

2023 年江苏省南通市如皋中学高考数学段考试卷（4 月份）

一、单选题

1. (5 分) 设集合 $A = \{(x, y) | y = x\}$, $B = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$, 则 $A \cap B$ 的子集的个数是 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

2. (5 分) 已知复数 $1+i$ 是关于 x 的方程 $x^2 + px + q = 0$ ($p, q \in \mathbf{R}$) 的一个根, 则 $|p+qi| =$ ()

- A. 4 B. $2\sqrt{3}$ C. 8 D. $2\sqrt{2}$

3. (5 分) 已知三个实数 2, a , 8 成等比数列, 则双曲线 $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ 的渐近线方程为 ()

- A. $3x \pm 4y = 0$ B. $4x \pm 3y = 0$ C. $\sqrt{3}x \pm 2y = 0$ D. $9x \pm 16y = 0$

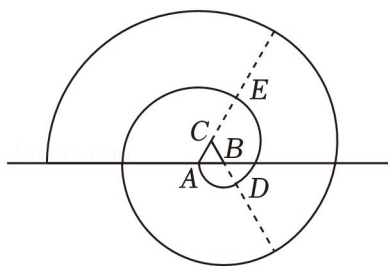
4. (5 分) 已知 $\sin\theta + \cos(\theta - \frac{\pi}{6}) = 1$, 则 $\sin(\theta + \frac{7\pi}{6}) =$ ()

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

5. (5 分) 蚊香具有悠久的历史, 我国蚊香的发明与古人端午节的习俗有关. 如图为某校数学社团用数学软件制作的“蚊香”. 画法如下: 在水平直线上取长度为 1 的线段 AB , 作一个等边三角形 ABC , 然后以点 B 为圆心, AB 为半径逆时针画圆弧交线段 CB 的延长线于点 D (第一段圆弧), 再以点 C 为圆心, CD 为半径逆时针画圆弧交线段 AC 的延长线于点 E , 再以点 A 为圆心, AE 为半径逆时针画圆弧……以此类推, 当得到的“蚊香”恰好有 11 段圆弧时, “蚊香”的长度为 ()



蚊香



- A. 14π B. 18π C. 30π D. 44π

6. (5分) 单位圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 上有两定点 $A(1, 0), B(0, 1)$ 及两动点 C, D , 且 $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}$. 则 $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB}$

的最大值是 ()

- A. $2+\sqrt{6}$ B. $2+2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{6}-2$ D. $2\sqrt{3}-2$

7. (5 分) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 且 $f(x+1)+f(x)=f(1)$, $f(x)+f(-x)=f(0)$, 当 $x \in (0, \frac{1}{2})$

时, $f(x) = 2^x$, 则 $f(\log_2 \frac{1}{18}) = (\quad)$

- A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{9}{8}$ C. $\frac{9}{32}$ D. $\frac{1}{18}$

8. (5分) 已知直线 $y=kx+t$ 与函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ ($A>0, \omega>0$) 的图象恰有两个切点, 设满足条件的 k 所有可能取值中最大的两个值分别为 k_1 和 k_2 , 且 $k_1>k_2$, 则 ()

- A. $\frac{k_1}{k_2} > \frac{7}{3}$
- B. $\frac{5}{3} < \frac{k_1}{k_2} < \frac{7}{3}$
- C. $\frac{7}{5} < \frac{k_1}{k_2} < \frac{5}{3}$
- D. $\frac{k_1}{k_2} < \frac{7}{5}$

二、多选题

(多选) 9. (5 分) 已知 A, B 是两个随机事件, $0 < P(A) < 1$, 下列命题正确的是 ()

- A. 若 A, B 相互独立, $P(B|A) = P(B)$
 B. 若事件 $A \subseteq B$, 则 $P(B|A) = 1$
 C. 若 A, B 是对立事件, 则 $P(B|A) = 1$
 D. 若 A, B 是互斥事件, 则 $P(B|A) = 0$

(多选) 10. (5 分) 意大利著名数学家斐波那契在研究兔子的繁殖问题时, 发现有这样的一列数: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 该数列的特点如下: 前两个数均为 1, 从第三个数起, 每一个数都等于它前面两个数的和. 人们把这样的一列数组成的数列 $\{a_n\}$ 称为斐波那契数列, 现将 $\{a_n\}$ 中的各项除以 2 所得的余数按原来的顺序构成的数列记为 $\{b_n\}$, 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 下列说法正确的是 ()