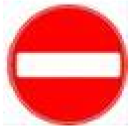
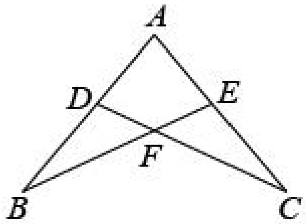
无锡市新吴区新一教育集团2022—2023学年第一学期

一．选择题（本大题共10小题）

1．以下是各种交通标志指示牌，其中不是轴对称图形的是（　　）

A． 　　B． 　　C． 　　D． 

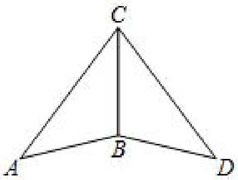
2．如图所示，$AB=AC$，要说明$\triangle ADC\cong\triangle AEB$，需添加的条件不能是（ ）



A．$\angle B=\angle C$　　B．$AD=AE$

C．$DC=BE$　　D．$\angle ADC=\angle AEB$

3．如图，$\triangle ABC\cong\triangle DBC$，$\angle A=35°$，$\angle ACD=76°$，则$\angle ABC$的度数为（ ）



A．$102°$　　B．$92°$　　C．$107°$　　D．$98°$

4．利用尺规作图，不能作出唯一的三角形的是（　）

A．已知两边及夹角　　B．已知两角及夹边

C．已知两边及一边的对角　　D．已知三边

5．在下列说法中，正确的是（ ）

A．如果两个三角形全等，则它们一定能关于某直线成轴对称；

B．如果两个三角形关于某直线成轴对称，那么它们是全等三角形；

C．等腰三角形的对称轴是它的高；

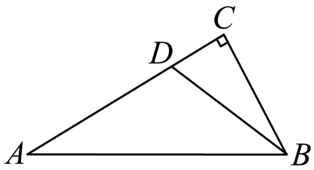
D．若两个图形关于某直线对称，则它们的对应点一定位于对称轴的两侧．

6．下列四组线段中，可以构成直角三角形的是（　　）

A．4cm、5cm、6cm　　B．1cm、1.5cm、3cm

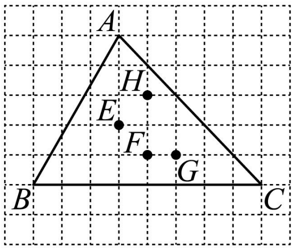
C．2cm、3cm、4cm　　D．1.5cm、2cm、2.5cm

7．如图，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，D为AC上一点，且$DA=DB=5$，又$\triangle DAB$的面积为10，那么DC的长是( )



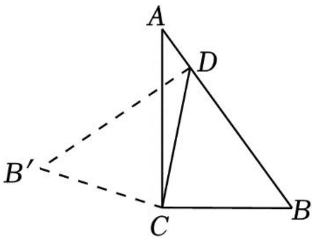
A．4　　　　　　B．3　　　　　　C．5　　　　　　D．4．5

8．在正方形网格中，$\triangle ABC$ 的位置如图所示，且顶点在格点上，在 $\triangle ABC$ 内部有 E、F、G、H 四个格点，到 $\triangle ABC$ 三个顶点距离相等的点是（　　）



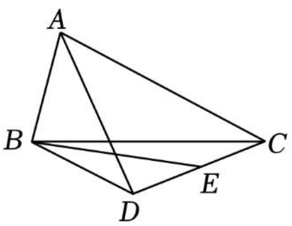
A．点 E　　　　　B．点 F　　　　　C．点 G　　　　　D．点 H

9．如图，将一个直角三角形纸片 $ABC(\angle ACB=90^{\circ})$，沿线段 CD 折叠，使点 B 落在 B' 处，若 $\angle ACB'=72^{\circ}$，则 $\angle ACD$ 的度数为（　）



A．12°　　　　　B．9°　　　　　C．10°　　　　　D．8°

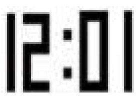
10．如图，$\triangle ABC$ 中，$BC=10$，$AC-AB=6$．过 C 作 $\angle BAC$ 的角平分线的垂线，垂足为 D，点 E 为 DC 边的中点连结 BD，CD，则 $S_{\triangle BEC}$ 的最大值为（　）



A．10　　　　　B．9.2　　　　　C．8　　　　　D．7.5

二．填空题（本大题共有 8 小题）

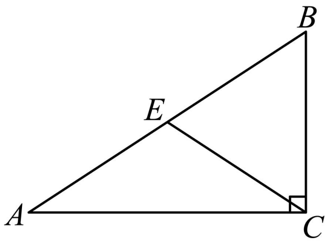
11．小明从镜子中看到对面电子钟如图所示，这时的时刻应是_____．



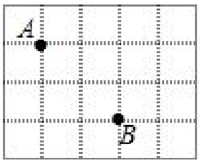
12．已知等腰三角形的两边长分别是 3 和 7，则这个等腰三角形的周长为______．

13．如果等腰三角形的顶角等于 56°，那么它的底角为_______°．

14．如图，在 Rt△ABC 中，E 是斜边 AB 的中点，若 AB＝10，则 CE＝____．



15．如图，在边长为 1 的正方形网格中，两格点 A、B 之间的距离为 d_______3．（填＞，＝或＜）．



16．《九章算术》是古代东方数学代表作，书中记载：今有开门去阃（门槛的意思）一尺，不合二寸，问门广几何？题目的大致意思是：如图 1、2（图 2 为图 1 的平面示意图），推开双门，双门间隙 CD 的距离为 2 寸，点 C 和点 D 距离门槛 AB 都是 1 尺（1 尺=10 寸），则 AB 的长是几寸？若设图中单扇门的宽 $AD = x$ 寸，则可列方程为：_______．

