

## 微专题 60 三视图——几何体的面积问题

### 一、基础知识：

#### 1、常见几何体的表面积计算：

(1) 三角形面积：设  $\triangle ABC$  的底为  $a$ ，高为  $h$ ，则  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}a \cdot h$

(2) 圆形面积：设圆的半径为  $r$ ，则  $S = \pi r^2$

(3) 圆柱的侧面积：设圆柱底面半径为  $r$ ，高为  $h$ ，则侧面积为  $S = 2\pi r \cdot h$

(4) 圆锥的侧面积：设圆锥底面半径为  $r$ ，母线长为  $l$ ，则侧面积为  $S = \pi rl$

(5) 圆台的侧面积：设圆台上下底面半径分别为  $r, R$ ，母线长为  $l$ ，则侧面积为  $S = \pi(R+r)l$

(6) 棱柱（棱锥，棱台）的侧面积：只需求出每个侧面的面积并加在一起

(7) 球的面积：设球的半径为  $R$ ，则球的表面积为  $S = 4\pi R^2$

2、轴截面：对于旋转体（圆柱，圆锥，圆台），用轴所在的平面去截几何体，得到的截面称为轴截面，轴截面的边角关系与几何体的一些要素相对应。

(1) 圆柱：轴截面为矩形，其中矩形的长对应圆柱的底面直径，矩形的高对应椭圆的高

(2) 圆锥：轴截面为等腰三角形，其中等腰三角形的底对应圆锥的底面直径，高对应圆锥的高，腰对应圆锥的母线长

(3) 圆台：轴截面为等腰梯形，其中上底对应圆台上底面直径，下底对应下底面直径，高对应圆台的高，腰对应圆台的母线

#### 3、三视图解面积的步骤：

(1) 分析出所围成的几何体的特征（柱，锥，台还是组合体）

(2) 确定所求几何体由哪些面组成

(3) 根据围成的面的特点，寻找可求出面积的要素，进而求出面积

(4) 将各部分面积求和即可得到几何体的表面积

#### 4、求表面积要注意的几点：

(1) 三视图中侧面的高通常与某个视图的边相对应。

(2) 圆锥和圆柱可利用轴截面的特点求出相关要素，例如已知圆锥的高和底面半径，通过轴截面可求出圆锥的母线长

(3) 当几何体被切割时，要注意截面也算在表面积之列。

(4) 如果几何体是由多个简单几何体拼接而成，要注意哪些面因拼接而含在几何体之中，进

而在求表面积时不予考虑。

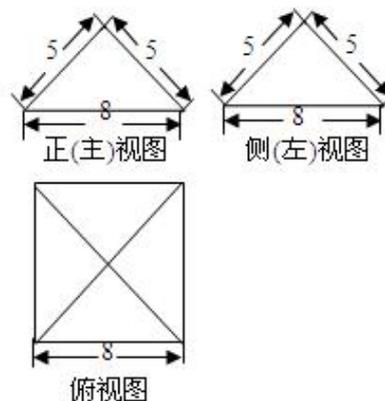
二、典型例题：

例 1：一个几何体的三视图及其尺寸(单位：cm)，如图所示，则该几何体的侧面积为\_\_\_\_\_cm

思路：通过三视图可判断出该几何体为正四棱锥，所以只需计算出一个侧面三角形的面积，乘 4 即为侧面积。通过三视图可得侧面三角形的底为 8（由俯视图可得），高为 5（左侧面的高即为正视图中三角形左腰的长度），所以面积

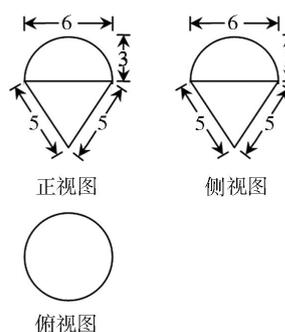
$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8 = 20, \text{ 所以侧面积为 } S = 4S_1 = 80\text{cm}$$

答案：80



例 2：一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为\_\_\_\_\_。

思路：由三视图可得该几何体由一个半球和一个圆锥组成，其表面积为半球面积和圆锥侧面积的和。球的半径为 3，所以半球的面积  $S_1 = \frac{1}{2} \cdot 4\pi \cdot 3^2 = 18\pi$ ，圆锥的底面半径为 3，母线长为 5，所以圆锥的侧面积为  $S_2 = \pi r l = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi$ ，所以表面积为  $S = S_1 + S_2 = 33\pi$



答案：33π

例 3：已知某几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积等于\_\_\_\_\_。

思路：可初步判断出该几何体可由正方体截得一部分而构成。从三视图中可得去掉的一角为侧棱长为 1，且两两垂直的三棱锥（如图所示），可得  $\triangle ABC$  为边长是  $\sqrt{2}$  的等边三角形。所以

$$S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (\sqrt{2})^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 其余的面中有三个面是正方形}$$

的面积减去一个边长为 1 的等腰直角三角形的面积，即  $S_1 = 2^2 - \frac{1}{2} \cdot 1^2 = \frac{7}{2}$ ，另外三个面为完整的正方形，即

$$S_2 = 2^2 = 4, \text{ 所以表面积 } S = 3S_1 + 3S_2 + S_{\triangle ABC} = \frac{45 + \sqrt{3}}{2}$$

