

2022-2023 学年江苏省南京一中高三（上）入学数学试卷

一、单选题

- 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x < 0\}$, $B = \{x | 3^x \geq \sqrt{3}\}$, 则 $A \cap B =$ ()

A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $[\frac{1}{2}, 3)$ C. $(0, \sqrt{2})$ D. $(1, 3)$
- 已知复数 $z = 3 + i$, 则 $\frac{\bar{z}}{i}$ (\bar{z} 为 z 的共轭复数) 在复平面内对应的点位于 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 已知 $a > b > 0$, 且 $ab = 1$, 则不正确的是 ()

A. $2^{a+b} > 0$ B. $\log_2 a + \log_2 b > 1$

C. $2^a + 2^b > 2\sqrt{2}$ D. $\log_2 a \cdot \log_2 b < 0$
- 若 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\tan 2\alpha = \frac{\cos \alpha}{2 - \sin \alpha}$, 则 $\cos \alpha =$ ()

A. $\frac{\sqrt{15}}{4}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
- 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $|\vec{AB}| = 1$, $|\vec{BC}| = 2$, $|\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{BC}|$, 则 $\frac{\vec{AC} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BC}|} =$ ()

A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, E 为棱 AB 上的动点, 点 M , C_1D_1 的中点, 则下列结论正确的是 ()

A. 存在点 E , 使得 $EN \parallel MC_1$

B. 存在点 E , 使得 $\triangle EMN$ 为等腰三角形

C. 三棱锥 $C_1 - MNE$ 的体积为定值

D. 存在点 E , 使得 $B_1C_1 \perp$ 平面 EMN
- 已知以 F 为焦点的抛物线 $C: y^2 = 4x$ 上的两点 A, B , 满足 $\vec{AF} = \lambda \vec{FB}$ ($\frac{1}{3} \leq \lambda \leq 3$), 则弦 AB 的中点到 C 的准线的距离的最大值是 ()

A. 2 B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{10}{3}$ D. 4
- 已知 $a = \log_{\frac{7}{5}} \frac{8}{5}$, $b = \frac{3}{8 \ln \frac{7}{5}}$, $c = \log_{\frac{6}{5}} \frac{7}{5}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

A. $b < c < a$ B. $b < a < c$ C. $a < c < b$ D. $a < b < c$

二、多选题

(多选) 9. 一个袋子中装有除颜色外完全相同的 10 个球，其中有 6 个黑球，4 个白球，记随机变量 X 为取出白球的个数，随机变量 Y 为取出黑球的个数，取出一个黑球得 1 分，随机变量 Z 为取出 4 个球的总得分 ()

A. $P(X=1) = \frac{1}{2}$ B. $X+Y=4$ C. $E(X) > E(Y)$ D. $E(Z) = \frac{28}{5}$

(多选) 10. 对于函数 $f(x) = \ln \frac{x}{2x-1}$ 和 $g(x) = \ln x - \ln(2x-1)$ ()

A. 设 $f(x)$ 的定义域为 M , $g(x)$ 的定义域为 N , 则 $N \subseteq M$

B. 函数 $g(x)$ 的图像在 $x=1$ 处的切线斜率为 0

C. 函数 $f(x)$ 的单调减区间是 $(-\infty, 0)$, $(\frac{1}{2}, +\infty)$

D. 函数 $f(x)$ 的图像关于点 $(\frac{1}{4}, -\ln 2)$ 对称

(多选) 11. 已知函数 $f(x) = 2|\sin x| \cos x + \cos 2x$, 下列结论正确的是 ()

A. $f(x)$ 是周期函数

B. $f(x)$ 的图象关于原点对称

C. $f(x)$ 的值域为 $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

D. $f(x)$ 的单调递减区间为 $[\frac{\pi}{4} + 2k\pi, \frac{3\pi}{4} + 2k\pi]$, $k \in \mathbb{Z}$

(多选) 12. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{2} = 1$ ($a > 2$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 过点 $P(1, 1)$, B 两点, 且满足

$\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{AQ} = -\lambda \overrightarrow{QB}$, 则下列结论正确的是 ()

A. $a=3$

B. 动点 Q 的轨迹方程为 $2x+3y-6=0$

C. 线段 OQ (O 为坐标原点) 长度的最小值为 $\frac{3\sqrt{13}}{13}$

D. 线段 OQ (O 为坐标原点) 长度的最小值为 $\frac{6\sqrt{13}}{13}$

三、填空题

13. $(x - \frac{y^2}{x}) (x+y)^5$ 的展开式中, x^3y^3 的系数为_____.

14. 某校抽调志愿者下派社区, 已知有 4 名教师志愿者和 2 名学生志愿者, 要分配到 3 个不同的社区参加服务, 若要求两名学生不分为同一社区, 则不同的分配方案有 _____ 种.