

专题 2.3 圆切线的判定与性质综合（3 大类题型）

重点题型归纳

【题型 1 证圆的切线-有公共点：连半径，证垂直】

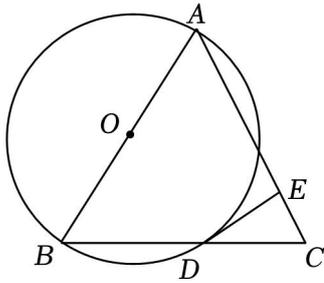
【题型 2 证圆的切线-没有公共点：作垂直，证半径】

【题型 3 圆切线的判定与性质综合】

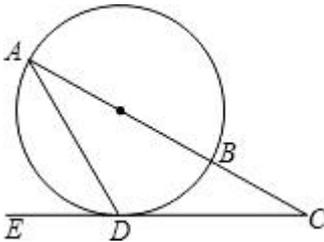
满分必练

【题型 1 证圆的切线-有公共点：连半径，证垂直】

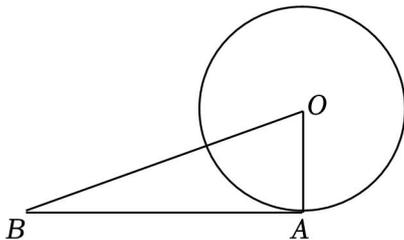
1. (2023 春·保德县校级期中) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AB 为直径作 $\odot O$, 与 BC 交于点 D , 过 D 作 AC 的垂线, 垂足为 E . 求证: DE 是 $\odot O$ 切线.



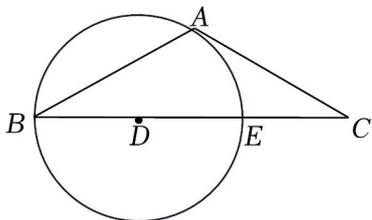
2. (2022 秋·大连期末) 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 是直径, AD 是弦, $\angle ADE=60^\circ$, $\angle C=30^\circ$. 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线.



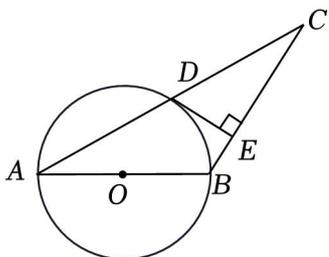
3. (2022 秋·龙川县校级期末) 如图, OA 是 $\odot O$ 的半径, $\angle B=20^\circ$, $\angle AOB=70^\circ$. 求证: AB 是 $\odot O$ 的切线.



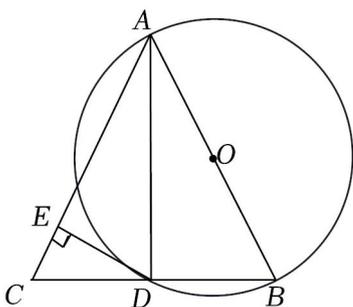
4. (2022 秋·利通区期末) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=120^\circ$, 点 D 在 BC 边上, $\odot D$ 经过点 A 和点 B 且与 BC 边相交于点 E , 求证: AC 是 $\odot D$ 的切线.



5. (2022 秋·天河区校级期末) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 的中点 D 在 $\odot O$ 上, $DE \perp BC$ 于 E . 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线.



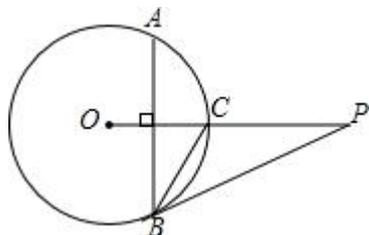
6. (2022 秋·阿瓦提县校级期末) 已知: AB 是 $\odot O$ 的直径, BD 是 $\odot O$ 的弦, 延长 BD 到点 C , 使 $AB=AC$, 连结 AC , 过点 D 作 $DE \perp AC$, 垂足为 E . 求证: DE 为 $\odot O$ 的切线.



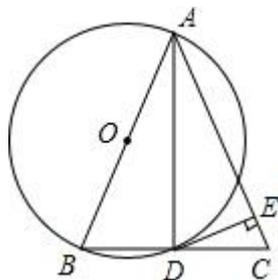
7. (2022·昭平县一模) 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, $OP \perp AB$ 交 $\odot O$ 于 C , $OC=2$, $\angle ABC=30^\circ$.

(1) 求 AB 的长;

(2) 若 C 是 OP 的中点, 求证: PB 是 $\odot O$ 的切线.

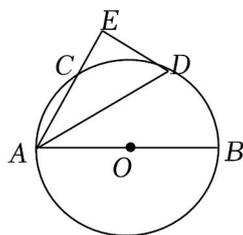


8. (2022·漳州模拟) 已知: $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 D , 过点 D 作 $DE \perp AC$ 于点 E . 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线.



