

2024 年江苏省南京市玄武高级中学高考数学二模试卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- （5 分）已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x - 4 \leq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} | 2 - x > 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{3, 4\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\{2, 3, 4\}$
- （5 分）已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 点 $P(m, 4)$ 在抛物线 C 上, 且 $|PF| = 4$, 则抛物线 C 的准线方程是 ()
 A. $y = -4$ B. $y = -2$ C. $x = -4$ D. $x = -2$
- （5 分）已知数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$, 方差为 s^2 , 数据 $3x_1 - 1, 3x_2 - 1, 3x_3 - 1, \dots, 3x_n - 1$ 的平均数为 $\bar{x}_1$, 方差为 s_1^2 , 则 ()
 A. $\bar{x}_1 = 3\bar{x}, s_1^2 = 9s^2$
 B. $\bar{x}_1 = 3\bar{x}, s_1^2 = 9s^2 - 1$
 C. $\bar{x}_1 = 3\bar{x} - 1, s_1^2 = 9s^2$
 D. $\bar{x}_1 = 3\bar{x} - 1, s_1^2 = 9s^2 - 1$
- （5 分）设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 “ $\{a_n\}$ 是等差数列” 是 “ $S_{11} = 11a_6$ ” 的 ()
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- （5 分）若制作一个容积为 $\frac{4\pi}{3}$ 的圆锥形无盖容器（不考虑材料的厚度），要使所用材料最省，则该圆锥的高是 ()
 A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{6}$ D. 4
- （5 分）已知圆 $C: (x - 3)^2 + y^2 = 16$, $A(-3, 0)$, P 是圆 C 上的动点, 线段 PA 的垂直平分线与直线 PC (点 C 是圆 C 的圆心) 交于点 M , 则点 M 的轨迹是 ()
 A. 圆 B. 椭圆 C. 双曲线 D. 抛物线
- （5 分）已知 $a > 1$, 点 P 在曲线 $y = e^{ax}$ 上, 点 Q 在曲线 $y = \frac{1}{a} \ln x$ 上, 则 $|PQ|$ 的最小值是 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ B. $\sqrt{2}a$
C. $\frac{\sqrt{2}}{2a}(1+\ln a)$ D. $\frac{\sqrt{2}}{a}(1+\ln a)$

8. (5分) 已知定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1) = 2f(x) + 1$, 且 $f(1) = 1$, 则 $f(100)$ = ()

- A. $2^{100} - 1$ B. $2^{100} + 1$ C. $2^{101} - 1$ D. $2^{101} + 1$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

(多选) 9. (6分) 已知函数 $f(x) = \sin x \cdot |\cos x|$, 则 ()

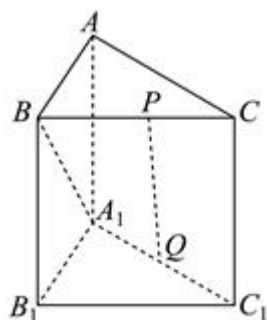
- A. $f(x)$ 是奇函数
B. $f(x)$ 的最小正周期为 π
C. $f(x)$ 的最小值为 $-\frac{1}{2}$
D. $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递增

(多选) 10. (6分) 已知双曲线 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 e , 过其右焦点 F 的直线

l 与 Γ 交于点 A, B , 下列结论正确的是 ()

- A. 若 $a = b$, 则 $e = \sqrt{2}$
B. $|AB|$ 的最小值为 $2a$
C. 若满足 $|AB| = 2a$ 的直线 l 恰有一条, 则 $e > \sqrt{2}$
D. 若满足 $|AB| = 2a$ 的直线 l 恰有三条, 则 $1 < e < \sqrt{2}$

(多选) 11. (6分) 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB = 2$, $AB \perp BC$, P, Q 分别为棱 BC, A_1C_1 上的动点, 且 $\overrightarrow{BP} = \lambda \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{C_1Q} = \lambda \overrightarrow{C_1A_1}$, $\lambda \in (0, 1)$, 则 ()



- A. 存在 λ 使得 $PQ \perp A_1B$
B. 存在 λ 使得 $PQ \parallel$ 平面 ABB_1A_1