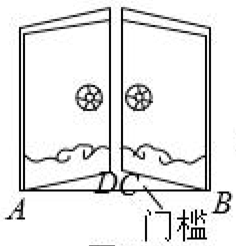
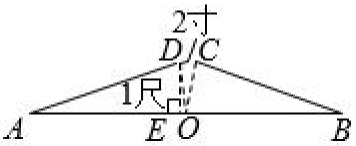
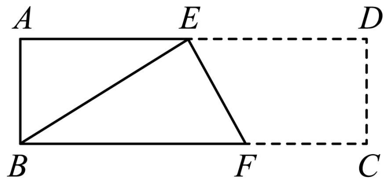


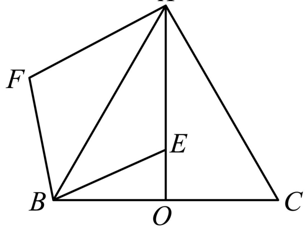
图1



17．如图，长方形 $ABCD$ 中，$AB=3\text{cm}$，$AD=9\text{cm}$，将此长方形折叠，使点 B 与点 D 重合，折痕为 EF，则 $\triangle ABE$ 的面积是__________．

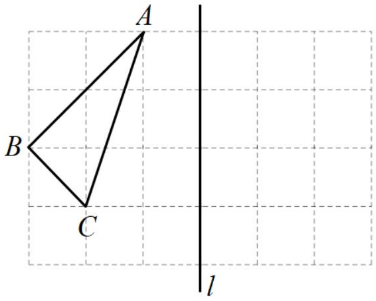


18．如图，等边 $\triangle ABC$ 中，$AO\perp BC$，且 $AO=3$，E 是线段 AO 上的一个动点，连接 BE，线段 BF 与线段 BE 关于直线 BA 对称，连接 OF，在点 E 运动的过程中 $\angle FAE$ 的大小___（填变大，变小或不变），当 OF 的长取得最小值时，AE 的长为_______．



三．解答题（本大题共 9 小题）

19．如图，在边长为 1 的小正方形组成的方格纸中，有一个以格点为顶点的△ABC．

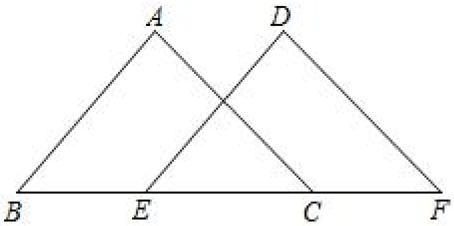


(1)△ABC 的形状是________.

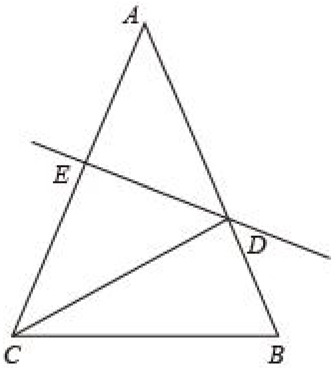
(2)利用网格线画△$A'B'C'$，使它与△ABC 关于直线 l 对称.

(3)求作一格点 P，使点 P 到 BA、BC 的距离相等，且点 P 到点 A 和点 B 的距离相等，在图中用没有刻度的直尺作出点 P（不写作法，保留作图痕迹）.

20．如图，△ABC 与△DEF 中，B、E、C、F 在同一条直线上，$BE=CF$，$\angle A=\angle D$，$AC\parallel DF$，求证：$AC=DF$.



21．如图，在△ABC 中，$AB=AC$，AC 的垂直平分线分别交 AB、AC 于点 D、E.



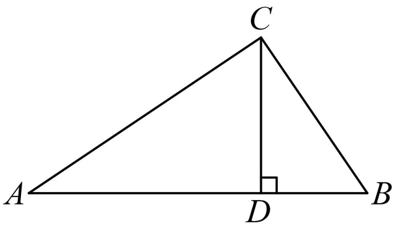
（1）若 $\angle A=42°$，求 $\angle DCB$ 的度数.

（2）若 $AE=5$，△DCB 的周长为 16，求△ABC 的周长.

22．如图，CD 是△ABC 的高，点 D 在 AB 边上，若 $AD=16$，$CD=12$，$BD=9$.

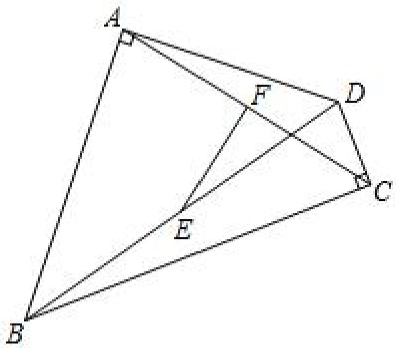
⑴ 求 AC，BC 的长.

⑵ 判断△ABC 的形状并加以说明.



23．如图，四边形 ABCD 中，∠BAD＝90°，∠DCB＝90°，E、F 分别是 BD、AC 的中

点．



（1）请你猜想 EF 与 AC 的位置关系，并给予证明；

（2）若∠ABC＝45°，AC＝16 时，求 EF 的长．

24．【生活经验】

如图，木工师傅在材料的边角处画直角时，常用一种“三弧法”．方法是：

①画线段 AB，分别以点 A，B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径画弧，两弧相交于点 C；

