2024年江苏省南京市宁海中学高考数学考前模拟试卷

一、单选题

1．已知集合$A=\{x|x^2-3x-4\leqslant 0\}$，$B=\{y|y=ln(x^2+1)\}$，则$A\cap B=$（　　）

A．$[-1，4]$　　B．$[0，1]$　　C．$(0，4]$　　D．$[0，4]$

2．已知复数z的共轭复数为z，若$z+2=(1-i)\overline{z}$，则$|z|=$（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．$2\sqrt{5}$　　C．$2\sqrt{6}$　　D．6

3．向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$上的投影为$\frac{1}{3}\vec{b}$，且$|3\vec{a}-\vec{b}|=|\vec{a}+\vec{b}|$，则$\cos\langle\vec{a}，\vec{b}\rangle=$（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{6}$

4．设函数$f(x)=\begin{cases}2^{-x}，x\leqslant 0\\1，x>0\end{cases}$，则满足$f(x+1)<f(2x)$的$x$的取值范围是（　　）

A．$(-\infty，-1]$　　B．$(0，+\infty)$　　C．$(-1，0)$　　D．$(-\infty，0)$

5．已知$\theta\neq k\pi-\frac{\pi}{4}$，且$\frac{\cos 2\theta}{\cos(\frac{3\pi}{2}+\theta)}=\cos\theta+\sin\theta$，则$\sin 2\theta+6\cos^2\theta=$（　　）

A．2　　B．$\frac{28}{5}$　　C．$\frac{4}{5}$　　D．$\frac{2}{5}$

6．已知双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的右焦点为$F$，圆$O$：$x^2+y^2=a^2$与$C$的渐近线在第二象限的交点为$P$，若$\tan\angle FPO=\sqrt{2}$，则$C$的离心率为（　　）

A．2　　B．$\sqrt{2}$　　C．3　　D．$\sqrt{3}$

7．已知$SO_1=2$，底面半径$O_1A=4$的圆锥内接于球O，则经过S和O_1A中点的平面截球O所得截面面积的最小值为（　　）

A．$\frac{25}{2}\pi$　　B．$\frac{25}{3}\pi$　　C．$\frac{25}{4}\pi$　　D．5π

8．对于数列$\{x_n\}$，若存在正数M，使得对一切正整数n，恒有$|x_n|\leqslant M$，则称数列$\{x_n\}$有界；若这样的正数M不存在，则称数列$\{x_n\}$无界，已知数列$\{a_n\}$满足：$a_1=1$，$a_{n+1}=ln(\lambda a_n+1)$（$\lambda>0$），记数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$，数列$\{a_n^2\}$的前$n$项和为$T_n$，则下列结论正确的是（　　）

A．当$\lambda=1$时，数列$\{S_n\}$有界　　B．当$\lambda=1$时，数列$\{T_n\}$有界

C．当$\lambda=2$时，数列$\{S_n\}$有界　　D．当$\lambda=2$时，数列$\{T_n\}$有界

二、多选题

（多选）9．已知一组样本数据x_i（$i=1，2，3，\cdots，10$），其中x_i（$i=1，2，3，\cdots，10$）为正实数．满足

$x_1 \leqslant x_2 \leqslant x_3 \leqslant \cdots \leqslant x_{10}$，下列说法正确的是（　　）

A．样本数据的第 80 百分位数为 x_8

B．去掉样本的一个数据，样本数据的极差可能不变

C．若样本数据的频率分布直方图为单峰不对称，且在右边“拖尾”，则样本数据的平均数大于中位数

D．若样本数据的方差 $s^2=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} x_i^2-4$，则这组样本数据的平均数等于 2

（多选）10．已知 $a>0$，$b>0$，$a^2+b^2-ab=1$，下列不等式恒成立的是（　　）

A．$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geqslant 2$　　B．$a+b\geqslant 2$　　C．$a^3+b^3\leqslant 2$　　D．$0<b\leqslant\frac{2\sqrt{3}}{3}$

（多选）11．定义在（0，+∞）的函数 $f(x)$ 满足如下条件：① $f(xy)=\frac{f(x)}{y}+\frac{f(y)}{x}$；②当 $x>1$ 时，$f(x)>0$．则下列说法正确的是（　　）

A．$f(1)=0$

B．当 $0<x<1$ 时，$f(x)<0$

C．$f(x)$ 在（0，1）上单调递减

D．不等式 $(2-x)f(x-2)\geqslant xf(x)$ 的解集为 $(2,\sqrt{2}+1]$

三、填空题

12．$(x^2+2x+3)(2x+1)^6$ 的展开式中，x^2 的系数是 ＿＿＿＿＿．

13．在△ABC 中，内角 A，B，C 的对边依次为 a，b，c，$\sin^2\frac{A+B}{2}-\cos^2C=\frac{1}{2}$，$c=2$，$A=\frac{\pi}{4}$，△$ABC$ 的面积为 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿．

14．已知圆 C：$(x-1)^2+y^2=80$，点 P 在直线 l：$y=kx+7$（$k\in\mathbf{R}$）上．若存在过点 P 的直线与圆 C 相交于 A，B 两点，且 $|AB|=16$，$\overrightarrow{AP}=\frac{5}{11}\overrightarrow{PB}$，则 k 的取值范围是 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿．

四、解答题

15．已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=7$，$a_{n+1}=\begin{cases}a_n-3, & n\text{为奇数}\\ 2a_n, & n\text{为偶数}\end{cases}$．

（1）证明：数列 $\{a_{2n-1}-6\}$ 为等比数列；

（2）若 $b_n=a_{2n}$，求数列 $\{n\cdot(b_n-3)\}$ 的前 n 项和 S_n．

16．如图，在三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC\perp AB$，平面 $ABB_1A_1\perp$ 平面 ABC，$AA_1=A_1B_1=BB_1=\frac{1}{2}AB=1$．

（Ⅰ）证明：$BA_1\perp$ 平面 ACC_1A_1；