

微专题 96 平面几何

一、基础知识：

1、相似三角形的判定与性质

（1）相似三角形的判定

① 三个角：若两个三角形对应角都相等，则这两个三角形相似

注：由三角形内角和为 180° 可知，三角形只需两个内角对应相等即可

② 两边及一夹角：若两个三角形的两条边对应成比例，且所夹的角相等，则这两个三角形相似

③ 三边：若两个三角形三边对应成比例，则这两个三角形相似

④（直角三角形）若两个直角三角形有两组对应边成比例，则这两个直角三角形相似

（2）相似三角形性质：若两个三角形相似，则它们的对应角相等，对应边成比例即相似比（主要体现出“对应”两字），例如：若 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，则有：

$$\angle A = \angle A', \angle B = \angle B', \angle C = \angle C', \quad \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$$

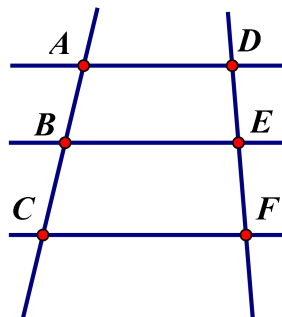
2、平行线分线段成比例：如图：已知 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ，且直线 m, n 与

平行线交于 A, B, C, D, E, F ，则以下线段成比例：

$$(1) \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF} \quad (\text{上比下})$$

$$(2) \frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF} \quad (\text{上比全})$$

$$(3) \frac{BC}{AC} = \frac{EF}{DF} \quad (\text{下比全})$$



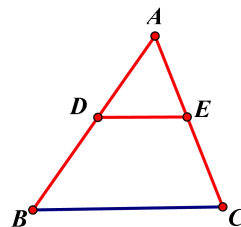
3、常见线段比例模型：

（1）“A”字形：在 $\triangle ABC$ 中，平行 BC 的直线交三角形另两边于 D, E ，即形成一个“A”字，在“A”字形中，可得 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ ，进而有以下线段成比例：

$$① \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$② \frac{DB}{AB} = \frac{CE}{AC}$$

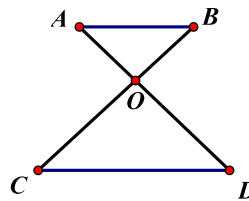
$$③ \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$



（2）“8”字形：已知 $AB \parallel CD$ ，连结 AD, BC 相交于 O ，即形成一个“8”字，在“8”字

形中，有：

$$\triangle AOB \sim \triangle DOC, \text{ 从而 } \frac{AO}{OD} = \frac{BO}{CO} = \frac{AB}{CD}$$



4、圆的几何性质：

(1) 与角相关的性质

- ① 直径所对的圆周角是直角
- ② 弦切角与其夹的弧所对的圆周角相等
- ③ 同弧（或等弧）所对的圆周角是圆心角的一半
- ④ 圆内接四边形，其外角等于内对角

(2) 与线段相关的性质：

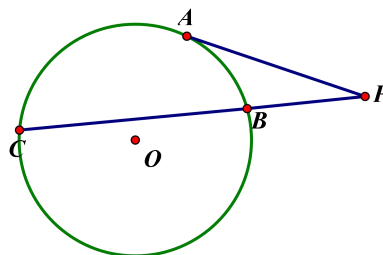
- ① 等弧所对的弦长相等
- ② 过圆心作圆上一条弦的垂线，则直线垂直平分该弦
- ③ 若一条直线与圆相切，则圆心与切点的连线与该直线垂直

5、与圆相关的定理

(1) 切割线定理：设 PA 是 $\odot O$ 的切线， PBC 为割线，

$$\text{则有： } PA^2 = PB \cdot PC$$

(2) 相交弦定理：设 AB, CD 是圆内的两条弦，且 AB, CD 相交于 P ，则有 $AP \cdot BP = CP \cdot DP$

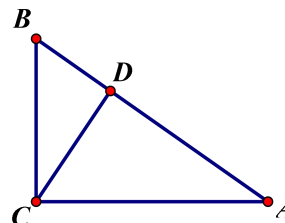


(3) 切线长定理：过圆外一点 P 可作圆的两条切线，且这两条切线的长度相等

6、射影定理：已知在直角三角形 ABC 中， $\angle BCA = 90^\circ$ ， CD 为斜边 AB 上的高（双垂直特点），则以下等式成立：

$$BC^2 = BD \cdot BA \quad AC^2 = AD \cdot AB \quad CD^2 = BD \cdot AD$$

注：射影定理结合勾股定理，以及等面积法。在直角三角形 ABC 中的边 AC, BC, BD, DA, CD 这五条线段中，可做到已知两条边的长度，即可求出所有边的长度



7、平面几何中线段长度的求法：

- (1) 观察所求线段是否是某个定理的一部分，从而凑齐该定理的其他条件即可求出该线段
- (2) 考虑所求线段是否与其它线段存在比例关系