

2022-2023 学年江苏省南京一中高三（上）入学数学试卷

一、单选题

1. 已知集合 $A = \{x|x^2 - 3x < 0\}$, $B = \{x | 3^x \geq \sqrt{3}\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$
- A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $[\frac{1}{2}, 3)$ C. $(0, \sqrt{2})$ D. $(1, 3)$
2. 已知复数 $z=3+i$, 则 $\frac{\bar{z}}{i}$ (\bar{z} 为 z 的共轭复数) 在复平面内对应的点位于 ()
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 已知 $a > b > 0$, 且 $ab=1$, 则不正确的是 ()
- A. $2^{a+b} > 0$ B. $\log_2 a + \log_2 b > 1$
 C. $2^a + 2^b > 2\sqrt{2}$ D. $\log_2 a \cdot \log_2 b < 0$
4. 若 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\tan 2\alpha = \frac{\cos \alpha}{2 - \sin \alpha}$, 则 $\cos \alpha = (\quad)$
- A. $\frac{\sqrt{15}}{4}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
5. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $|\vec{AB}|=1$, $|\vec{BC}|=2$, $|\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{BC}|$, 则 $\frac{\vec{AC} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BC}|} = (\quad)$
- A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
6. 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, E 为棱 AB 上的动点, 点 M , C_1D_1 的中点, 则下列结论正确的是 ()
- A. 存在点 E , 使得 $EN \parallel MC_1$
 B. 存在点 E , 使得 $\triangle EMN$ 为等腰三角形
 C. 三棱锥 $C_1 - MNE$ 的体积为定值
 D. 存在点 E , 使得 $B_1C_1 \perp$ 平面 EMN
7. 已知以 F 为焦点的抛物线 $C: y^2 = 4x$ 上的两点 A, B , 满足 $\vec{AF} = \lambda \vec{FB}$ ($\frac{1}{3} \leq \lambda \leq 3$), 则弦 AB 的中点到 C 的准线的距离的最大值是 ()
- A. 2 B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{10}{3}$ D. 4
8. 已知 $a = \log_7 \frac{8}{5}$, $b = \frac{3}{81 \ln \frac{7}{5}}$, $c = \log_6 \frac{7}{5}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()
- A. $b < c < a$ B. $b < a < c$ C. $a < c < b$ D. $a < b < c$

二、多选题

(多选) 9. 一个袋子中装有除颜色外完全相同的 10 个球, 其中有 6 个黑球, 4 个白球, 记随机变量 X 为取出白球的个数, 随机变量 Y 为取出黑球的个数, 取出一个黑球得 1 分, 随机变量 Z 为取出 4 个球的总得分 ()

A. $P(X=1)=\frac{1}{2}$ B. $X+Y=4$ C. $E(X) > E(Y)$ D. $E(Z)=\frac{28}{5}$

(多选) 10. 对于函数 $f(x)=\ln\frac{x}{2x-1}$ 和 $g(x)=\ln x - \ln(2x-1)$ ()

- A. 设 $f(x)$ 的定义域为 M , $g(x)$ 的定义域为 N , 则 $N \subseteq M$
- B. 函数 $g(x)$ 的图像在 $x=1$ 处的切线斜率为 0
- C. 函数 $f(x)$ 的单调减区间是 $(-\infty, 0), (\frac{1}{2}, +\infty)$
- D. 函数 $f(x)$ 的图像关于点 $(\frac{1}{4}, -1\ln 2)$ 对称

(多选) 11. 已知函数 $f(x)=2|\sin x|\cos x+\cos 2x$, 下列结论正确的是 ()

- A. $f(x)$ 是周期函数
- B. $f(x)$ 的图象关于原点对称
- C. $f(x)$ 的值域为 $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$
- D. $f(x)$ 的单调递减区间为 $[\frac{\pi}{4}+2k\pi, \frac{3\pi}{4}+2k\pi]$, $k \in \mathbb{Z}$

(多选) 12. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{2} = 1$ ($a > 2$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 过点 $P(1, 1)$, B 两点, 且满足

$\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{AQ} = -\lambda \overrightarrow{QB}$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $a=3$
- B. 动点 Q 的轨迹方程为 $2x+3y-6=0$
- C. 线段 OQ (O 为坐标原点) 长度的最小值为 $\frac{3\sqrt{13}}{13}$
- D. 线段 OQ (O 为坐标原点) 长度的最小值为 $\frac{6\sqrt{13}}{13}$

三、填空题

13. $(x - \frac{y^2}{x}) (x+y)^5$ 的展开式中, x^3y^3 的系数为 _____.

14. 某校抽调志愿者下派社区, 已知有 4 名教师志愿者和 2 名学生志愿者, 要分配到 3 个不同的社区参加服务, 若要求两名学生不分在同一社区, 则不同的分配方案有 _____ 种.