②以点 C 为圆心，仍以①中相同长度为半径画弧交 AC 的延长线于点 D；

③连接 BD，则 $\angle ABD$ 就是直角；

（1）请你就 $\angle ABD$ 是直角作出合理解释．

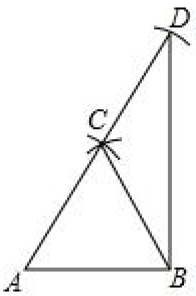
【数学结论】

由“三弧法”我们判断一个三角形是直角三角形的新方法；

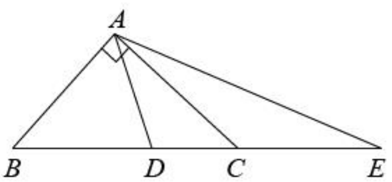
（2）在一个三角形中，如果_____，那么这个三角形是直角三角形．

【应用结论】

（3）两个等腰三角形的腰长相等都为 a、顶角互补，底边长分别为 b 和 c，探究 a、b、c 之间的数量关系．



25．如图，在 ΔABC 中，$AB=AC$，点 D 在射线 BC 上，且 $BD=BA$，点 E 在 BC 的延长线上，且 $CE=CA$，



(1)若 $\angle BAC=90°$，则 $\angle DAE=$_______°；

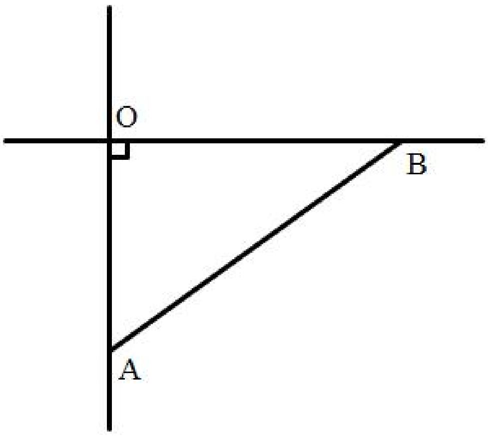
(2)在（1）的条件下，把题中$AB=AC$的条件去掉，其余条件不变，那么$\angle DAE$的度数会改变吗？证明你的猜想.

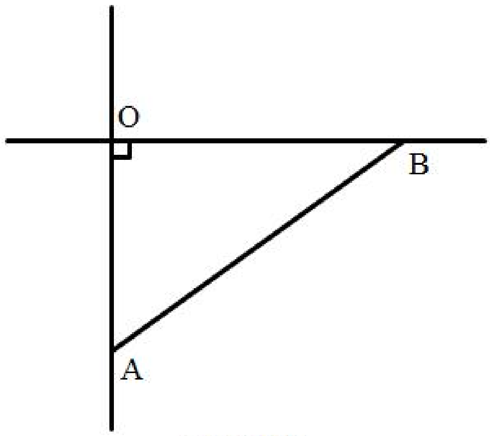
(3)如果把第（1）题中“$\angle BAC=90°$”的条件改为“$\angle BAC<60°$”，其余条件不变，请画出对应的示意图，猜想$\angle DAE$与$\angle BAC$有怎样的数量关系并加以验证.

26．已知：如图，在$Rt\Delta AOB$中，$\angle AOB=90^{\circ}, AO=3, BO=4$，点$C$、$D$分别是直线$BO$、$AO$上一个动点。

（1）若ΔABC是等腰三角形，用直尺和圆规作出点C（不写作法，保留作图痕迹），直接写出OC的长；

（2）若$\Delta ABC\cong\Delta CDA$，求$AD$的长。





（备用图）

27．观察推理：如图1，△ABC中，∠ACB=90°，AC=BC，直线l过点C，点A、B在直线l同侧，$BD\perp l$，$AE\perp l$，垂足分别为D、E.

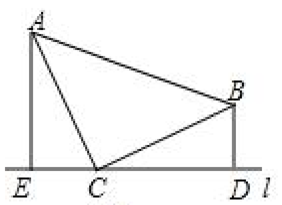


图1

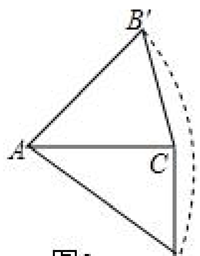


图2

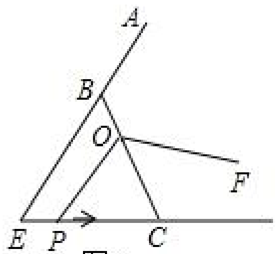


图3

（1）求证：△AEC≌△CDB；

（2）类比探究：如图2，Rt△ABC中，∠ACB=90°，AC=6，将斜边AB绕点A逆时针旋转90°至AB'，连接$B'C$，求△$AB'C$的面积；

（3）拓展提升：如图3，∠E=60°，EC=EB=4cm，点O在BC上，且OC=3cm，动点P从点E沿射线EC以2cm/s速度运动，连结OP，将线段OP绕点O逆时针旋转120°得到线段OF．要使点F恰好落在射线EB上，求点P运动的时间.

1．B

【分析】根据轴对称图形的概念对各选项逐一进行分析判断即可得出答案．

【详解】A、是轴对称图形，故本选项不符合题意；

B、不是轴对称图形，故本选项符合题意；

C、是轴对称图形，故本选项不符合题意；

D、是轴对称图形，故本选项不符合题意．

故选：B．

【点睛】本题考查了轴对称图形，掌握轴对称图形的概念是解题的关键．

2．C

【分析】$\triangle ADC$ 和 $\triangle AEB$ 中，已知的条件有 $AB=AC$，$\angle A=\angle A$；要判定两三角形全等只需条件一组对应角相等，或 $AD=AE$ 即可．可据此进行判断，两边及一边的对角相等是不能判定两个三角形全等的．

【详解】A、当 $\angle B=\angle C$ 时，符合 ASA 的判定条件，故 A 正确；

B、当 $AD=AE$ 时，符合 SAS 的判定条件，故 B 正确；

C、当 $DC=BE$ 时，给出的条件是 SSA，不能判定两个三角形全等，故 C 错误；

D、当 $\angle ADC=\angle AEB$ 时，符合 AAS 的判定条件，故 D 正确；

故选 C．

【点睛】本题主要考查全等三角形的证明，掌握三角形全等证明相关定理是解题的关键．

3．C

【分析】根据全等三角形的性质得出 $\angle D=\angle A=35°$，$\angle ACB=\angle DCB=\frac{1}{2}\angle ACD$，求出 $\angle ACB$，根据三角形内角和定理求出即可．

【详解】解：$\because \triangle ABC \cong \triangle DBC$，$\angle A=35°$，

$\therefore \angle D=\angle A=35°$，$\angle ACB=\angle DCB=\frac{1}{2}\angle ACD$，

