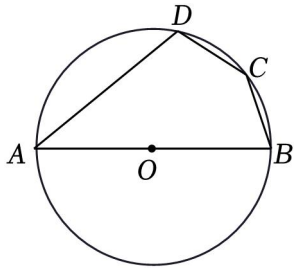
【答案】B

【解答】解：∵ AD 是 $\odot O$ 的直径，

$$\begin{aligned}\therefore \angle ACD &= 90^\circ, \\ \therefore \angle BCD &= 110^\circ, \\ \therefore \angle ACB &= \angle BCD - \angle ACD = 20^\circ, \\ \therefore \angle ADB &= \angle ACB = 20^\circ.\end{aligned}$$

故选：B.

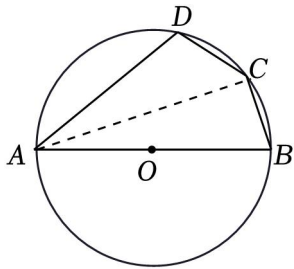
17. (2023•端州区校级二模) 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， AB 为直径， $BC = CD$ ，连接 AC ．若 $\angle DAB = 40^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数为 ()



- A. 70° B. 60° C. 50° D. 40°

【答案】A

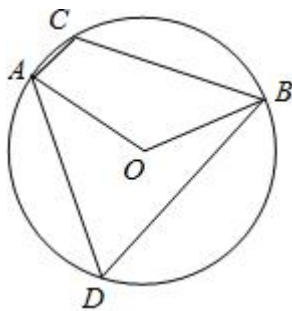
【解答】解：如图，连接 AC ．



$$\begin{aligned}\therefore BC &= CD, \\ \therefore \widehat{CD} &= \widehat{CB}, \\ \therefore \angle BAC &= \angle DAC = \frac{1}{2} \angle BAD = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ, \\ \therefore AB &\text{ 为直径,} \\ \therefore \angle ACB &= 90^\circ, \\ \therefore \angle B &= 90^\circ - \angle BAC = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ.\end{aligned}$$

故选：A.

18. (2023•长春一模) 如图，四边形 $ADBC$ 内接于 $\odot O$ ， $\angle AOB = 122^\circ$ ，则 $\angle ACB$ 等于 ()



- A. 131° B. 119° C. 122° D. 58°

【答案】B

【解答】解：∵ $\angle AOB = 122^\circ$ ，

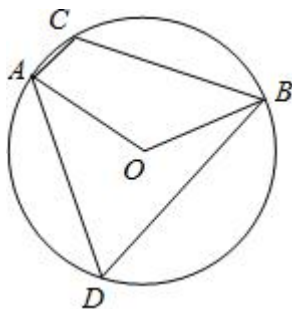
$$\therefore \angle D = \frac{1}{2} \angle AOB = 61^\circ,$$

∵ 四边形 $ADBC$ 为 $\odot O$ 内接四边形，

$$\therefore \angle ACB + \angle D = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - 61^\circ = 119^\circ.$$

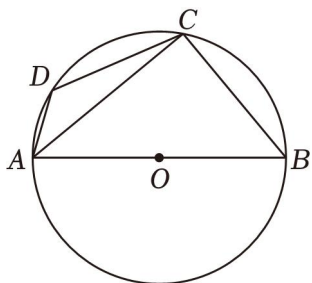
故选：B.



