

2024 年江苏省南京市高考数学二模试卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

- (5 分) 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (m, m+3)$, 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $m =$ ()
A. -7 B. -3 C. 3 D. 7
- (5 分) “ $0 < r < 2$ ” 是 “过点 $(1, 0)$ 有两条直线与圆 $C: x^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$) 相切” 的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- (5 分) 要得到函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图象, 只需将函数 $y = \sin 2x$ 的图象 ()
A. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位 B. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位
C. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位 D. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位
- (5 分) 我们把各项均为 0 或 1 的数列称为 0-1 数列, 0-1 数列在计算机科学和信息技术领域有着广泛的应用. 把佩尔数列 $\{P_n\}$ ($P_1 = 0, P_2 = 1, P_{n+2} = 2P_{n+1} + P_n, n \in \mathbb{N}^*$) 中的奇数换成 0, 偶数换成 1, 得到 0-1 数列 $\{a_n\}$. 记 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 $S_{20} =$ ()
A. 16 B. 12 C. 10 D. 8
- (5 分) 已知 $P(A) = \frac{3}{5}, P(\overline{AB}) = \frac{1}{5}, P(A|B) = \frac{1}{2}$, 则 $P(B) =$ ()
A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
- (5 分) 在圆台 O_1O_2 中, 圆 O_2 的半径是圆 O_1 半径的 2 倍, 且 O_2 恰为该圆台外接球的球心, 则圆台的侧面积与球的表面积之比为 ()
A. 3: 4 B. 1: 2 C. 3: 8 D. 3: 10
- (5 分) 已知椭圆 C 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 . 下顶点为 A , 直线 AF_1 交 C 于另一点 B , $\triangle ABF_2$ 的内切圆与 BF_2 相切于点 P . 若 $BP = F_1F_2$, 则 C 的离心率为 ()
A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$
- (5 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sin A = \cos B$, 则 $3\tan B + \tan C$ 的最小值为 ()
A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{6}$ D. $4\sqrt{3}$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部

选对的得 6 分,部分选对的得部分分,不选或有选错的得 0 分。

(多选) 9. (6 分) 已知 z_1, z_2 互为共轭复数, 则 ()

- A. $\bar{z}_1^2 = z_2^2$ B. $|z_1| = |z_2|$
C. $z_1 + z_2 \in \mathbf{R}$ D. $z_1 z_2 \in \mathbf{R}$

(多选) 10. (6 分) 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x)f(y) = f(xy) + |x| + |y|$, 则 ()

- A. $f(0) = 1$ B. $f(1) = -1$
C. $f(x)$ 是偶函数 D. $f(x)$ 是奇函数

(多选) 11. (6 分) 已知平行六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长均为 2, $\angle A_1AB = \angle A_1AD = \angle BAD = 60^\circ$, 点 P 在 $\triangle A_1BD$ 内, 则 ()

- A. $A_1P \parallel$ 平面 B_1CD_1 B. $A_1P \perp AC_1$
C. $PC_1 \geq \sqrt{6} AP$ D. $AP + PC_1 \geq 2\sqrt{6}$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

12. (5 分) 已知集合 $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{(x, y) | x \in A, y \in A, x - y \in A\}$, 则集合 B 的元素个数为 _____.

13. (5 分) 在平面四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = 135^\circ$, $\angle B = \angle D = 90^\circ$, $AB = 2$, $AD = \sqrt{2}$, 则四边形 $ABCD$ 的面积为 _____.

14. (5 分) 已知函数 $f(x) = x^3 - ax + 1$ ($a \in \mathbf{R}$) 的两个极值点为 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$), 记 $A(x_1, f(x_1))$, $C(x_2, f(x_2))$. 点 B, D 在 $f(x)$ 的图象上, 满足 AB, CD 均垂直于 y 轴. 若四边形 $ABCD$ 为菱形, 则 $a =$ _____.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

15. (13 分) 某地 5 家超市春节期间的广告支出 x (万元) 与销售额 y (万元) 的数据如下:

超市	A	B	C	D	E
广告支出 x	2	4	5	6	8
销售额 y	30	40	60	60	70

(1) 从 A, B, C, D, E 这 5 家超市中随机抽取 3 家, 记销售额不少于 60 万元的超市个数为 X , 求随机变量 X 的分布列及期望 $E(X)$;

(2) 利用最小二乘法求 y 关于 x 的线性回归方程, 并预测广告支出为 10 万元时的销售额.