$\because \angle ACD=76°$，

$\therefore \angle ACB=38°$，

$\therefore \angle ABC=180°-\angle A-\angle ACB=107°$，

故选：C．

【点睛】本题考查了三角形内角和定理，全等三角形的性质的应用，能正确运用全等三角形的性质进行推理是解此题的关键，注意：全等三角形的对应边相等，对应角相等．

4．C

【分析】三角形全等的判定定理有*SAS*，*ASA*，*AAS*，*SSS*，*HL*，根据以上内容判断即可．

【详解】解：∵三角形全等的判定定理有*SAS*，*ASA*，*AAS*，*SSS*，*HL*，

∴A、根据*SAS*定理可知能作出唯一三角形，故本选项不符合题意；

B、根据*ASA*定理可知能作出唯一三角形，故本选项不符合题意；

C、根据已知两边及其中一边的对角不能作出唯一三角形，故本选项符合题意；

D、根据*SSS*定理可知能作出唯一三角形，故本选项不符合题意，

故选：C．

【点睛】本题考查了全等三角形的判定定理的应用，注意：全等三角形的判定定理有*SAS*，*ASA*，*AAS*，*SSS*，*HL*．

5．B

【分析】利用轴对称的性质进行判定后即可得到正确的答案．

【详解】

解：A、全等的三角形不一定对称，故错误，不合题意；

B、关于某条直线对称的两个三角形一定全等，故正确，符合题意；

C、等腰三角形是以底边的高线所在的直线为对称轴的轴对称图形，故错误，不合题意；

D、若两个图形关于某条直线对称，则它们的对应点不一定位于对称轴的两侧，故错误，不合题意；

故选：B．

【点睛】本题考查了全等三角形的概念和全等三角形的性质，在解题时要注意灵活应用全等三角形的性质和定义是本题的关键．

6．D

【分析】根据勾股定理的逆定理可以判断出各个选项中的三条线段的长能否构成直角三角形．

【详解】解：$4^2+5^2\neq6^2$，不可以构成直角三角形，故选项A不符合题意；

$1+1.5<3$，不可以构成三角形，故选项B不符合题意；

$2^2+3^2\neq4^2$，不可以构成直角三角形，故选项不C符合题意；

$1.5^2+2^2=2.5^2$，可以构成直角三角形，故选项D符合题意．

故选：D．

【点睛】本题考查勾股定理的逆定理，解答本题的关键是明确勾股定理的逆定理的内容，如果三角形三边满足：两条较短边的平方之和等于最长边的平方，则这个三角形是直角三角形．

7．B

【分析】根据 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，可证 BC 是 $\triangle DAB$ 的高，然后利用三角形面积公式求出 BC 的长，再利用勾股定理即可求出 DC 的长．

【详解】∵在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，

∴$BC\perp AC$，即 BC 是 $\triangle DAB$ 的高，

∵$\triangle DAB$ 的面积为 10，$DA=5$，

∴$\frac{1}{2}DA\bullet BC=10$，

∴$BC=4$，

∴$CD=\sqrt{DB^2-BC^2}=3$，

故选 B．

【点睛】本题考查的是勾股定理，此题的突破点是利用三角形面积公式求出 BC 的长．

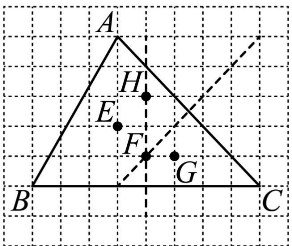
8．B

【分析】根据线段垂直平分线的性质及网格的特征作 AC 和 BC 的垂直平分线，得出交点即可得答案．

【详解】∵到 $\triangle ABC$ 三个顶点距离相等，

∴该点是三角形三边垂直平分线的交点，即 $\triangle ABC$ 的外心，

如图，根据网格作 AC、BC 的垂直平分线，可得交点为 F，



故选：B．

【点睛】本题考查线段垂直平分线的性质，线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等；熟练掌握垂直平分线的性质及网格特征是解题关键．

9．B

【分析】根据 $\angle ACD=\angle ACB-\angle DCB$，求出 $\angle DCB$ 即可解答．

【详解】解：$\because \angle ACB'=72°$， $\angle ACB=90°$，

$\therefore \angle BCB'=162°$，

由翻折的性质可知：$\angle DCB=\frac{1}{2}\angle BCB'=81^\circ$，

$\therefore\angle ACD=\angle ACB-\angle DCB=90^\circ-81^\circ=9^\circ$，

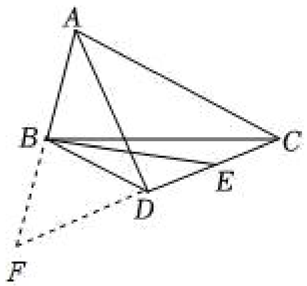
故选：B．

【点睛】本题考查翻折变换，三角形的内角和定理等知识，解题的关键是熟练掌握折叠的性质．

10．D

【分析】延长AB，CD交点于F，可证$\triangle ADF\cong\triangle ADC(ASA)$，得出$AC=AF$，$DF=CD$，则$S_{\triangle BEC}=\frac{1}{4}S_{\triangle BCF}$，当$BF\perp BC$时，$S_{\triangle BFC}$最大面积为30，即$S_{\triangle BEC}$最大面积为7.5．

【详解】解：如图：延长AB，CD交点于F，



$\because AD$平分$\angle BAC$，

$\therefore\angle CAD=\angle EAD$，

$\because CD\perp AD$，

$\therefore\angle ADC=\angle ADE=90^\circ$，

在$\triangle ADF$和$\triangle ADC$中，

$$\begin{cases}\angle ADF=\angle ADC\\AD=AD\\\angle FAD=\angle CAD\end{cases}，$$

$\therefore\triangle ADE\cong\triangle ADC(ASA)$，

$\therefore AC=AF$，$DF=CD$；

$\because AC-AB=6$，

$\therefore AF-AB=6$，即$BF=6$；

$\because DF=DC$，

$\because E$是CD的中点，

$\therefore S_{\triangle BEC}=\frac{1}{4}S_{\triangle BFC}$，

$\therefore$当$BF \perp BC$时，$S_{\triangle BFC}$面积最大，

即$S_{\triangle BEC}$最大面积$=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\times 10\times 6=7.5$．

