微专题87 离散型随机变量分布列与数字特征

一、基础知识：

（一）离散型随机变量分布列：

1、随机变量：对于一项随机试验，会有多个可能产生的试验结果，则通过确定一个对应关系，使得每一个试验结果与一个确定的数相对应，在这种对应关系下，数字随着每次试验结果的变化而变化，将这种变化用一个变量进行表示，称这个变量为随机变量

（1）事件的量化：将试验中的每个事件用一个数来进行表示，从而用“数”即可表示事件。例如：在扔硬币的试验中，用1表示正面朝上，用0表示反面朝上，则提到1，即代表正面向上的事件。将事件量化后，便可进行该试验的数字分析（计算期望与方差），同时也可以简洁的表示事件

（2）量化的事件之间通常互为互斥事件

（3）随机变量：如果将事件量化后的数构成一个数集，则可将随机变量理解为这个集合的代表元素。它可以取到数集中每一个数，且每取到一个数时，就代表试验的一个结果。例如：在上面扔硬币的试验中，设向上的结果为ξ，则“$\xi=1$”代表“正面向上”，$\xi=0$”代表“反面向上”，

（4）随机变量的记法：随机变量通常用$X,Y,\xi,\eta,\cdots$等表示

（5）随机变量的概率：记$P\left(X=x_i\right)$为X取x_i所代表事件发生的概率

2、离散型随机变量：所有取值可以一一列出的随机变量，称为离散型随机变量，离散型随机变量的取值集合可以是有限集，也可以是无限集

3、分布列：一般地，若离散型随机变量X可能取得不同值为$x_1,x_2,\cdots,x_i,\cdots,x_n$，$X$取每一个值$x_i\left(i=1,2,\cdots,n\right)$的概率$P\left(X=x_i\right)=p_i$，以表格的形式表示如下：

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_i	$\cdots$	x_n
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_i	$\cdots$	p_n

称该表格为离散型随机变量X的分布列，分布列概率具有的性质为：

（1）$p_i\geq 0,i=1,2,\cdots,n$

（2）$p_1+p_2+\cdots+p_n=1$，此性质的作用如下：

① 对于随机变量分布列，概率和为 1，有助于检查所求概率是否正确

② 若在随机变量取值中有一个复杂情况，可以考虑利用概率和为 1 的特征，求出其他较为简单情况的概率，利用间接法求出该复杂情况的概率

（二）常见的分布：

1、如何分辨随机变量分布列是否符合特殊分布：

（1）随机变量的取值：随机变量的取值要与特殊分布中的取值完全一致.

（2）每个特殊的分布都有一个试验背景，在满足（1）的前提下可通过该试验的特征判断是否符合某分布

2、常见的分布

（1）两点分布：一项试验有两个结果，其中事件 A 发生的概率为 p，令 $X=\begin{cases}1, & \text{事件发生} \\ 0, & \text{事件未发生}\end{cases}$，则 X 的分布列为：

X	0	1
P	$1-p$	p

则称 X 符合两点分布（也称伯努利分布），其中 $p=P(X=1)$ 称为成功概率

（2）超几何分布：在含有 M 个特殊元素的 N 个元素中，不放回的任取 n 件，其中含有特殊元素的个数记为 X，则有 $P(X=k)=\dfrac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n},k=0,1,2,\cdots,m$，其中 $m=\min\{M,n\}$

$n\le N,M\le N,n,M,N\in N^*$

即：

X	0	1	$\cdots$	m
P	$\dfrac{C_M^0 C_{N-M}^{n-0}}{C_N^n}$	$\dfrac{C_M^1 C_{N-M}^{n-1}}{C_N^n}$	$\cdots$	$\dfrac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}$

则称随机变量 X 服从超几何分布，记为 $X\sim H(N,M,n)$

（3）二项分布：在 n 次独立重复试验中，事件 A 发生的概率为 p，设在 n 次试验中事件 A 发生的次数为随机变量 X，则有 $P(X=k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k},k=0,1,2,\cdots n$ ，即：

X	0	1	$\cdots$	k	$\cdots$	n