9. (2022 秋·芜湖期末) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 C, D 在 $\odot O$ 上, $\widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{DB}$, $DE \perp AC$.

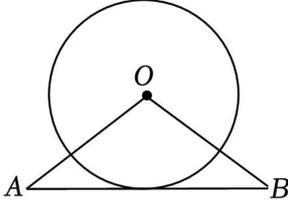
求证: DE 是 $\odot O$ 的切线.



【题型 2 证圆的切线- 没有公共点：作垂直，证半径】

10. (2022 秋·长乐区期中) 如图, 在 $\triangle OAB$ 中, $OA=OB=5$, $AB=8$, $\odot O$ 的半径为 3.

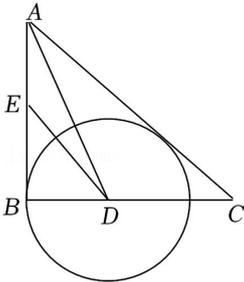
求证: AB 是 $\odot O$ 的切线.



11. (2022·八步区一模) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC$ 的角平分线交 BC 于点 D , E 为 AB 上一点, $DE=DC$, 以 D 为圆心, DB 的长为半径作 $\odot D$, $AB=5$, $BE=3$.

(1) 求证: AC 是 $\odot D$ 的切线;

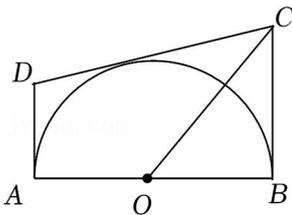
(2) 求线段 AC 的长.



12. (秋·莆田期末) 如图, 半圆 O 的直径是 AB , AD 、 BC 是两条切线, 切点分别为 A 、 B , CO 平分 $\angle BCD$.

(1) 求证: CD 是半圆 O 的切线.

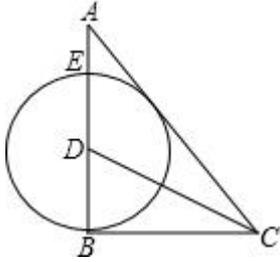
(2) 若 $AD=20$, $CD=50$, 求 BC 和 AB 的长.



【题型3 圆切线的判定与形式综合】

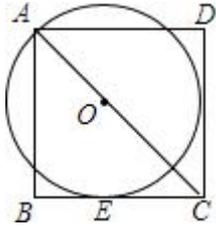
13. (2023·银川校级四模) 如图 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, CD 平分 $\angle ACB$ 交 AB 于点 D , 以点 D 为圆心, BD 为半径作 $\odot D$ 交 AB 于点 E .

- (1) 求证: $\odot D$ 与 AC 相切;
- (2) 若 $AC=5$, $BC=3$, 试求 AE 的长.



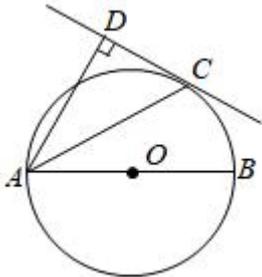
14. (2022秋·五莲县期中) 如图, O 为正方形 $ABCD$ 对角线上一点, 以点 O 为圆心, OA 长为半径的 $\odot O$ 与 BC 相切于点 E .

- (1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若正方形 $ABCD$ 的边长为10, 求 $\odot O$ 的半径.



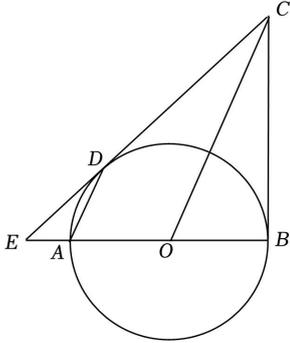
15. (2023·甘南县一模) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, $AD \perp DC$ 于点 D , AC 平分 $\angle DAB$.

- (1) 求证: 直线 CD 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $AB=4$, $\angle DAB=60^\circ$, 求 AD 的长.



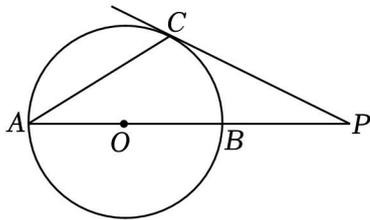
16. (2023·夹江县模拟) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, $BC \perp AB$ 于点 B , D 是 $\odot O$ 上异于 A 、 B 的一个动点, 连接 AD , 过 O 作 $OC \parallel AD$ 交 BC 于点 C .

- (1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;
 (2) 若 $EA=1$, $ED=3$, 求 $\odot O$ 的半径.



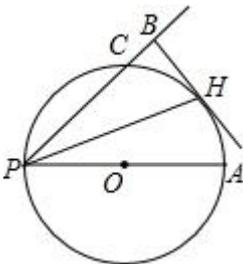
17. (2022 秋·盘山县期末) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 是 $\odot O$ 的弦, 过点 C 的直线与 AB 的延长线相交于点 P , 且 $AC=PC$, $\angle P=30^\circ$.