故选：D．

【点睛】本题考查了角平分线定义、全等三角形的判定与性质等知识；利用三角形中线的性质得到$S_{\triangle BEC}=\frac{1}{4}S_{\triangle BFC}$是解题的关键．

11．10：51

【分析】关于镜子的像，实际数字与原来的数字关于竖直的线对称，根据相应数字的对称性可得实际时间．

【详解】∵是从镜子中看，

∴对称轴为竖直方向的直线，

∵2 的对称数字是 5，镜子中数字的顺序与实际数字顺序相反，

∴这时的时刻应是 10：51．

故答案为：10：51

12．17

【分析】根据等腰三角形的性质分情况讨论底边长和腰长分别是多少，再求出周长．

【详解】解：若 3 是底边长，7 是腰长，则等腰三角形的周长为$3+7+7=17$，

若 7 是底边长，3 是腰长，则等腰三角形三边长为 3，3，7，

∵$3+3=6<7$不能构成等腰三角形，

∴此种情况不存在，

∴等腰三角形的周长为 17．

故答案是：17．

【点睛】本题考查等腰三角形的性质，在讨论底边长和腰长时需要注意三边长要满足构成三角形的条件．

13．62

【分析】利用等腰三角形的性质及三角形内角和定理直接可求得答案．

【详解】解：∵等腰三角形的顶角等于$56°$，等腰三角形的底角相等，

$\therefore$底角等于$(180°-56°)\times\frac{1}{2}=62°$，

故答案为：62．

【点睛】本题考查了三角形内角和定理和等腰三角形的性质，熟记等腰三角形的性质是解题的关键．

14．5

【详解】试题分析：根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，可得 CE=$\frac{1}{2}$AB=5.

考点：直角三角形斜边上的中线．

15．<

【分析】根据勾股定理即可得到结论．

【详解】解：点A，B之间的距离$d=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}<3$，

故答案为：<．

【点睛】本题考查了勾股定理，熟练掌握勾股定理是解题的关键．

16．$(x-1)^2+10^2=x^2$

【分析】取AB的中点O，过D作$DE\perp AB$于E，根据勾股定理解答即可得到结论．

【详解】解：取AB的中点O，过D作$DE\perp AB$于E，如图2所示：

由题意得：$OA=OB=AD=BC$，

设$OA=OB=AD=BC=x$寸，

则$AB=2x$（寸），$DE=10$寸，$OE=\frac{1}{2}CD=1$寸，

$\therefore AE=(x-1)$寸，

在Rt△ADE中，

$AE^2+DE^2=AD^2$，即$(x-1)^2+10^2=x^2$，

故答案为：$(x-1)^2+10^2=x^2$．

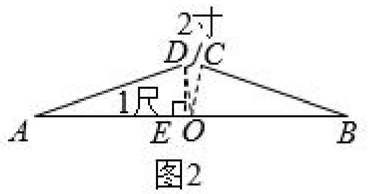


图2

【点睛】本题考查了勾股定理的应用，弄懂题意，构建直角三角形是解题的关键．

17．6cm^2

【分析】根据折叠性质得到$ED=BE$，设$AE=x$，得到线段ED，BE的长度表达式，然后在Rt△ABE中根据勾股定理求出AE的长度，最后根据三角形面积公式求出$\triangle ABE$的面积．

【详解】解：∵将长方形$ABCD$折叠，使点B与点D重合，

$\therefore ED=BE$，

设 $AE=x$，则 $ED=BE=9-x$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABE$ 中，

$AB^2+AE^2=BE^2$，

$\therefore 3^2+x^2=(9-x)^2$，

解得：$x=4$，

$\therefore \triangle ABE$ 的面积为：$S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}AB\cdot AE=\frac{1}{2}\times 3\times 4=6$．

故答案为：$6\mathrm{cm}^2$．

【点睛】本题主要考查了矩形的翻折变换（折叠问题），勾股定理，三角形面积．解决问题的关键是熟练掌握矩形性质，折叠性质，勾股定理解直角三角形，三角形面积公式计算三角形面积．

18．　　不变　　1.5

【分析】根据对称性证 $\triangle AFB\cong\triangle AEB$，得出 $\angle FAE=60^\circ$，再根据当 $OF\perp AF$ 时 OF 最短，根据 30° 所对的边等于斜边的一半得出 $AF=\frac{3}{2}$，即可得出 AE 的值．

