

2024年江苏省南通市如皋市高考数学诊断试卷（1月份）

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- （5分）抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的焦点坐标为（ ）
 A. $(\frac{1}{8}, 0)$ B. $(\frac{1}{2}, 0)$ C. $(0, \frac{1}{8})$ D. $(0, \frac{1}{2})$
- （5分）在等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 + a_x = 82$ ， $a_3 a_{x-2} = 81$ ，且前 x 项和 $S_x = 121$ ，则此数列的项数 x 等于（ ）
 A. 4 B. 5 C. 6 D. 7
- （5分）已知 m, n 表示两条不同直线， α 表示平面，下列说法正确的是（ ）
 A. 若 $m // \alpha$ ， $n // \alpha$ ，则 $m // n$ B. 若 $m \perp \alpha$ ， $n \subset \alpha$ ，则 $m \perp n$
 C. 若 $m \perp \alpha$ ， $m \perp n$ ，则 $n // \alpha$ D. 若 $m // \alpha$ ， $m \perp n$ ，则 $n \perp \alpha$
- （5分）有5辆车停放6个并排车位，货车甲车体较宽，停靠时需要占两个车位，并且乙车不与货车甲相邻停放，则共有（ ）种停放方法。
 A. 72 B. 144 C. 108 D. 96
- （5分）已知 $\triangle ABC$ 的边 BC 的中点为 D ，点 E 在 $\triangle ABC$ 所在平面内，且 $\vec{CD} = 3\vec{CE} - 2\vec{CA}$ ，若 $\vec{AC} = x\vec{AB} + y\vec{BE}$ ，则 $x+y =$ （ ）
 A. 5 B. 7 C. 9 D. 11
- （5分）已知函数 $y=f(x)$ 的图象恰为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ x 轴上方的部分，若 $f(s-t)$ ， $f(s)$ ， $f(s+t)$ 成等比数列，则平面上点 (s, t) 的轨迹是（ ）
 A. 线段（不包含端点）
 B. 椭圆一部分
 C. 双曲线一部分
 D. 线段（不包含端点）和双曲线一部分
- （5分）已知 $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$ ， $\sin x + \cos x = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ ，则 $\tan(x - \frac{3\pi}{4}) =$ （ ）
 A. 3 B. -3 C. $-\sqrt{5}$ D. 2
- （5分）已知 O 为坐标原点，双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别是 F_1, F_2 ，离

心率为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$, 点 $P(x_1, y_1)$ 是 C 的右支上异于顶点的一点, 过 F_2 作 $\angle F_1PF_2$ 的平分线的垂线, 垂足是 M , $|\overrightarrow{MO}| = \sqrt{2}$, 若双曲线 C 上一点 T 满足 $\overrightarrow{F_1T} \cdot \overrightarrow{F_2T} = 5$, 则点 T 到双曲线 C 的两条渐近线距离之和为 ()

- A. $2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{6}$

二、多项选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

(多选) 9. (6 分) 已知复数 z_1, z_2 是关于 x 的方程 $x^2 + bx + 1 = 0$ ($-2 < b < 2, b \in \mathbf{R}$) 的两根, 则 ()

- A. $\overline{z_1} = z_2$
 B. $\frac{z_1}{z_2} \in \mathbf{R}$
 C. $|z_1| = |z_2| = 1$
 D. 若 $b = 1$, 则 $z_1^3 = z_2^3 = 1$

(多选) 10. (6 分) 若函数 $f(x) = 2\sin^2 x \cdot \log_2 \sin x + 2\cos^2 x \cdot \log_2 \cos x$, 则 ()

- A. $f(x)$ 的最小正周期为 π
 B. $f(x)$ 的图像关于直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称
 C. $f(x)$ 的最小值为 -1
 D. $f(x)$ 的单调递减区间为 $(2k\pi, \frac{\pi}{4} + 2k\pi)$, $k \in \mathbf{Z}$

(多选) 11. (6 分) 设 a 为常数, $f(0) = \frac{1}{2}$, $f(x+y) = f(x)f(a-y) + f(y)f(a-x)$, 则 ()

- A. $f(a) = \frac{1}{2}$
 B. $f(x) = \frac{1}{2}$ 恒成立
 C. $f(x+y) = 2f(x)f(y)$
 D. 满足条件的 $f(x)$ 不止一个

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. (5 分) 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | ax^2 - 3x + 2 = 0, a \in \mathbf{R}\}$, 若 A 中元素至多有 1 个, 则 a 的取值范围是 _____.

13. (5 分) 已知圆锥的母线长为 2, 则当圆锥的母线与底面所成的角的余弦值为