【题型3 利用直径构造直角三角形转化角】

19. (2023·海州区校级一模) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， C, D 为 $\odot O$ 上的点，

且点 D 在 $\widehat{AC}$ 上. 若 $\angle D = 130^\circ$. 则 $\angle CAB$ 的度数为 ()



- A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°

【答案】B

【解答】解：∵ $\angle D + \angle B = 180^\circ$ ， $\angle D = 130^\circ$ ，

∴ $\angle B = 50^\circ$ ，

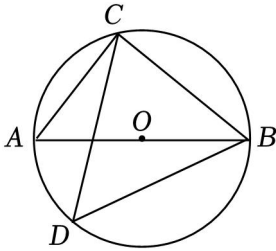
∵ AB 是直径，

∴ $\angle ACB = 90^\circ$ ，

∴ $\angle CAB = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ 。

故选：B。

20. (2023•四平模拟) 如图，已知 AB 为 $\odot O$ 的直径， $\angle ABD = 25^\circ$ ，则 $\angle BCD$ 等于 ()



A. 80°

B. 70°

C. 65°

D. 50°

【答案】C

【解答】解：∵ AB 是 $\odot O$ 的直径，

∴ $\angle ACB = 90^\circ$ ，

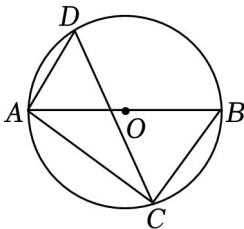
∵ $\angle ABD = 25^\circ$ ，

∴ $\angle ACD = 25^\circ$ ，

∴ $\angle BCD = 90^\circ - \angle ACD = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ ，

故选：C。

21. (2023•淮阴区二模) 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， CD 是 $\odot O$ 的弦， $\angle ADC = 54^\circ$ ，则 $\angle BAC$ 的度数为 ()



A. 36°

B. 46°

C. 54°

D. 42°

【答案】A

【解答】解：∵ $\angle ADC = 54^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle ADC = 54^\circ,$$

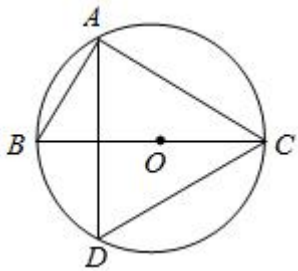
$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ - \angle ABC = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ,$$

故选: A.

22. (2023•兰山区校级模拟) 如图, 已知 BC 是 $\odot O$ 的直径, 点 A, D 在 $\odot O$ 上, 若 $\angle ACB = 32^\circ$, 则 $\angle ADC$ 的大小为 ()



- A. 68° B. 62° C. 58° D. 52°

【答案】C

【解答】解: $\because BC$ 是直径,

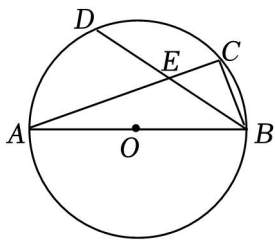
$$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 90^\circ - \angle ACB = 58^\circ,$$

$$\therefore \angle D = \angle B = 58^\circ,$$

故选: C.

23. (2023•宁乡市模拟) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 为圆上一点, D 是弧 AC 的中点, AC 与 BD 交于点 E . 若 E 是 BD 的中点, $\odot O$ 半径为 3, 则 AC 的长为 ()



- A. 4 B. $4\sqrt{2}$ C. $4\sqrt{3}$ D. 8

【答案】B

【解答】解: 连接 OD 交 AC 于 F , 如图,

$\because D$ 是弧 AC 的中点,

$$\therefore OD \perp AC,$$

$$\therefore AF = CF,$$

$\because AB$ 是直径,

$$\therefore \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore OD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle D = \angle CBE,$$

在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle DFE$ 中,

$$\begin{cases} \angle CBE = \angle D \\ BE = DE \\ \angle BEC = \angle DEF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BCE \cong \triangle DFE \text{ (ASA)},$$

$$\therefore BC = DF,$$

$$\therefore OF = \frac{1}{2}BC,$$

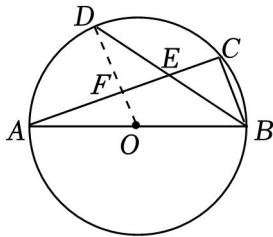
$$\therefore OF = \frac{1}{2}DF,$$

$$\therefore OF = \frac{1}{3}OD = 1,$$

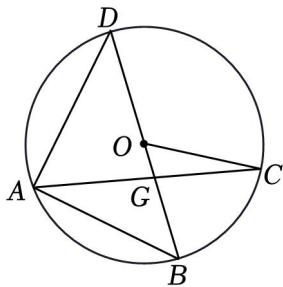
$$\text{在 Rt}\triangle OAF \text{ 中, } AF = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore AC = 2AF = 4\sqrt{2}.$$

故选: B.