【详解】解：$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，且 $AO\perp BC$，

$\therefore \angle EAB=\frac{1}{2}\angle BAC=30^\circ$，

由题意知，在 $\triangle AFB$ 和 $\triangle AEB$ 中，

$$\begin{cases} BF=BE \\ \angle ABF=\angle ABE \\ AB=AB \end{cases}，$$

$\therefore \triangle AFB\cong\triangle AEB(SAS)$，

$\therefore \angle FAB=\angle EAB=30^\circ$，

$\therefore \angle FAE=60^\circ$，

即 $\angle FAE$ 的大小不变，

由题意知，当 $OF\perp AF$ 时 OF 最短，

此时 $\angle AOF=30^\circ$，

$\therefore AF=\frac{1}{2}AO=\frac{3}{2}$，

$\therefore AE = AF = \dfrac{3}{2}$，

故答案为：不变，$\dfrac{3}{2}$．

【点睛】本题主要考查等边三角形的性质，对称的性质等知识，熟练掌握等边三角形的性质，对称的性质等知识是解题的关键．

19．(1)直角三角形

(2)见解析

(3)见解析

【分析】（1）利用勾股定理求出AB，AC，BC的长，得$BC^2+AB^2=AC^2$，则$\triangle ABC$是直角三角形；

（2）利用轴对称的性质即可画出图形；

（3）画$\angle ABC$的平分线和AB的垂直平分线，交点即为点P．

【详解】（1）解：由勾股定理得，$BC=\sqrt{2}, AB=2\sqrt{2}, AC=\sqrt{10}$，

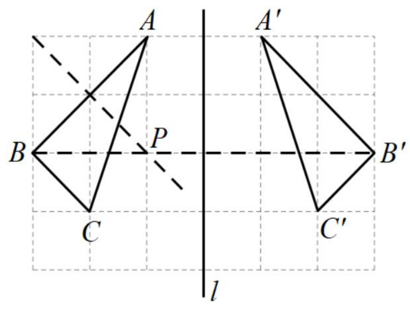
$\therefore BC^2+AB^2=AC^2$，

$\therefore \triangle ABC$是直角三角形，

故答案为：直角三角形；

（2）如图，$\triangle A'B'C'$即为所求；

（3）如图，点P即为所求．



【点睛】本题主要考查了勾股定理和其逆定理，轴对称的性质，网格中角平分线和线段垂直平分线的画法等知识，熟练掌握勾股定理逆定理是解题的关键．

20．见解析

【分析】根据平行线的性质和全等三角形的判定证明△ABC≌△DEF即可证得结论解答．

【详解】解：$\because AC \parallel DF$，

∴$\angle ACB=\angle DFE$，

∵$BE=CF$，

∴$BE+CE=CF+CE$ 即 $BC=EF$，

在$\triangle ABC$和$\triangle DEF$中，

$$\begin{cases}\angle ACB=\angle DFE\\ \angle A=\angle D\\ BC=EF\end{cases}$$

∴$\triangle ABC\cong\triangle DEF$（AAS），

∴$AC=DF$.

【点睛】本题考查平行线的性质、全等三角形的判定与性质，熟练掌握全等三角形的判定与性质是解答的关键.

21.（1）$\angle DCB=27°$；（2）$\triangle ABC$的周长$=26$

【分析】（1）由在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle A=42°$，根据等腰三角形的性质，可求得$\angle ACB$的度数，又由线段垂直平分线的性质，可得$AD=CD$，即可求得$\angle ACD$的度数，继而求得答案；

（2）根据DE垂直平分AC得到$DA=DC$，$EC=EA=5$，根据$\triangle DCB$的周长为16，通过线段代换即可求得$\triangle ABC$的周长.

【详解】解：（1）∵$AB=AC$，$\angle A=42°$，

∴$\angle ACB=\angle ABC=69°$，

∵DE垂直平分AC，

∵$AD=CD$，

∴$\angle ACD=\angle A=42°$，

∴$\angle DCB=\angle ACB-\angle ACD=69°-42°=27°$，

（2）∵DE垂直平分AC，

∴$AC=2AE=10$，

∴$AB=AC=10$，

∵$\triangle DCB$的周长$=CD+BD+BC$

$=AD+BD+BC$

$=AB+BC=16$，

$BC=16-AB=16-10=6$，

∴△ABC 的周长＝$AB+AC+BC$＝26．

【点睛】此题考查了线段垂直平分线的性质与等腰三角形的性质．此题难度不大，熟练掌握相关性质是解题关键.

22．（1）15；（2）△ABC 是直角三角形.理由见解析

【分析】（1）利用勾股定理求解；

（2）利用勾股定理判断三角形的形状.

【详解】⑴ ∵ CD 是△ABC 的高

∴ ∠ADC＝∠CDB＝90°

△ADC 中，∠ADC＝90°， AD＝16，CD＝12

∴ $AC^2 = AD^2 + CD^2 = 16^2 + 12^2 = 400$

∵ AC＞0

∴ AC＝20

△CDB 中，∠CDB＝90°， BD＝9，CD＝12

∴ $CB^2 = BD^2 + CD^2 = 9^2 + 12^2 = 225$

∵ CB＞0

∴ CB＝15

⑵ △ABC 是直角三角形.

∵ AD＝16，BD＝9，

∴ $AB^2 = \left(AD+BD\right)^2 = 25^2 = 625$ ，

∵ AC=20，BC=15，

∴ $AC^2 + BC^2 = 400 + 225 = 625$，

∴ $AB^2 = AC^2 + BC^2$，

∴ △ABC 是直角三角形

【点睛】本题主要考查了勾股定理以及其逆定理的运用；熟练掌握勾股定理与勾股定理的逆定理是解决问题的关键.

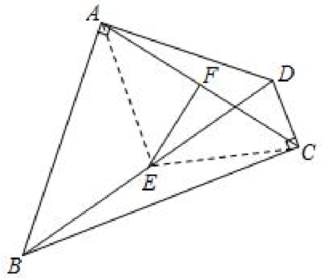
23．（1）EF⊥AC，理由见详解；（2）EF=8

【分析】（1）连接 AE、CE，根据题意易得 AE=CE，然后根据等腰三角形的性质可证；

（2）由题意易得∠AEC=90°，然后根据直角三角形斜边中线定理可求解.

