

2024 年江苏省南通市如皋市高考数学诊断试卷（2 月份）

一、单项选择题。本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- （5 分）已知 z_1, z_2 是方程 $x^2 - 2x + 2 = 0$ 的两个复根，则 $|z_1^2 - z_2^2| = (\quad)$
 A. 2 B. 4 C. $2i$ D. $4i$
- （5 分） M 是双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 上一点，点 F_1, F_2 分别是双曲线左右焦点，若 $|MF_1| = 5$ ，则 $|MF_2| = (\quad)$
 A. 9 或 1 B. 1 C. 9 D. 9 或 2
- （5 分）设 A, B 是一个随机试验中的两个事件，则 $(\quad)$
 A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ B. $P(A) + P(B) \leq 1$
 C. $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ D. 若 $A \subseteq B$ ，则 $P(A) \leq P(B)$
- （5 分）中国南北朝时期的著作《孙子算经》中，对同余除法有较深的研究。设 $a, b, m (m > 0)$ 为整数，若 a 和 b 被 m 除得的余数相同，则称 a 和 b 对模 m 同余，记为 $a \equiv b (b \bmod m)$ 。若 $a = C_{20}^0 + C_{20}^1 \times 3 + C_{20}^2 \times 3^2 + \cdots + C_{20}^{20} \times 3^{20}$ ， $a \equiv b (b \bmod 5)$ ，则 b 的值可以是 $(\quad)$
 A. 2004 B. 2005 C. 2025 D. 2026
- （5 分）已知平面向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 不共线，且 $|\vec{a}| = 1, \vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ ，记 $\vec{b}$ 与 $2\vec{a} + \vec{b}$ 的夹角是 θ ， θ 最大时， $|\vec{a} - \vec{b}| = (\quad)$
 A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2
- （5 分）已知三个函数 $f(x) = 2^x + x - 2, g(x) = x^3 - 8, h(x) = \log_2 x + x - 2$ 的零点依次为 a, b, c ，则 $a + b + c = (\quad)$
 A. 6 B. 5 C. 4 D. 3
- （5 分）等比数列 $\{a_n\}$ 中，首项 $a_1 > 0, a_1 + a_2 + a_3 = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3$ ，则 $(\quad)$
 A. $a_1 \cdot a_3 > 2a_2$ B. $a_1 \cdot a_3 < 2a_2$
 C. $a_1 + a_3 > a_2^2$ D. $a_1 + a_3 < a_2^2$
- （5 分）设 $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ ，且 $\frac{3}{2 + \sin 2\alpha} + \frac{2021}{2 + \sin \beta} = 2024$ ，则 $\tan(\alpha - \beta) = (\quad)$
 A. -1 B. 1 C. $\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{3}$

二、多项选择题。本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

(多选) 9. (6分) 已知复数 $z=2+\sqrt{x}\cdot i$ ($x>0$), 设 $y=z\cdot\overline{z}$, 当 x 取大于 0 的一组实数 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 时, 所得的 y 值依次为另一组实数 y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 , 则 ()

- A. 两组数据的中位数相同
- B. 两组数据的极差相同
- C. 两组数据的方差相同
- D. 两组数据的均值相同

(多选) 10. (6分) 已知 P 是正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的中心, 过点 P 的直线 l 与该正方体的表面交于 E, F 两点, 下列叙述正确的有 ()

- A. 点 E, F 到正方体 6 个表面的距离分别为 e_i, f_i ($i=1, 2, \dots, 6$), 则 $\sum_{i=1}^6 (e_i + f_i)$ 为定值
- B. 线段 EF 在正方体 6 个表面的投影长度为 t_i ($i=1, 2, \dots, 6$), 则 $\sum_{i=1}^6 t_i$ 为定值
- C. 正方体 8 个顶点到直线 l 的距离分别为 d_i ($i=1, 2, \dots, 8$), 则 $\sum_{i=1}^8 d_i$ 为定值
- D. 直线 l 与正方体 12 条棱所成的夹角的 α_i ($i=1, 2, \dots, 12$), 则 $\sum_{i=1}^{12} \cos^2 \alpha_i$ 为定值

(多选) 11. (6分) 已知定义在 $[0, 1]$ 上的函数 $f(x)$ 满足: $\forall x \in [0, 1]$, 都有 $f(1-x) + f(x) = 1$, 且 $f(\frac{x}{3}) = \frac{1}{2}f(x)$, $f(0) = 0$, 当 $0 \leq x_1 < x_2 \leq 1$ 时, 有 $f(x_1) \leq f(x_2)$, 则 ()

- A. $f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$
- B. $f(1) = \frac{1}{2}$
- C. $f(\frac{1}{3}) = \frac{1}{2}$
- D. $f(\frac{\ln 3}{3}) = \frac{1}{2}$

三、填空题。本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. (5分) 设集合 $A = \{(m_1, m_2, m_3) | m_i \in \{-2, 0, 2\}, i \in \{1, 2, 3\}\}$, 则集合 A 满足条件: “ $2 \leq |m_1| + |m_2| + |m_3| \leq 5$ ” 的元素个数为 _____.

13. (5分) 若曲线 $\frac{x^2}{4} + \frac{y|y|}{9} = 1$ 和曲线 $kx + y - 3 = 0$ 有三个交点, 则 k 的取值范围是 _____.

14. (5分) 小王准备在单位附近的某小区买房, 若小王看中的高层住宅总共有 n 层 ($20 \leq n \leq 30, n \in \mathbb{N}^*$), 设第 1 层的“环境满意度”为 1, 且第 k 层 ($2 \leq k \leq n, k \in \mathbb{N}^*$) 比第 $k-1$ 层的“环境满意度”多出 $3k^2 - 3k + 1$; 又已知小王有“恐高症”, 设第 1 层的“高层恐惧度”为 1, 且第 k 层 ($2 \leq k \leq n, k \in \mathbb{N}^*$) 比第