

## 2024 年江苏省常州市金坛四中高考数学三模试卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. (5 分) 已知全集  $U=R$ , 集合  $M=\{x|2^x \geq 1\}$ ,  $N=\{x|x \leq 3\}$ , 则  $M \cap N = ( \quad )$   
 A.  $(-\infty, 3]$       B.  $[0, 1]$       C.  $[0, 3]$       D.  $[1, 3]$
2. (5 分) 已知向量  $\vec{a} = (1, -\sqrt{3})$ , 向量  $\vec{b}$  在  $\vec{a}$  上的投影向量为  $-\frac{1}{2}\vec{a}$ , 则  $\vec{a} \cdot \vec{b} = ( \quad )$   
 A. -2      B. -1      C. 1      D. 2
3. (5 分) 函数  $f(x) = \sqrt{\ln(1-x)}$  的定义域为  $( \quad )$   
 A.  $(-\infty, 0]$       B.  $(-\infty, 1)$       C.  $[0, 1)$       D.  $[0, +\infty)$
4. (5 分) 若复数  $z = \cos\theta + i\sin\theta$ , 则  $|z - 2 + 2i|$  的最大值是  $( \quad )$   
 A.  $2\sqrt{2} - 1$       B.  $2\sqrt{2} + 1$       C.  $\sqrt{2} + 1$       D.  $2\sqrt{2} + 3$
5. (5 分) 已知  $x_1 + 2^{x_1} = 4$ ,  $x_2 + \log_2 x_2 = 4$ , 则  $x_1 + x_2$  的值为  $( \quad )$   
 A. 2      B. 3      C. 4      D. 5
6. (5 分) 在正项等比数列  $\{a_n\}$  中,  $S_n$  为其前  $n$  项和, 若  $S_{30} = 7S_{10}$ ,  $S_{10} + S_{30} = 80$ , 则  $S_{20}$  的值为  $( \quad )$   
 A. 10      B. 20      C. 30      D. 40
7. (5 分) 贝塞尔曲线 (Bezier curve) 是应用于二维图形应用程序的数学曲线, 一般的矢量图形软件通过它来精确画出曲线. 三次函数  $f(x)$  的图象是可由  $A, B, C, D$  四点确定的贝塞尔曲线, 其中  $A, D$  在  $f(x)$  的图象上,  $f(x)$  在点  $A, D$  处的切线分别过点  $B, C$ . 若  $A(0, 0)$ ,  $B(-1, -1)$ ,  $C(2, 2)$ ,  $D(1, 0)$ , 则  $f(x) = ( \quad )$   
 A.  $5x^3 - 4x^2 - x$       B.  $3x^3 - 3x$       C.  $3x^3 - 4x^2 + x$       D.  $3x^3 - 2x^2 - x$
8. (5 分) 已知函数  $f(x) = x^2 - 8x$ , 且点  $P(x, y)$  满足  $f(x) + f(-y) \leq 32$ ,  $f(y) \leq 0$ , 若记点  $P$  构成的图形为  $\Omega$ , 则  $\Omega$  的面积是  $( \quad )$   
 A.  $\frac{64\pi}{3} - 16\sqrt{3}$       B.  $\frac{64\pi}{3} + 16\sqrt{3}$       C.  $64\pi - 16\sqrt{3}$       D.  $64 + 16\sqrt{3}$

二、多项选择题：本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，有选错的得 0 分，部分选对的得部分分。

- (多选) 9. (6 分) 已知函数  $f(x) = \sin(2x + \varphi)$  ( $0 < \varphi < \pi$ ) 的图像关于点  $(\frac{\pi}{3}, 0)$  中心对称, 则  $( \quad )$
- A.  $f(x)$  在区间  $(\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12})$  单调递减
  - B.  $f(x)$  在区间  $(-\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{12})$  有两个极值点

C. 直线  $x = \frac{5\pi}{6}$  是曲线  $y = f(x)$  的对称轴

D. 直线  $y = x + \frac{\sqrt{3}}{2}$  是曲线  $y = f(x)$  在  $x = 0$  处的切线

(多选) 10. (6分) 某企业使用新技术对某款芯片制造工艺进行改进. 部分芯片由智能检测系统进行筛选, 其中部分次品芯片会被淘汰, 筛选后的芯片及未经筛选的芯片进入流水线由工人进行抽样检验. 记  $A$  表示事件“某芯片通过智能检测系统筛选”,  $B$  表示事件“某芯片经人工抽检后合格”. 改进生产工艺后, 该款芯片的某项质量指标  $\xi$  服从正态分布  $N(5.40, 0.05^2)$ , 现从中随机抽取  $M$  个, 这  $M$  个芯片中恰有  $m$  个的质量指标  $\xi$  位于区间  $(5.35, 5.55)$ , 则下列说法正确的是 ( ) 参考数据:  $P(\mu - \sigma < \xi \leq \mu + \sigma) \approx 0.6826$ ,  $P(\mu - 3\sigma < \xi \leq \mu + 3\sigma) \approx 0.9974$ .

A.  $P(B|A) > P(B)$

B.  $P(A|B) < P(A|\bar{B})$

C.  $P(5.35 < \xi < 5.55) \approx 0.84$

D.  $P(m=45)$  取得最大值时,  $M$  的估计值为 53

(多选) 11. (6分) 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  经过点  $P(\sqrt{2}, 1)$ , 且离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . 记  $C$

在  $P$  处的切线为  $l$ , 平行于  $OP$  的直线  $l'$  与  $C$  交于  $A, B$  两点, 则 ( )

A.  $C$  的方程  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$

B. 直线  $OP$  与  $l$  的斜率之积为  $-1$

C. 直线  $OP, l$  与坐标轴围成的三角形是等腰三角形

D. 直线  $PA, PB$  与坐标轴围成的三角形是等腰三角形

三、填空题: 本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上。

12. (5分) 某工厂为研究某种产品的产量  $x$  (吨) 与所需某种原材料的质量  $y$  (吨) 的相关性, 在生产过程中收集 4 组对应数据  $(x, y)$ , 如表所示.

$x$	3	4	5	6
$y$	2.5	3	4	$m$

根据表中数据, 得出  $y$  关于  $x$  的经验回归方程为  $\hat{y} = 0.7x + 0.35$ , 则表中  $m$  的值为 \_\_\_\_\_.

13. (5分) 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的  $f(x)$  满足  $f(-\frac{1}{2}) \neq 0$ , 且  $f(x+y) + f(x)f(y) = 4xy$ , 则  $f(0) =$  \_\_\_\_\_.

14. (5分) 《海岛算经》是魏晋时期数学家刘徽所著的测量学著作, 书中有一道测量山上松树高度的题目,