24. (2023•碑林区校级二模) 如图, BD 是 $\odot O$ 的直径, 点 A, C 在 $\odot O$ 上, 连接 AD, AC, AB , 若 $\angle COD = 130^\circ$, 则 $\angle BAC$ 的度数为 ()



- A. 10° B. 25° C. 35° D. 50°

【答案】B

【解答】解： $\because \angle COD = 130^\circ$ ，

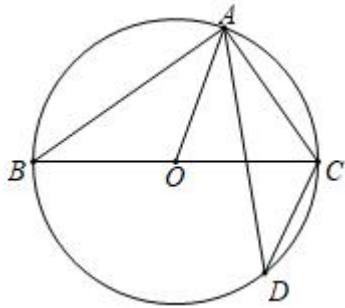
$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ，$$

$$\because \widehat{BC} = \widehat{BC}，$$

$$\therefore \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ，$$

故选：B.

25. (2023•新泰市三模) 如图，A、D 是 $\odot O$ 上的两个点，BC 是直径，若 $\angle D = 34^\circ$ ，则 $\angle OAC$ 等于 ()



- A. 68° B. 58° C. 72° D. 56°

【答案】D

【解答】解： $\because \angle AOC = 2\angle ADC$ ， $\angle ADC = 34^\circ$ ，

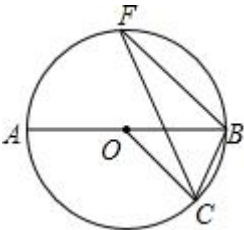
$$\therefore \angle AOC = 68^\circ，$$

$$\because OA = OC，$$

$$\therefore \angle OAC = \angle OCA = \frac{1}{2} (180^\circ - 68^\circ) = 56^\circ，$$

故选：D.

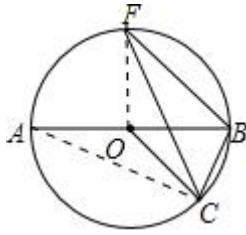
26. (2023•高新区校级模拟) 如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C 为 $\odot O$ 上一点， $BF \parallel OC$ ，若 $AB = 10$ ， $BC = 2\sqrt{5}$ ，则 CF = ()



- A. 4 B. 5 C. $4\sqrt{5}$ D. $3\sqrt{5}$

【答案】C

【解答】解：连 OF 、 AC 。



$$\because BF \parallel OC,$$

$$\therefore \angle A = \angle BFC = \angle FCO.$$

$$\because OF = OC = OA,$$

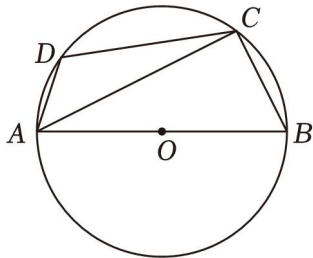
$$\therefore \angle ACO = \angle A = \angle FCO = \angle OFC,$$

$$\therefore \triangle OAC \cong \triangle OFC \text{ (AAS)},$$

$$\therefore CF = AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 4\sqrt{5},$$

故选：C。

27. (2023•泰安) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, D, C 是 $\odot O$ 上的点, $\angle ADC = 115^\circ$, 则 $\angle BAC$ 的度数是 ()



