2024 年江苏省宿迁市高考数学一模试卷

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (5 分) 已知集合 $A = \{x | 0 \leq x \leq 4, x \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x | x = 3k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 $A \cap B =$ ()

A. $\{0, 2\}$ B. $\{2, 4\}$ C. $\{2\}$ D. $\{1, 3\}$
2. (5 分) 已知复数 z 满足 $z(3+4i) = 5$, 其中 i 为虚数单位, 则 z 在复平面内对应的点位于 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. (5 分) 已知 $\alpha \in (0, \pi)$, $\cos(\alpha + \frac{\pi}{4}) + \cos(\alpha - \frac{\pi}{4}) = -\frac{4}{3}$, 则 $\sin\alpha$ 的值为 ()

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
4. (5 分) 已知函数 $f(x) = 2^x - 3^{-x}$, 则不等式 $f(x^2) < f(2x+3)$ 的解集为 ()

A. $(-1, 3)$ B. $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$
C. $(-3, 1)$ D. $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$
5. (5 分) 设 S_n 是等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 S_3, S_9, S_6 成等差数列, $a_1 = -2$, 则 a_7 的值为 ()

A. -2 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1
6. (5 分) 已知 $|\vec{a}| = 2$, $\vec{b} = (\sqrt{3}, 3)$, $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影向量为 $\frac{1}{2}\vec{b}$, 则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 ()

A. $\frac{5\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{6}$
7. (5 分) 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 F , 过原点且斜率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的直线与椭圆交于 P, Q 两点, 若 $\vec{PF} \cdot \vec{QF} = -\frac{c^2}{2}$, 则椭圆的离心率为 ()

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
8. (5 分) 人工智能领域让贝叶斯公式: $P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$ 站在了世界中心位置, AI 换脸是一项深度伪造技术, 某视频网站利用该技术掺入了一些“AI”视频, “AI”视频占有率为 0.001. 某团队决定用 AI 对抗 AI, 研究了深度鉴伪技术来甄别视频的真假. 该鉴伪技术的准确率是 0.98, 即在该视频是伪造的情况下, 它有 98% 的可能鉴定为“AI”; 它的误报率是 0.04, 即在该视频是真实的情况下, 它有 4% 的可能鉴定为“AI”. 已知某个视频被鉴定为“AI”, 则该视频是“AI”合成的可能性为 ()

A. 0.1% B. 0.4% C. 2.4% D. 4%

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选

对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

(多选) 9. (6 分) 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, $f(x) = P(X \leq x)$, 其中 $x > 0$, 下列说法正确的是 ()

- A. 变量 X 的方差为 1, 均值为 0
- B. $P(|X| \leq x) = 1 - 2f(x)$
- C. 函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是单调增函数
- D. $f(-x) = 1 - f(x)$

(多选) 10. (6 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$, A, B 为抛物线 C 上两点. 下列说法正确的是 ()

- A. 若直线 AB 过点 $(1, 0)$, 则 $\triangle OAB$ 面积的最小值为 2
- B. 若直线 AB 过点 $(4, 0)$, 则点 O 在以线段 AB 为直径的圆外
- C. 若直线 AB 过点 $(1, 0)$, 则以线段 AB 为直径的圆与直线 $l: x = -1$ 相切
- D. 过 A, B 两点分别作抛物线 C 的切线, 若两切线的交点在直线 $l: x = -1$ 上, 则直线 AB 过点 $(4, 0)$

(多选) 11. (6 分) 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 3, E, F, G 分别为棱 BB_1, DD_1, CC_1 的点,

且 $BE = \frac{1}{3}BB_1, DF = \frac{1}{3}DD_1, CG = \frac{2}{3}CC_1$, 若点 P 为正方体内部 (含边界) 点, 满足: $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AE} + \mu \overrightarrow{AF}$,

λ, μ 为实数, 则下列说法正确的是 ()

- A. 点 P 的轨迹为菱形 $AEGF$ 及其内部
- B. 当 $\lambda = 1$ 时, 点 P 的轨迹长度为 $\sqrt{10}$
- C. $|A_1P|$ 最小值为 $\frac{9\sqrt{10}}{10}$
- D. 当 $\mu = \frac{1}{2}$ 时, 直线 AP 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值的最大值为 $\frac{\sqrt{22}}{11}$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. (5 分) 已知 $(x^2 + \frac{1}{x})^n$ 的展开式中二项式系数和为 32, 则展开式中的常数项为 _____.

13. (5 分) 已知定义在区间 $[0, \pi]$ 上的函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \frac{2\pi}{3})$ ($\omega > 0$) 的值域为 $[-2, \sqrt{3}]$, 则 ω 的取值范围为 _____.

14. (5 分) 在一个轴截面为正三角形的圆锥内放入一个与侧面及底面都相切的实心球后, 再在该圆锥内的空隙处放入 n 个小球, 这些小球与实心球、圆锥的侧面以及底面都相切, 则 n 的最大值为 _____. (取 $\sin 17^\circ = \frac{\sqrt{3}}{6}$)