- (1) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线;
 (2) 若 $AB=6$, 求 PC 的长.



18. (2023 春·东营期末) 如图, 在 $\odot O$ 中, PA 是直径, PC 是弦, PH 平分 $\angle APB$ 且与 $\odot O$ 交于点 H , 过 H 作 $HB \perp PC$ 交 PC 的延长线于点 B .

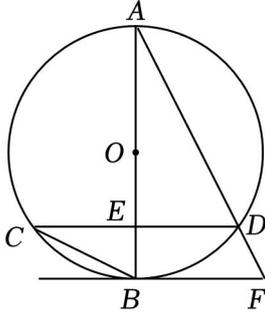
- (1) 求证: HB 是 $\odot O$ 的切线;
 (2) 若 $HB=4$, $BC=2$, 求 $\odot O$ 的直径.



19. (2023·汉川市模拟) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$, 垂足为点 E ,

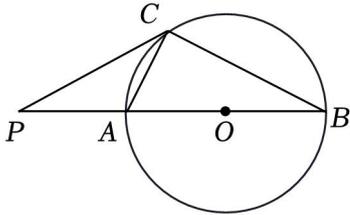
直线 BF 与 AD 延长线交于点 F ，且 $\angle AFB = \angle ABC$ 。

- (1) 求证：直线 BF 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若 $CD = 12$ ， $BE = 3$ ，求 $\odot O$ 的半径。



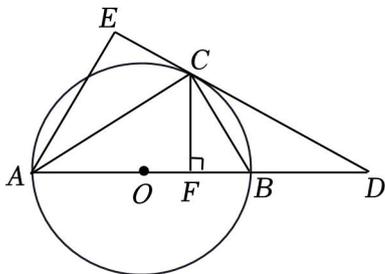
20. (2022 秋·斗门区期末) 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， P 在 BA 的延长线上， C 为圆上一点，且 $\angle ACP = \angle OBC$ 。

- (1) 求证： PC 与 $\odot O$ 相切；
- (2) 若 $PA = 4$ ， $PC = BC$ ，求 $\odot O$ 的半径。



21. (2023·黑龙江模拟) 如图，已知 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， AB 是 $\odot O$ 的直径， D 是 AB 延长线的一点， $AE \perp CD$ 交 DC 的延长线于 E ， $CF \perp AB$ 于 F ，且 $CE = CF$ 。

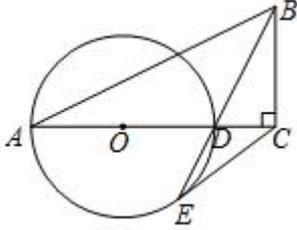
- (1) 求证： DE 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若 $AB = 10$ ， $BD = 3$ ，求 AE 的长。



22. (2023·宿豫区三模) 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 D 在 AC 边上，

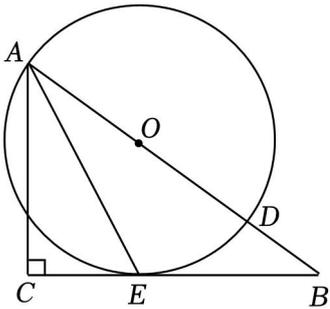
以 AD 为直径作 $\odot O$ 交 BD 的延长线于点 E , $CE=BC$.

- (1) 求证: CE 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $CD=2$, $BD=2\sqrt{5}$, 求 $\odot O$ 的半径.



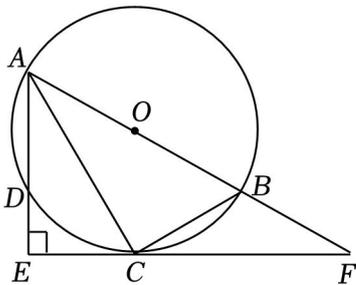
23. (2023·东港区校级三模) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 E , 点 D 在 AB 上, 且以 AD 为直径的 $\odot O$ 经过点 E .

- (1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 当 $AD=3BD$, 且 $BE=4$ 时, 求 $\odot O$ 的半径.



24. (2023·泗县校级模拟) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 以 AB 为直径作 $\odot O$, 在 $\odot O$ 上取一点 D , 使 $\widehat{CD}=\widehat{BC}$, 过点 C 作 $EF\perp AD$, 交 AD 的延长线于点 E , 交 AB 的延长线于点 F .

- (1) 求证: 直线 EF 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $AB=10$, $AD=6$, 求 AC 的长.



25. (2023·荔湾区校级一模) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 以 AB 为直径

作 $\odot O$ ，交 BC 边于点 D ，交 AC 边于点 F ，作 $DE \perp AC$ 于点 E 。

(1) 求证： DE 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $\triangle ABC$ 的边长为2，求 EF 的长度。

