

数 学

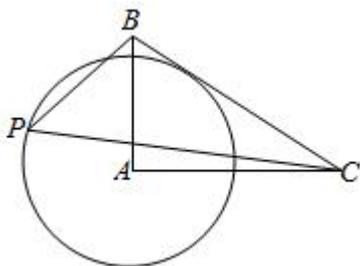
(120 分钟 150 分)

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 已知复数 $z = i(1+i)$ (i 为虚数单位)，则复数 z 在复平面上所对应的点位于 ()
 - 第一象限
 - 第二象限
 - 第三象限
 - 第四象限
- 下列命题正确的是 ()
 - 底面是正多边形的棱锥是正棱锥
 - 长方体是平行六面体
 - 用一个平面去截圆柱，所得截面一定是圆形或矩形
 - 用一个平面去截圆锥，截面与底面之间的部分是圆台
- 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，若 $a = \sqrt{3}, b = 1, B = \frac{\pi}{6}$ ，则 $c =$ ()
 - $\sqrt{3}$
 - 2
 - 1 或 2
 - 2 或 $\sqrt{3}$
- 已知直线 m, n ，平面 α, β ，满足 $\alpha \cap \beta = n$ 且 $\alpha \perp \beta$ ，则“ $m \perp \beta$ ”是“ $m \perp n$ ”的 () 条件。
 - 充分非必要
 - 必要非充分条
 - 充要
 - 既非充分又非必要
- 埃及胡夫金字塔是古代世界建筑奇迹之一，它的形状可视为一个正四棱锥，以该四棱锥的高为边长的正方形面积等于该四棱锥一个侧面三角形的面积，则其侧面三角形底边上的高与底面正方形的边长的比值为 ()



- $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$
 - $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$
 - $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$
 - $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$
- 已知直角三角形 ABC 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = 2$ ， $AC = 4$ ，点 P 在以 A 为圆心且与边 BC 相切的圆上，则 $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC}$ 的最大值为 ()



- A. $\frac{16+16\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{16+8\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{16}{5}$ D. $\frac{56}{5}$

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $bc = a^2 - b^2 - c^2$, $a = \sqrt{21}$, $b = \sqrt{3}$, 将该三角形绕 AC 边旋转 360° 得一个旋转体, 则该旋转体体积为()

- A. $4\sqrt{3}\pi$ B. $3\sqrt{3}\pi$ C. $2\sqrt{3}\pi$ D. $\sqrt{3}\pi$

8. 如图, 透明塑料制成的长方体容器 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 内灌进一些水, 固定容器底面一边 BC 于地面上, 再将容器倾斜. 随着倾斜度的不同, 有下面五个命题:

- ①有水的部分始终呈棱柱形;
- ②没有水的部分始终呈棱柱形;
- ③水面 $EFGH$ 所在四边形的面积为定值;
- ④棱 A_1D_1 始终与水面所在平面平行;
- ⑤当容器倾斜如图 3 所示时, $BE \cdot BF$ 是定值.

其中正确命题的个数为()

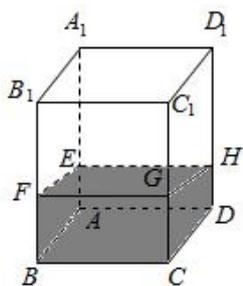


图1

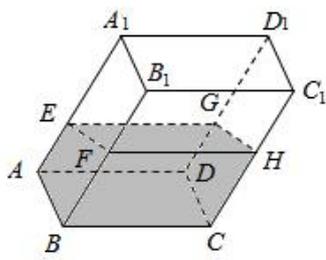


图2

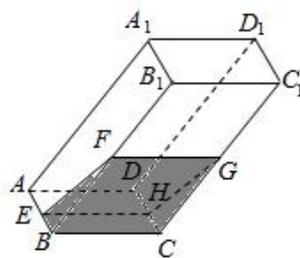


图3

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

二、多选题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知 $\vec{a} = (3, -1)$, $\vec{b} = (2, 1)$, 则下列结论正确的是()

- A. $(\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{b}$ B. $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 5\sqrt{10}$
 C. \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$ D. \vec{a} 在 \vec{b} 方向上的投影向量是 $\sqrt{5}\vec{b}$