微专题84 古典概型

一、基础知识：

1、基本事件：一次试验中可能出现的每一个不可再分的结果称为一个基本事件。例如：在扔骰子的试验中，向上的点数1点，2点，……，6点分别构成一个基本事件

2、基本事件空间：一次试验，将所有基本事件组成一个集合，称这个集合为该试验的基本事件空间，用Ω表示。

3、基本事件特点：设一次试验中的基本事件为$A_1,A_2,\cdots,A_n$

（1）基本事件两两互斥

（2）此项试验所产生的事件必由基本事件构成，例如在扔骰子的试验中，设A_i为“出现i点”，事件A为“点数大于3”，则事件$A=A_4\cup A_5\cup A_6$

（3）所有基本事件的并事件为必然事件

由加法公式可得：$P(\Omega)=P(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)$

因为$P(\Omega)=1$，所以$P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)=1$

4、等可能事件：如果一项试验由n个基本事件组成，而且每个基本事件出现的可能性都是相等的，那么每一个基本事件互为等可能事件。

5、等可能事件的概率：如果一项试验由n个基本事件组成，且基本事件为等可能事件，则基本事件的概率为$\frac{1}{n}$

证明：设基本事件为$A_1,A_2,\cdots,A_n$，可知$P(A_1)=P(A_2)=\cdots=P(A_n)$

$\because P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)=1$　　所以可得$P(A_i)=\frac{1}{n}$

6、古典概型的适用条件：

（1）试验的所有可能出现的基本事件只有有限多个

（2）每个基本事件出现的可能性相等

当满足这两个条件时，事件A发生的概率就可以用事件A所包含的基本事件个数$n(A)$占基本事件空间的总数$n(\Omega)$的比例进行表示，即$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}$

7、运用古典概型解题的步骤：

① 确定基本事件，一般要选择试验中不可再分的结果作为基本事件，一般来说，试验中的具体结果可作为基本事件，例如扔骰子，就以每个具体点数作为基本事件；在排队时就以每种排队情况作为基本事件等，以保证基本事件为等可能事件

② $n(A),n(\Omega)$可通过计数原理（排列，组合）进行计算

③ 要保证A中所含的基本事件，均在Ω之中，即A事件应在Ω所包含的基本事件中选择符合条件的

二、典型例题：

例 1：从$1-6$这 6 个自然数中随机取三个数，则其中一个数是另外两个数的和的概率为________

思路：事件Ω为“6 个自然数中取三个”，所以$n(\Omega)=C_6^3=20$，事件A为“一个数是另外两个数的和”，不妨设$a=b+c$，则可根据a的取值进行分类讨论，列举出可能的情况：$\{3,2,1\},\{4,3,1\},\{5,4,1\},\{5,3,2\},\{6,5,1\},\{6,4,2\}$，所以$n(A)=6$。进而计算出

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{3}{10}$$

答案：$\frac{3}{10}$

例 2：从集合$A=\{-1,1,2\}$中随机选取一个数记为k，从集合$B=\{-2,1,2\}$中随机选取一个数记为b，则直线$y=kx+b$不经过第三象限的概率为（　　）

A. $\frac{2}{9}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{4}{9}$　　D. $\frac{5}{9}$

思路：设Ω为“k,b的所有组合”，则$n(\Omega)=3\times 3=9$，设事件A为“直线$y=kx+b$不经过第三象限”，则要求$k<0,b>0$，所以$n(A)=1\times 2=2$，从而$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{2}{9}$

答案：A

例 3：袋中共有 7 个大小相同的球，其中 3 个红球，2 个白球，2 个黑球。若从袋中任取三个球，则所取 3 个球中至少有两个红球的概率是（　　）

A. $\frac{4}{35}$　　B. $\frac{13}{35}$　　C. $\frac{18}{35}$　　D. $\frac{22}{35}$

思路：设Ω为“袋中任取三球”，则$n(\Omega)=C_7^3=35$，设事件A为“至少两个红球”，所以