

微专题 65 直线的方程与性质

一、基础知识：

（一）直线的要素与方程：

1、倾斜角：若直线 l 与 x 轴相交，则以 x 轴正方向为始边，绕交点逆时针旋转直至与 l 重合所成的角称为直线 l 的倾斜角，通常用 $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ 表示

（1）若直线与 x 轴平行（或重合），则倾斜角为 0

（2）倾斜角的取值范围 $\alpha \in [0, \pi)$

2、斜率：设直线的倾斜角为 α ，则 α 的正切值称为直线的斜率，记为 $k = \tan \alpha$

（1）当 $\alpha = \frac{\pi}{2}$ 时，斜率不存在；所以竖直线是不存在斜率的

（2）所有的直线均有倾斜角，但是不是所有的直线均有斜率

（3）斜率与倾斜角都是刻画直线的倾斜程度，但就其应用范围，斜率适用的范围更广（与直线方程相联系）

（4） $|k|$ 越大，直线越陡峭

（5）斜率 k 的求法：已知直线上任意两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ，则 $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ，即直线的

斜率是确定的，与所取的点无关。

3、截距：若直线 l 与坐标轴分别交于 $(a, 0), (0, b)$ ，则称 a, b 分别为直线 l 的横截距，纵截距

（1）截距：可视为直线与坐标轴交点的简记形式，其取值可正，可负，可 0 （不要顾名思义误认为与“距离”相关）

（2）横纵截距均为 0 的直线为过原点的非水平非竖直直线

4、直线方程的五种形式：首先在直角坐标系中确定一条直线有两种方法：一种是已知直线上一点与直线的方向（即斜率），另一种是已知两点（两点确定一条直线），直线方程的形式与这两种方法有关

（1）一点一方向：

① 点斜式：已知直线 l 的斜率 k ，直线上一点 $P(x_0, y_0)$ ，则直线 l 的方程为：

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

证明：设直线 l 上任意一点 $Q(x, y)$ ，根据斜率计算公式可得： $k = \frac{y - y_0}{x - x_0}$ ，所以直线上的每

一点都应满足： $y - y_0 = k(x - x_0)$ ，即为直线方程

② 斜截式：已知直线 l 的斜率 k ，纵截距 b ，则直线 l 的方程为： $y = kx + b$

证明：由纵截距为 b 可得直线与 y 轴交点为 $(0, b)$ ，从而利用点斜式得： $y - b = k(x - 0)$

化简可得： $y = kx + b$

(2) 两点确定一条直线：

③ 两点式：已知直线 l 上的两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ，则直线 l 的方程为：

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

④ 截距式：若直线 l 的横纵截距分别为 $a, b (ab \neq 0)$ ，则直线 l 的方程为： $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

证明：从已知截距可得：直线上两点 $(a, 0), (0, b)$ ，所以 $k = \frac{b - 0}{0 - a} = -\frac{b}{a}$

$$\therefore l: y - b = -\frac{b}{a}(x - 0) \Rightarrow bx + ay = ab \Rightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

⑤ 一般式：由前几类直线方程可知：直线方程通常由 x, y 的一次项与常数项构成，所以可将直线的通式写为： $Ax + By + C = 0$ (A, B 不同时为 0)，此形式称为直线的一般式

一般式方程的作用：可作为直线方程的最终结果

可用于判定直线的平行垂直关系

点到直线距离公式与平行线间距离公式需要用直线的一般式

5、五种直线形式所不能表示的直线：

(1) 点斜式，斜截式：与斜率相关，所以无法表示斜率不存在的直线（即竖直线）

(2) 截距式：① 截距不全的直线：水平线，竖直线

② 截距为 0 的直线：过原点的直线

6、求曲线（或直线）方程的方法：在已知曲线类型的前提下，求曲线（或直线）方程的思路通常有两种：

(1) 直接法：寻找决定曲线方程的要素，然后直接写出方程，例如在直线中，若用直接法则需找到两个点，或者一点一斜率

(2) 间接法：若题目条件与所求要素联系不紧密，则考虑先利用待定系数法设出曲线方程，