

微专题 62 点线面位置关系的判定

一、基础知识

（一）直线与直线位置关系：

1、线线平行的判定

（1）平行公理：空间中平行于同一直线的两条直线平行

（2）线面平行性质：如果一条直线与平面平行，则过这条直线的平面与已知平面的**交线**和该直线平行

（3）面面平行性质：

2、线线垂直的判定

（1）两条平行直线，如果其中一条与某直线垂直，则另一条直线也与这条直线垂直

直线与平面位置关系：

（2）线面垂直的性质：如果一条直线与平面垂直，则该直线与平面上的所有直线均垂直

（二）直线与平面的位置关系

1、线面平行判定定理：

（1）若**平面外的一条直线** l 与平面 α 上的一条直线平行，则 $l \parallel \alpha$

（2）若两个平面平行，则一个平面上的任一直线与另一平面平行

2、线面垂直的判定：

（1）若直线 l 与平面 α 上的两条**相交**直线垂直，则 $l \perp \alpha$

（2）两条平行线中若其中一条与平面垂直，则另一条直线也与该平面垂直

（3）如果两个平面垂直，则一个平面上垂直于交线的直线与另一平面垂直

（三）平面与平面的位置关系

1、平面与平面平行的判定：

（1）如果一个平面上的两条**相交**直线均与另一个平面平行，则两个平面平行

（2）平行于同一个平面的两个平面平行

2、平面与平面垂直的判定

如果一条直线与一个平面垂直，则过这条直线的**所有平面**均与这个平面垂直

（四）利用空间向量判断线面位置关系

1、刻画直线，平面位置的向量：直线：方向向量

平面：法向量

2、向量关系与线面关系的转化：

设直线 a, b 对应的法向量为 $\vec{a}, \vec{b}$ ，平面 α, β 对应的法向量为 $\vec{m}, \vec{n}$ （其中 a, b 在 α, β 外）

$$(1) a // b \Leftrightarrow \vec{a} // \vec{b}$$

$$(2) a \perp b \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$$

$$(3) a \perp \alpha \Leftrightarrow \vec{a} // \vec{m}$$

$$(4) a // \alpha \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{m}$$

$$(5) \alpha // \beta \Leftrightarrow \vec{m} // \vec{n}$$

$$(6) \alpha \perp \beta \Leftrightarrow \vec{m} \perp \vec{n}$$

3、有关向量关系的结论

$$(1) \text{若 } \vec{a} // \vec{b}, \vec{b} // \vec{c}, \text{ 则 } \vec{a} // \vec{c} \quad \text{平行+平行} \rightarrow \text{平行}$$

$$(2) \text{若 } \vec{a} \perp \vec{b}, \vec{b} // \vec{c}, \text{ 则 } \vec{a} \perp \vec{c} \quad \text{平行+垂直} \rightarrow \text{垂直}$$

$$(3) \text{若 } \vec{a} \perp \vec{b}, \vec{b} \perp \vec{c}, \text{ 则 } \vec{a}, \vec{c} \text{ 的位置关系不定。}$$

4、如何用向量判断位置关系命题真假

(1) 条件中的线面关系翻译成向量关系

(2) 确定由条件能否得到结论

(3) 将结论翻译成线面关系，即可判断命题的真假

二、典型例题：

例 1：已知 α, β 是两个不同的平面， m, n 是两条不同的直线，现给出下列命题：

①若 $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m // \beta, n // \beta$ ，则 $\alpha // \beta$ ；

②若 $\alpha \perp \beta, m \subset \alpha$ ，则 $m \perp \beta$ ；

③若 $m \perp \alpha, m // \beta$ ，则 $\alpha \perp \beta$ ；

④若 $m // n, m \subset \alpha$ ，则 $n // \alpha$ 。

其中正确命题的个数是（ ）

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3