

微专题 61 三视图——几何体的体积问题

一、基础知识：

1、常见几何体的体积公式：（ S ：底面积， h ：高）

（1）柱体： $V = S \cdot h$

（2）锥体： $V = \frac{1}{3}S \cdot h$

（3）台体： $V = \frac{1}{3}(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}) \cdot h$ ，其中 S_1 为上底面面积， S_2 为下底面面积

（4）球： $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

2、求几何体体积要注意的几点

（1）对于多面体和旋转体：一方面要判定几何体的类型（柱，锥，台），另一方面要看好该几何体摆放的位置是否是底面着地。对于摆放“规矩”的几何体（底面着地），通常只需通过俯视图看底面面积，正视图（或侧视图）确定高，即可求出体积。

（2）对于组合体，首先要判断是由哪些简单几何体组成的，或是以哪个几何体为基础切掉了一部分。然后再寻找相关要素

（3）在三视图中，每个图各条线段的长度不会一一给出，但可通过三个图之间的联系进行推断，推断的口诀为“长对正，高平齐，宽相等”，即正视图的左右间距与俯视图的左右间距相等，正视图的上下间距与侧视图的上下间距相等，侧视图的左右间距与俯视图的上下间距相等。

二、典型例题：

例 1：已知一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为

思路：从正视图，侧视图可判断出几何体与锥体相关（带尖儿），从俯视图中可看出并非圆锥和棱锥，而是两者的一个组合体（一

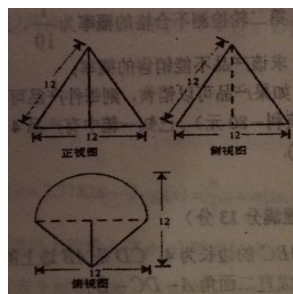
半圆锥 + 三棱锥），所以 $V = \frac{1}{2}V_{\text{圆锥}} + V_{\text{棱锥}}$ ，锥体的高计算可

得 $h = 6\sqrt{3}$ （利用正视图），底面积半圆的半径为 6，三角形底边为 12，高为 6（俯视图看

出），所以 $S_{\text{三角形}} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6 = 36$ ， $S_{\text{圆}} = \pi \cdot 6^2 = 36\pi$ ，则 $V_{\text{棱锥}} = \frac{1}{3}S_{\text{三角形}} \cdot h = 72\sqrt{3}$ ，

$V_{\text{圆锥}} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{圆}} \cdot h = 72\sqrt{3}\pi$ ，所以 $V = \frac{1}{2}V_{\text{圆锥}} + V_{\text{棱锥}} = 36\sqrt{3}\pi + 72\sqrt{3}$

答案： $36\sqrt{3}\pi + 72\sqrt{3}$



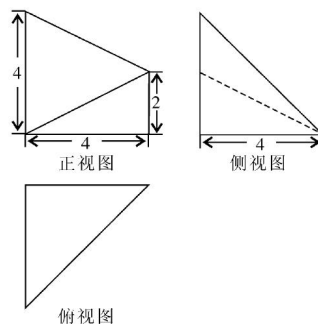
例 2：已知一棱锥的三视图如图所示，其中侧视图和俯视图都是等腰直角三角形，正视图为直角梯形，则该棱锥的体积为_____.

思路：观察可发现这个棱锥是将一个侧面摆在地面上，而棱锥的真正底面体现在正视图（梯形）中，所以

$$S_{\text{底}} = \frac{1}{2} \cdot (4+2) \cdot 4 = 12, \text{ 而棱锥的高为侧视图的左右间距,}$$

$$\text{即 } h = 4, \text{ 所以 } V = \frac{1}{3} S_{\text{底}} \cdot h = 16$$

答案：16



例 3：若某几何体的三视图如图所示，则此几何体的体积是_____.

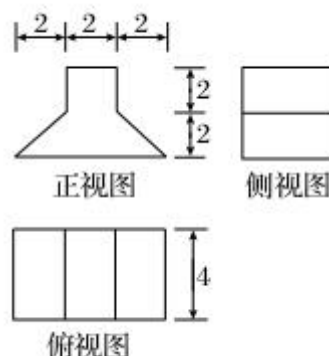
思路：该几何体可拆为两个四棱柱，这两个四棱柱的高均为 4（俯视图得到），其中一个四棱柱底面为正方形，边长为 2（正视图得到），所以 $V_1 = S_1 \cdot h = 2^2 \cdot 4 = 16$ ，另一个

四棱柱底面为梯形，上下底分别为 2,6，所以 $S_2 = \frac{1}{2}(2+6) \cdot 2 = 8$ ， $V_2 = S_2 \cdot h = 8 \cdot 4 = 32$ 。故几何体的

$$\text{体积为 } V = V_1 + V_2 = 48$$

$$\text{的体积为 } V = V_1 + V_2 = 48$$

答案：48



例 4：如下图是一个组合几何体的三视图，则该几何体的体积是_____

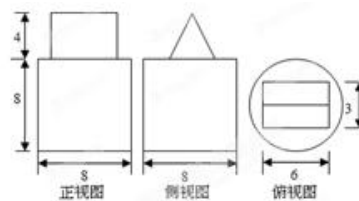
思路：从三视图中观察可得该组合体是由一个圆柱与一个躺倒的三棱锥拼接而成，对于圆柱

可得其底面半径为 4（正视图），高为 8（正视图），所以 $V_{\text{圆柱}} = S \cdot h = \pi \cdot 4^2 \cdot 8 = 128\pi$ ，而棱柱底面为底是 3（俯视图），高为 4（正视图）的三角形，棱柱的高为 6（俯视图），

$$\text{所以可得 } V_{\text{棱柱}} = S \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 = 36, \text{ 所以组合体的体积为}$$

$$V = V_{\text{圆柱}} + V_{\text{棱柱}} = 128\pi + 36$$

答案：128π + 36



（第 10 题图）