【详解】解：（1）EF⊥AC，理由如下：

连接 AE、CE，如图所示：



∵∠BAD＝90°，∠DCB＝90°，点 E 是 BD 的中点，

∴ $AE=\frac{1}{2}BD, CE=\frac{1}{2}BD$，

∴AE=CE，

∴△AEC 是等腰三角形，

∵点 F 是 AC 的中点，

∴EF⊥AC；

（2）由（1）可得：△AEC 是等腰三角形，AE=BE，BE=EC，

∴∠ABE=∠BAE，∠EBC=∠ECB，

∴∠AED=2∠ABE，∠DEC=2∠EBC，

∵∠ABC=45°=∠ABE+∠EBC，

∴∠AEC=∠AED +∠DEC=2∠ABC=90°，

∴△AEC 是等腰直角三角形，

∴AC=2EF，

∵AC=16，

∴EF=8．

【点睛】本题主要考查直角三角形的斜边中线定理及等腰三角形的判定与性质，熟练掌握直角三角形的斜边中线定理及等腰三角形的判定与性质是解题的关键．

24．（1）见解析；（2）一边上的中线等于这边的一半；（3）$b^2+c^2=4a^2$．

【分析】(1)利用等腰三角形的性质以及三角形内角和定理证明即可；

(2)根据(1）中结论解决问题即可；

(3)利用（1）中结论，结合勾股定理解决问题即可．

【详解】解：（1）由题意得，$AC=BC=CD$，

∵$AC=BC$，

∴$\angle ABC=\angle A$，

$\because BC=CD$，

$\therefore \angle CBD=\angle D$，

$\because \angle ABC+\angle CBD+\angle A+\angle D=180°$，

$\therefore 2$（$\angle ABC+\angle CBD$）$=180°$，

$\therefore \angle ABC+\angle CBD=90°$，

$\therefore \angle ABD=90°$；

（2）根据题意和（1）可知：在一个三角形中，如果一边上的中线等于这边的一半，那么这个三角形是直角三角形，

故答案为：一边上的中线等于这边的一半；

（3）$\because$ 这两个等腰三角形可以拼出一个大三角形且满足"三弧法"的条件，如已知图，

$\therefore \angle ABD=90°$，

在 Rt$\triangle ABD$ 中，$AD=2AC=2a$，$AB=b$，$BD=c$，

根据勾股定理，得

$AB^2+BD^2=AD^2$，

即 $b^2+c^2=4a^2$.

故答案为：$b^2+c^2=4a^2$.

【点睛】本题考查应用与设计作图，等腰三角形的性质，勾股定理等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题.

25．(1)45

(2)不变，见解析

(3)$\angle DAE=\frac{1}{2}\angle BAC$，见解析

【分析】(1）根据等腰直角三角形的性质得到$\angle B=\angle ACB=45°$，根据等腰三角形的性质求出$\angle BAD$、$\angle CAE$，结合图形计算，得到答案；

（2）$\angle CAE=x$，仿照（1）的解法计算即可；

（3）根据题意画出图形，设$\angle CAD=m$，$\angle DAE=n$，根据等腰三角形的性质、三角形的外角性质用n表示出$\angle BAC$，证明结论.

【详解】(1）解：$\because \angle BAC=90°$，$AB=AC$，

$\therefore \angle B=\angle ACB=45°$，

$\because BD = BA$，

$\therefore \angle BAD = 67.5°$，

$\because CE = CA$，

$\therefore \angle E = \angle CAE$，

$\because \angle E + \angle CAE = \angle ACB$，

$\therefore \angle E = \angle CAE = 22.5°$，

$\therefore \angle BAE = 180° - 45° - 22.5° = 112.5°$，

$\therefore \angle DAE = 112.5 - 67.5 = 45°$，

故答案为：45；

（2）$\angle DAE$ 的度数不会改变，

证明如下：设 $\angle CAE = x$，

$\because CA = CE$，

$\therefore \angle E = \angle CAE = x$，

$\therefore \angle ACB = \angle E + \angle CAE = 2x$，

$\therefore \angle B = 90° - 2x$，

$\because BA = BD$，

$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2}(180° - \angle B) = 45° + x$，

$\therefore \angle BAE = 180° - (90° - 2x) - x = 90° + x$ ，

$\therefore \angle DAE = \angle BAE - \angle BAD = (90° + x) - (45° + x) = 45°$ ；

（3）画出对应的示意图如图 2 所示，

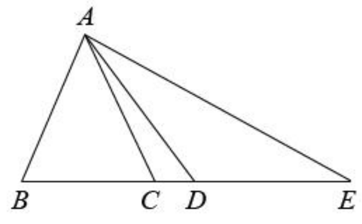


图2

猜想：$\angle DAE = \frac{1}{2}\angle BAC$，

证明如下：设 $\angle CAD = m$， $\angle DAE = n$，

则 $\angle CAE = \angle CAD + \angle DAE = m + n$，

$\because CA = CE$，

$\therefore \angle E = \angle CAE = m + n$，

$\therefore \angle ADC = \angle E + \angle DAE = m + 2n$，

$\because BA = BD$，

$\therefore \angle BAD = \angle ADC = m + 2n$，

$\therefore \angle BAC = \angle BAD - \angle CAD = 2n$，

$\therefore \angle DAE = \frac{1}{2}\angle BAC$．

【点睛】本题考查的是等腰三角形的性质、三角形内角和定理、三角形的外角性质，掌握等腰三角形的性质是解题的关键.

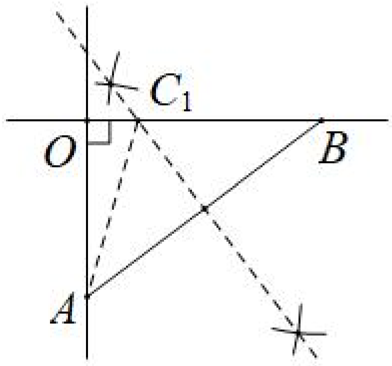
26．（1）作图见解析，OC 的长分别是 $\frac{7}{8}$，4，1，9；（2）$BC = 1$ 或 7

【分析】（1）分三种情况作出图形，再求线段长即可；

（2）先作出符合题意的图形，再利用全等三角形的性质求线段长即可.

【详解】解：（1）作图如下：

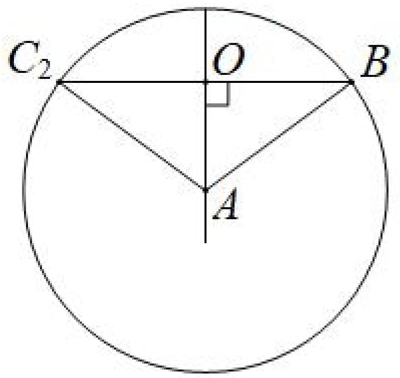
①如图，尺规作 AB 的垂直平分线交直线 OB 于点 C_1，此时设 $OC_1=x$，则 $AC_1=BC_1=4-x$，在 Rt△AOC_1 中，$3^2+x^2=\left(4-x\right)^2$，解得 $x=\frac{7}{8}$，即 $OC_1=\frac{7}{8}$；