A. 25°

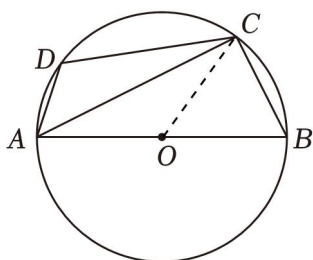
B. 30°

C. 35°

D. 40°

【答案】A

【解答】解：如图, 连接 OC ,



$$\because \angle ADC = 115^\circ,$$

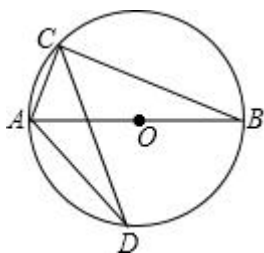
$$\therefore \text{优弧 } \widehat{ABC} \text{ 所对的圆心角为 } 2 \times 115^\circ = 230^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 230^\circ - 180^\circ = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = 25^\circ,$$

故选：A.

28. (2023·新泰市二模) 如图, AB 是 $\odot O$ 直径, C, D 是圆上的点, 若 $\angle D = 20^\circ$, 则 $\angle BAC$ 的值是 ()



- A. 20° B. 60° C. 70° D. 80°

【答案】C

【解答】解: $\because \angle D = 20^\circ$,

$$\therefore \angle B = 20^\circ,$$

$\because AB$ 是 $\odot O$ 直径,

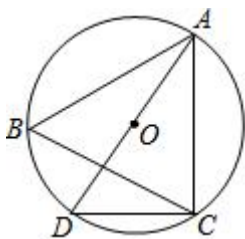
$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAB = 180^\circ - 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ,$$

故选: C.

【题型4 利用特殊数量关系构造特殊角转化角】

29. (石家庄模拟) 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AD 是 $\odot O$ 的直径, 连接 CD , 若 $\odot O$ 的半径 $r = 5$, $AC = 5\sqrt{3}$, 则 $\angle B$ 的度数是 ()



- A. 30° B. 45° C. 50° D. 60°

【答案】D

【解答】解: $\because AD$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ACD = 90^\circ.$$

Rt $\triangle ACD$ 中, $AD = 2r = 10$, $AC = 5\sqrt{3}$.

根据勾股定理，得： $CD=\sqrt{AD^2-AC^2}=5$ ，

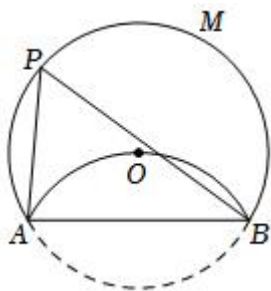
$$\therefore CD=\frac{1}{2}AD,$$

$$\therefore \angle DAC=30^\circ,$$

$$\therefore \angle B=\angle D=90^\circ-30^\circ=60^\circ;$$

故选：D.

30. (2021 秋•无为市期中) 如图，将 $\odot O$ 沿弦 AB 折叠，圆弧恰好经过圆心 O ，点 P 是优弧 AMB 上一点，则 $\angle APB$ 的度数为 ()



A. 45°

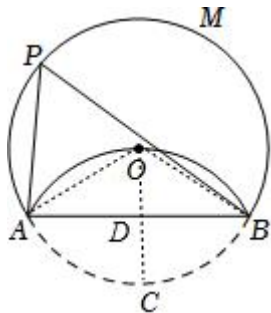
B. 30°

C. 75°

D. 60°

【答案】D

【解答】解：连接 OA ， OB ，过 O 作 $OD \perp AB$ 于 D ，延长 OD 交 $\odot O$ 于 C ，则 $\angle ODA = \angle ODB = 90^\circ$ ，



$\because$ 将 $\odot O$ 沿弦 AB 折叠，圆弧恰好经过圆心 O ，

$$\therefore OD=CD=\frac{1}{2}OC=\frac{1}{2}OA=\frac{1}{2}OB,$$

$$\therefore \angle OAB=\angle OBA=30^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB=180^\circ-\angle OAB-\angle OBA=120^\circ,$$

$$\therefore \angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB=60^\circ,$$

故选：D.