②如图，以 A 为圆心，AB 为半径作圆，交直线 OB 于点 C_2，此时 $AB=AC_2$，

又∵AO⊥OB，

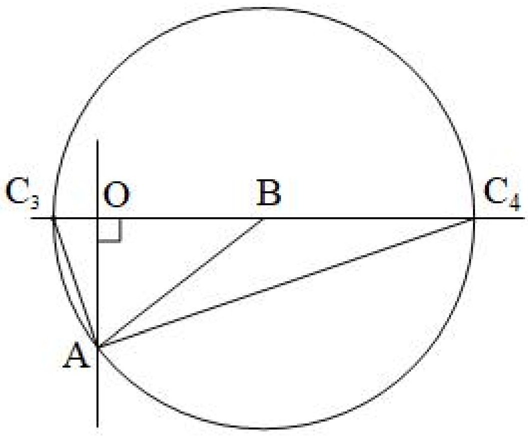
∴OC_2=OB=4；



③如图，以B为圆心AB为半径作圆，交直线OB于点C_3，C_4，

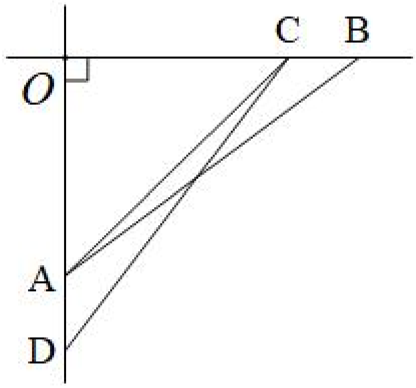
在RtAOB中，AB=$\sqrt{3^2+4^2}=5$，则此时$BC_3=BC_4=AB=5$，

∴$OC_3=BC_3-OB=1$，$OC_4=BC_4+OB=9$，



综上所述，OC的长为$\frac{7}{8}$，4，1，9；

（2）①如图：



∵△ABC≌△CDA，

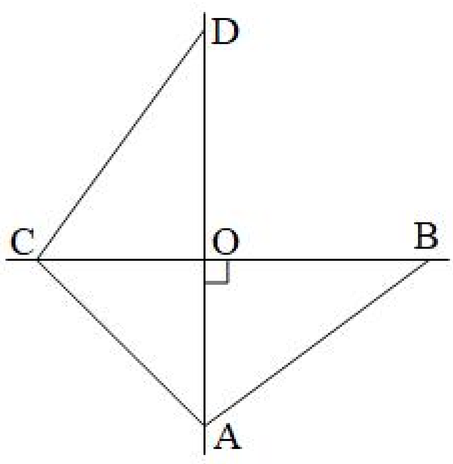
∴$\angle ACB=\angle CAD, BC=AD$，

∴$\angle ACO=\angle CAO$，

$\therefore OC=OA=3$，

$\therefore BC=AD=1$；

②如图：



∵△ABC≌△CDA，

$\therefore \angle ACB=\angle CAD, BC=AD$，

$\therefore \angle ACO=\angle CAO$，

$\therefore OC=OA=3$，

$\therefore BC=AD=7$，

综上所述，AD 的长为 1 或 7.

【点睛】本题考查等腰三角形的作图及性质，勾股定理，全等三角形的性质，熟练掌握作图技巧是解题的关键.

27.（1）证明见详解；（2）18；（3）2.5

【分析】(1）根据题干可知本题考查全等三角形证明，先利用等角的余角相等得到∠EAC=∠BCD，则可根据“AAS”证明△AEC≌△CD.

(2)根据图 2 和条件，作 B'D⊥AC 于 D，先证明△B'AD≌△A B'D 得到 B'D=AC=6，则可根据三角形面积公式计算；

(3)根据图 3，利用旋转的性质得∠FOP=120°，OP=OF，

再证明△BOF≌△CPO 得到 PC=OB=1，

则 EP=CE＋CP=5，然后计算点 P 运动的时间 t.

【详解】(1)∵∠ACB=90°，

∴∠ACE+∠DCB=90°，

∵BD⊥l，AE⊥l，

∴∠AEC=∠BDC=90°，

∴∠EAC+∠ACE=90°，

∴∠EAC=∠DCB，

又∵AC=BC，

∴△AEC≌△CDB(AAS)；

(2)如图 2，作 B'D⊥AC 于 D，

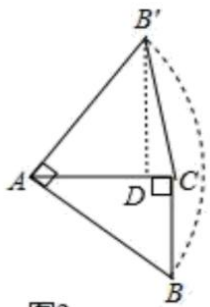


图2

∵斜边 AB 绕点 A 逆时针旋转 90°至 AB'，

∴AB'=AB，∠B'AB=90°，

即∠B′AC+∠BAC=90°，

而∠B+∠CAB=90°，

∴∠B=∠B'AC，

∴△B'AD≌△A BD(AAS)，

∴B′D=AC=6，

∴△A B′C 的面积=6×6÷2=18；

(3)如图 3，由旋转知，OP=OF，

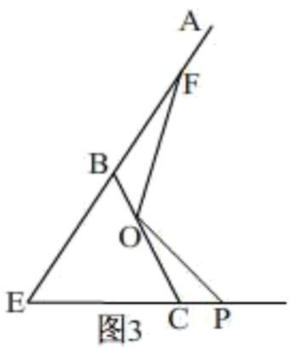


图3

∵△BCE 是等边三角形，

∴∠CBE=∠BCE=60°

∴∠OCP=∠FBO=120°，

$\angle CPO+\angle COP=60°$，

∵$\angle POF=120°$，

∴$\angle COP+\angle BOF=60°$，

∴$\angle CPO=\angle BOF$，在△BOF 和△PCO 中

$\angle OBF=\angle PCO=120°,\angle BOF=\angle CPO$，$OF=OP$

∴$\triangle BOF\cong\triangle PCO$，

∴$CP=OB$，

∵$EC=BC=4cm$，$OC=3cm$，

∴$OB=BC-OC=1$，

∴$CP=1$，

∴$EP=CE+CP=5$，

∴点 P 运动的时间 $t=5\div2=2.5$ 秒．

【点睛】本题难道角度特别是需要作辅助线，要明确本题考点几何的综合变换，结合全等三角形及辅助线技巧，大胆猜想，小心求证．